

ПРУЖНОПЛАСТИЧНІ ТА ЗАЛИШКОВІ НАПРУЖЕННЯ У ПЛАСТИНАХ ПРИ ЛОКАЛЬНОМУ НАГРІВАННІ ДЖЕРЕЛАМИ ТЕПЛА

Досліджено термопластичний стан пластин під дією локалізованих джерел тепла з довільними профілями розподілу. Для дослідження пластичного деформування, яке розглянуто в рамках теорії неізотермічної текучості, асоційованої з умовою текучості Мізеса, розвинуто числовий алгоритм, який ґрунтується на використанні методу граничних елементів. Розглянуто задачу вибору режимів нагрівання для зниження залишкових напружень пересувними або нерухомими джерелами тепла, інтенсивність яких описується нормально-круговим законом Гаусса.

Ключові слова: термопластичний стан, залишкові напруження, локальний нагрів, пластичне деформування, метод граничних елементів.

Вступ. На сьогодні розроблено велику кількість загальних аналітичних, аналітично-числових та числових методів розв'язування широкого кола задач термопружності, більшість з яких систематизовано, наприклад, в [5, 11]. Натомість значно гірше вивчено задачі, які враховують термопластичне деформування. Зокрема, при локалізованих теплових навантаженнях виникають високоградієнтні напруження навіть при відносно невисоких температурах. Наприклад, для низьковуглецевих сталей пластичне деформування спостерігається при максимальних температурах $200 \div 300$ °С.

Задачі термопластичності є, як правило, нелінійними. Тому для їхнього розв'язування найчастіше використовують числові методи, здебільшого методи скінченних елементів (МСЕ) [6]. Для дослідження такого класу задач також широко застосовують метод граничних елементів (МГЕ) [9, 10]. Адаптивні методи дослідження пружнопластичних напружень розроблено в [6]. Сумісне застосування МГЕ і МСЕ використовували в [7, 12]. У роботі [8] для розв'язування задачі теорії пластичності використано фундаментальні розв'язки. Застосування МГЕ до визначення температурних полів наведено в [7].

У цій роботі використаємо алгоритм розв'язування задачі термопластичності для локально нагрітих пластин, який розроблено в [3] на основі МГЕ. У цьому алгоритмі використано елементи теорії текучості. Числова реалізація методу зводиться до багаторазового розв'язування однотипних задач теорії пружності з додатковими деформаціями. Розв'язок допоміжної задачі подано у дискретизованому вигляді, в який входять додаткові деформації у вузлових точках прямокутної сітки. Як правило, коефіцієнти при значеннях додаткових деформацій в загальному випадку знаходять числовими методами. Тут ці коефіцієнти для випадку локально нагрітих пластин знайдено аналітично.

1. Побудова дискретного розв'язку задачі теорії пружності при заданих початкових деформаціях. Розглянемо нескінченну пластину з початковими деформаціями $\varepsilon_x^0(x, y)$, $\varepsilon_y^0(x, y)$, $\gamma_{xy}^0(x, y)$. Напруження у пластині подамо у вигляді сум

$$\sigma_x = S_x + \sigma_{x1}, \quad \sigma_y = S_y + \sigma_{y1}, \quad \tau_{xy} = S_{xy} + \tau_{xy1},$$

де складові з індексом «1» визначаються з рівнянь Ляме за дії масових сил

✉ t_solyar@ukr.net

$$X = \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y}, \quad Y = \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y}, \quad (1)$$

а інші складові мають вигляд

$$S_x = -\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x^0 + \nu\varepsilon_y^0), \quad S_y = -\frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y^0 + \nu\varepsilon_x^0),$$

$$S_{xy} = -2G\gamma_{xy}^0, \quad (2)$$

де E , G – модулі Юнга і зсуву, ν – коефіцієнт Пуассона.

Розв'язок задачі (1), (2) подамо через потенціали Мусхелішвілі $\Phi(z)$, $\Psi(z)$. Напруження через ці потенціали визначаються за формулами [4]

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2[\bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z)] = 2W,$$

$$\sigma_x + \sigma_y = 4\operatorname{Re}\Phi(z).$$

Потенціали Мусхелішвілі за дії зосередженої сили (X_0, Y_0) в точці a матимуть вигляд [12]

$$\Phi_0(z) = \frac{P}{a-z}, \quad \Psi_0(z) = -\frac{\chi\bar{P}}{a-z} - \frac{\bar{a}P}{(a-z)^2},$$

$$W_0 = \bar{z}\Phi_0'(z) + \Psi_0(z) = -\frac{\chi\bar{P}}{a-z} + \frac{(\bar{z}-\bar{a})P}{(a-z)^2},$$

де $P = (X_0 + iY_0) / (2\pi(1+\chi))$, $\chi = (3-\nu) / (1+\nu)$.

2. Знаходження складових з індексом «1». Якщо масові сили є розподіленими в об'ємі пластини, то потенціали Мусхелішвілі знайдемо шляхом інтегрування розв'язку, побудованого у випадку зосередженої сили. Результат запишемо у вигляді

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A}{t-z} d\xi d\eta,$$

$$W = \bar{z}\Phi'(z) + \Psi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\chi\bar{A}}{t-z} - \frac{(\bar{t}-\bar{z})A}{(t-z)^2} \right] d\xi d\eta, \quad (3)$$

де

$$A = \frac{1}{2\pi} \frac{X + iY}{1+\chi} = \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y},$$

$$B = \frac{1}{2\pi} \frac{S_x + iS_{xy}}{1+\chi}, \quad C = \frac{1}{2\pi} \frac{S_{xy} + iS_y}{1+\chi}, \quad (4)$$

$$t = \xi + i\eta, \quad B = B(\xi, \eta), \quad C = C(\xi, \eta).$$

Перепишемо інтеграли (3) у вигляді

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Af(\xi-x, \eta-y) d\xi d\eta,$$

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(-AF(\xi-x, \eta-y) - \chi\bar{A}f(\xi-x, \eta-y) \right) d\xi d\eta, \quad (5)$$

де

$$f(x, y) = \frac{1}{x + iy}, \quad F(x, y) = \frac{x - iy}{(x + iy)^2}.$$

З огляду на (4) можна зауважити, що у виразах (5) фігурує інтеграл вигляду

$$u(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial B}{\partial \xi} + \frac{\partial C}{\partial \eta} \right) U(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta. \quad (6)$$

Для функцій B і C використаємо кусково-неперервні інтерполяційні формули, які запишемо у вигляді

$$B(x, y) = \sum_{n,m} B_{nm} S_h(x - x_n) S_H(y - y_m),$$

$$C(x, y) = \sum_{n,m} C_{nm} S_h(x - x_n) S_H(y - y_m),$$

де $B_{nm} = B(x_n, y_m)$, $C_{nm} = C(x_n, y_m)$, $x_n = nh$, $y_m = mH$,

$$S_h(x) = \begin{cases} 1 - |x|/h, & |x| \leq h, \\ 0, & |x| > h. \end{cases}$$

Тут область, у якій початкові деформації відмінні від нуля, покрито прямокутною сіткою з кроками h , H уздовж координатних осей Ox , Oy . Тоді інтеграл (6) можна записати у вигляді

$$u(x, y) = \sum_{n,m} \int_{x_n-h}^{x_n+h} \int_{y_m-H}^{y_m+H} \left(B_{n,m} \frac{\partial}{\partial \xi} + C_{n,m} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \times \\ \times [S_h(\xi - x_n) S_H(\eta - y_m)] U(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta.$$

Використавши заміну змінних, з цього інтеграла отримуємо

$$u(x, y) = \sum_{n,m} \int_{-h}^h \int_{-H}^H \left(B_{n,m} \frac{\partial}{\partial \xi} + C_{n,m} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \times \\ \times [S_h(\xi) S_H(\eta)] U(\xi + x_n - x, \eta + y_m - y) d\xi d\eta.$$

Для інтегралів, що містять довільну інтегровану функцію $s(x)$, справджуються формули

$$\int_{-h}^h \frac{\partial S_h(x)}{\partial x} s(x) dx = -\frac{s_1(h) - 2s_1(0) + s_1(-h)}{h}, \\ \int_{-h}^h S_h(x) s(x) dx = \frac{s_2(h) - 2s_2(0) + s_2(-h)}{h},$$

де $s_1(x) = \int s(x) dx$, $s_2(x) = \int \int s(x) dx dx$. Тоді

$$\int_{-h}^h \frac{\partial S_h(x)}{\partial x} S_H(y) U(x, y) dx dy = -\frac{1}{hH} \sum_{i,j=-1}^1 \varepsilon_i \varepsilon_j U_{1,2}(ih, jH), \\ \int_{-h}^h S_h(x) \frac{\partial S_H(y)}{\partial y} U(x, y) dx dy = -\frac{1}{hH} \sum_{i,j=-1}^1 \varepsilon_i \varepsilon_j U_{2,1}(ih, jH),$$

де

$$U_{1,2}(x, y) = \int \left[\int \left(\int U(x, y) dx \right) dy \right] dy,$$

$$U_{2,1}(x, y) = \int \left[\int \left(\int U(x, y) dx \right) dx \right] dy,$$

$$\varepsilon_{\pm 1} = 1, \quad \varepsilon_0 = -2.$$

Уведемо позначення:

$$DU(a, b) = -\frac{1}{hH} \sum_{i,j=-1}^1 \varepsilon_i \varepsilon_j U(a + ih, b + jH).$$

Тоді

$$u(x, y) = \sum_{n,m} [B_{n,m} DU_{1,2}(x_n - x, y_m - y) + C_{n,m} DU_{2,1}(x_n - x, y_m - y)]. \quad (7)$$

Застосовуючи формулу (7) до розв'язку (5), отримуємо

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \sum_{n,m} [B_{n,m} Df_{1,2}(x_n - x, y_m - y) + C_{n,m} Df_{2,1}(x_n - x, y_m - y)], \\ W(x, y) &= -\sum_{n,m} [B_{n,m} DF_{1,2}(x_n - x, y_m - y) + \\ &\quad + C_{n,m} DF_{2,1}(x_n - x, y_m - y)] - \\ &\quad - \chi \sum_{n,m} [\bar{B}_{n,m} Df_{1,2}(x_n - x, y_m - y) + \\ &\quad + \bar{C}_{n,m} Df_{2,1}(x_n - x, y_m - y)], \end{aligned} \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} f_{1,2}(x, y) &= \int \left[\int \left(\int \frac{1}{x + iy} dx \right) dy \right] dy, \\ f_{2,1}(x, y) &= \int \left[\int \left(\int \frac{1}{x + iy} dx \right) dx \right] dy, \\ F_{1,2}(x, y) &= \int \left[\int \left(\int \frac{x - iy}{(x + iy)^2} dx \right) dy \right] dy, \\ F_{2,1}(x, y) &= \int \left[\int \left(\int \frac{x - iy}{(x + iy)^2} dx \right) dx \right] dy. \end{aligned} \quad (9)$$

Після інтегрування знаходимо функції (9) у вигляді

$$\begin{aligned} f_{1,2}(x, y) &= L(z), \quad f_{2,1}(x, y) = iL(z), \\ F_{1,2}(x, y) &= -L(z) + L_1(x, y), \quad F_{2,1}(x, y) = iL(z) + iL_1, \end{aligned}$$

де $L(z) = -(1/2)z^2 \ln z$, $L_1 = \bar{z} \ln z$. Тоді формули (8) набувають вигляду

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \sum_{n,m} (B_{n,m} + iC_{n,m}) DL(z_{n,m} - z), \\ W(x, y) &= \sum_{n,m} [-\chi(\bar{B}_{n,m} + i\bar{C}_{n,m}) DL(z_{n,m} - z) + \end{aligned}$$

$$+ (B_{n,m} - iC_{n,m})DL(z_{n,n} - z) - \\ - (B_{n,m} + iC_{n,m})DL_1(x_n - x, y_m - y)],$$

де $z_{n,n} = x_n + iy_m$.

Враховуючи, що

$$B + iC = \frac{S_x - S_y + 2iS_{xy}}{2\pi(1 + \chi)} = -\frac{2G}{2\pi(1 + \chi)}(\varepsilon_x^0 - \varepsilon_y^0 + 2i\gamma_{xy}^0) = R,$$

$$B - iC = \bar{B} + i\bar{C} = \frac{S_x + S_y}{2\pi(1 + \chi)} = -\frac{E}{2\pi(1 + \chi)(1 - \nu)}(\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0) = S,$$

$$S_x - S_y + 2iS_{xy} = -2G(\varepsilon_x^0 - \varepsilon_y^0 + 2i\gamma_{xy}^0), \quad S_x + S_y = -\frac{E}{1 - \nu}(\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^0),$$

маємо

$$\Phi(z) = \sum_{n,m} R_{n,m}DL(z_{n,m} - z),$$

$$W(x, y) = \sum_{n,m} [(\gamma + 1)S_{n,m}DL(z_{n,m} - z) - R_{n,m}DL_1(x_n - x, y_m - y)].$$

У вузлових точках $x = x_\nu$, $y = y_\mu$ запишемо

$$\Phi(z_{\nu,\mu}) = \sum_{n,m} R_{n,m}a_{n-\nu, m-\mu},$$

$$W(x_\nu, y_\mu) = \sum_{n,m} [(\gamma + 1)S_{n,m}a_{n-\nu, m-\mu} - R_{n,m}b_{n-\nu, m-\mu}],$$

де $a_{k,p} = DL(z_{k,p})$, $b_{k,p} = DL_1(x_k, y_p)$.

Таким чином, побудовано дискретний розв'язок, який виражено через два двовимірні масиви. Зазначимо, що в загальному випадку такі масиви є чотиридимірними. Елементи цих масивів обчислюються один раз і далі використовуються в ітераційному процесі уточнення пластичних деформацій.

3. Нагрівання пластини нормально-круговим джерелом тепла. Розрахунки виконано для двостороннього нагріву пластини газовим пальником. При визначенні температури вважаємо, що пластинка, яка займає область $-h < z < h$, перебуває в умовах теплообміну з середовищем, температура якого описується нормально-круговим законом Гаусса $T_c = T_0 \exp(-kr^2)$, де T_0 – максимальна температура середовища, k – стала, через яку визначають зосередженість джерел тепла.

Прийmemo, що джерело тепла діє в області з центром у точці (x_0, y_0) упродовж часу $0 < \tau < \tau_k$. У декартовій системі координат температура і напруження матимуть вигляд [1]

$$T^{(1)}(x, y, x_0, y_0) = m^2 T_0 F_0(r, t),$$

$$\sigma_x^{(1)}(x, y, x_0, y_0) = -\frac{\alpha E m^2 T_0}{r^2} \left[F_1(r, t)(x - x_0)^2 + F_2(r, t)(y - y_0)^2 \right],$$

$$\sigma_y^{(1)}(x, y, x_0, y_0) = -\frac{\alpha E m^2 T_0}{r^2} \left[F_1(r, t)(y - y_0)^2 + F_2(r, t)(x - x_0)^2 \right],$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(x, y, x_0, y_0) = -\frac{\alpha E m^2 T_0}{r^2} [F_1(r, t) - F_2(r, t)](x - x_0)(y - y_0),$$

де $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, α – коефіцієнт лінійного температурного розширення,

$$F_0(r, t) = \int_{t_0}^t \frac{1}{1 + 4k\eta} \exp\left(-m^2\eta - \frac{kr^2}{1 + 4k\eta}\right) d\eta,$$

$$F_1(r, t) = \frac{1}{2kr^2} \int_{t_0}^t \exp(-m^2\eta) \left[1 - \exp\left(-\frac{kr^2}{1 + 4k\eta}\right)\right] d\eta,$$

$$F_2(r, t) = F_0(r, t) + F_1(r, t),$$

$m^2 = \text{Bi}/h^2$, $t = a\tau$, τ – час, $t_0 = 0$ при $\tau < \tau_k$ та $t_0 = a(\tau - \tau_k)$ при $\tau \geq \tau_k$. Враховували, що межа текучості залежить від температури згідно табл. 1.

Таблиця 1. Залежність межі текучості від температури

| $T, ^\circ\text{C}$ | 0 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\sigma_T, \text{МПа}$ | 250 | 243 | 214 | 180 | 193 | 170 |

Розрахунки виконано для низьковуглецевої сталі при

$$a_T = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \quad h = 0.004 \text{ м}, \quad \text{Bi} = 0.1,$$

$$k = 500 \text{ м}^{-2}, \quad T_0 = 1100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \alpha = 12 \cdot 10^{-6}, \quad E = 2.07 \cdot 10^5 \text{ град}^{-1}.$$

Час нагрівання приймали $\tau_k = 30$ с. Такі режими нагрівання часто застосовують для локального зміцнення областей, що містять концентратори напружень, здебільшого тріщини. При цьому необхідно вибрати розміщення та інтенсивність теплового навантаження (переважно газових пальників) так, щоб після охолодження біля тріщин виникали стискальні залишкові напруження.

Залишкові напруження $\sigma_r(r)$, $\sigma_\theta(r)$ зображено на рис. 1 суцільними лініями **1**, **2**. Найбільші стискальні напруження, які характеризують ефективність нагрівання, дорівнюють $\sigma_{\theta \max} = -133.5$ МПа і вони виникають на відстані 0.041 м від центру нагріву.

Залишкові напруження часто знаходять з використанням спрощеного підходу на основі застосування теореми Іллюшина про розвантаження. При цьому однак не вдається врахувати додаткове пластичне деформування, яке може виникнути при охолодженні. Розраховані за теоремою Іллюшина напруження зображено штриховими кривими **1'**, **2'**. Обчислені таким чином напруження є достатньо точними в областях, де стиск є максимальним.

Для контролю за точністю розрахунків цю ж задачу в осесиметричній постановці розв'язано за допомогою аналітичного методу з використанням

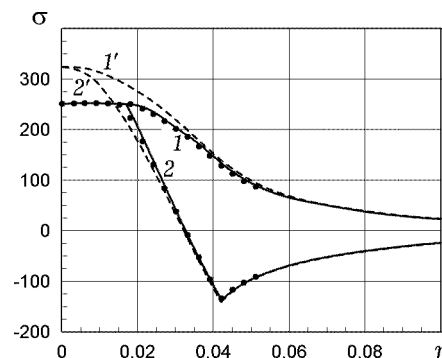


Рис. 1. Залишкові напруження від нагріву джерелом тепла.

наведеного в [2] розв'язку. Розраховані за цим підходом залишкові напруження наведено крапками на кривих 1, 2 (рис. 1). Знайдені з використанням різних методів напруження добре узгоджуються між собою.

4. Урахування вихідних залишкових напружень. Розглянемо пластину зі зварним швом $y = 0$ із початковими залишковими напруженнями. Нехай розподіл цих напружень є відомим і має вигляд

$$\sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0, \quad \sigma_x = \begin{cases} C(1 - y^2/d^2), & |y| \leq d, \\ 0, & |y| > d, \end{cases}$$

де d , C – сталі, які визначають експериментальними методами.

Зазначимо, що такий розподіл напружень є справедливим для низьковуглецевих матеріалів. Спочатку, з метою зниження залишкових напружень, вибирали низькотемпературний нагрів двома джерелами тепла при максимальній температурі нагрівання середовища $T_0 = 800$ °С. Розраховані значення напружень, на які зменшились вихідні напруження при $C = \sigma_T$, $d = 0.028$ м в перерізі $x = 0$ (перпендикулярно до шва) наведено на рис. 2.

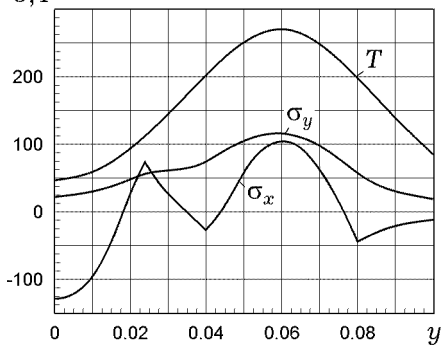


Рис. 2. Напруження, на які зменшились вихідні напруження при нагріві, $b = 0.06$ м в перерізі $x = 0$ (між центрами джерел).

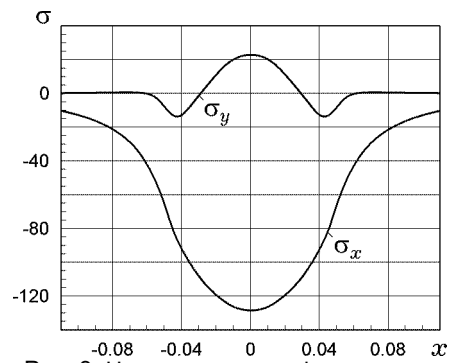


Рис. 3. Напруження, на які зменшились вихідні напруження при нагріві двома джерелами тепла, $b = 0.06$ м в перерізі $y = 0$.

На рис. 3 наведено розподіл напружень уздовж центральної лінії зварного шва $y = 0$. Із рисунків видно, що використання низькотемпературного нагріву (максимальна температура в околі центрів джерел ~ 270 °С) дає змогу зменшити в центрі шва максимальні залишкові напруження вдвічі (від 250 МПа до 120 МПа).

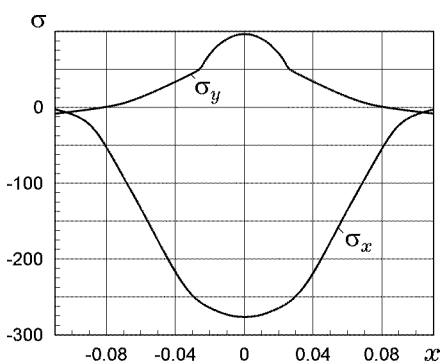


Рис. 4. Напруження, на які зменшились вихідні напруження при інтенсивному локальному нагріві двома джерелами тепла в перерізі $y = 0$.

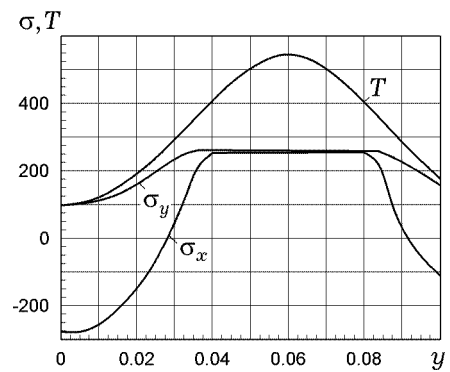


Рис. 5. Напруження, на які зменшились вихідні напруження при нагріві двома джерелами тепла на осі Ox .

Розглянемо високоінтенсивний нагрів, поклавши максимальну температуру середовища $T_0 = 1600^\circ\text{C}$. Значення напружень, на які будуть зменшені вихідні залишкові напруження між джерелами тепла в центрі шва $y = 0$, наведено на рис. 4, а на осі Ox – на рис. 5.

Із аналізу результатів, наведених на рисунках, видно, що при високому нагріві залишкові напруження можуть бути істотно знижені на ділянці довжини ≈ 0.1 м, причому в околі центру нагріву виникають стискальні напруження $\sigma_x = -30$ МПа замість вихідних $\sigma_x = 250$ МПа.

5. Зниження рівня залишкових напружень. На практиці регулювання напружень здійснюють рухомими джерелами тепла. Спочатку вивчимо випадок, коли розглянуте вище нормально-кругове джерело тепла рухається у пластинці без залишкових напружень зі швидкістю v вздовж осі Ox , у початковий момент часу температура пластини є нульовою, центр джерела розміщений в точці $(x_0, 0)$. Формули для визначення температури і пружних напружень для цього випадку наведено в [1].

Розрахунки виконано для випадку, коли $x_0 = -0.2$ м, $Bi = 0.1$, $k = 1000$ м², $T_0 = 128^\circ\text{C}$, $\tau_k = 110$ с, $H = 0.01$ м, $v = 0.004$ м/с.

Розподіл температури і залишкових напружень у пластинці після охолодження в перерізі $y = 0$ наведено на рис. 6. Із рисунка видно, що внаслідок такого нагріву виникають високі залишкові напруження розтягу.

При розгляді пластини із залишковими напруженнями будемо описувати їх за наведеними вище співвідношеннями. Приймаємо, що діють два джерела тепла, які рухаються паралельно до шва на відстанях ± 0.06 м.

Спочатку розраховано температуру і пружні напруження, які виникають у пластинці при достатньо великих значеннях часу. На рис. 7 зображено ізолінії температури в рухомій разом з джерелами тепла системі координат.

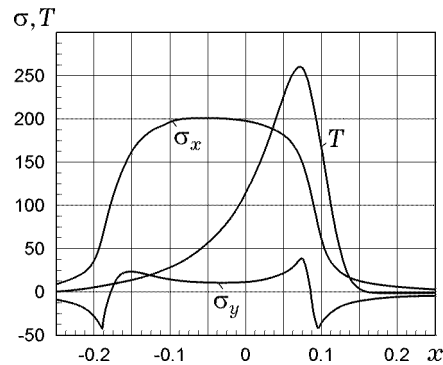


Рис. 6. Розподіл температури і залишкових напружень.

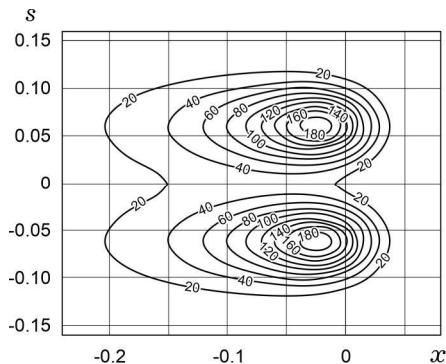


Рис. 7. Розподіл температури за руху джерел тепла.

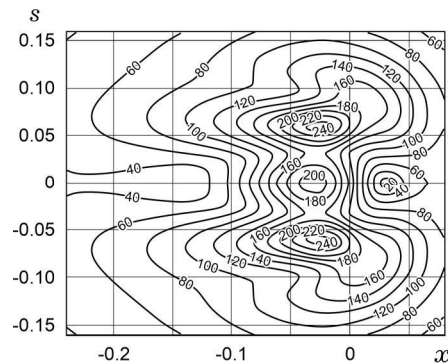


Рис. 8. Ізолінії інтенсивності напружень.

Для спрощення процедури оцінювання результативності термообробки використаємо умову текучості Мізеса. Згідно з цією умовою, в околі середньої лінії зварного шва $y = 0$ відбувається плавлення, якщо величина

$s = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$ є максимальною і досягає межі текучості для розглянутого матеріалу. У зв'язку з цим на рис. 8 наведено ізолінії величини s .

Із рис. 8 видно, що при вибраних відстанях джерел тепла від шва величина s досягає максимального значення на центральній лінії зварного шва. Тобто при такому нагріві створюються оптимальні умови для поширення пластичних деформацій вдовження на зварному шві, що, слід очікувати, приведе до зниження залишкових напружень.

При розрахунках напружень за розробленим числовим алгоритмом приймали, що джерела тепла починають рух, коли їхні центри розташовано у $x = 0.2$ м, температура в початковий момент часу дорівнює нулю. Розраховані значення напружень σ_x , на які змінилися вихідні залишкові напруження вздовж шва в момент часу $\tau = 110$ с, наведено на рис. 9. Видно, що за дії рухомих джерел тепла максимальні залишкові напруження зменшуються вдвічі – від 250 МПа до 125 МПа.

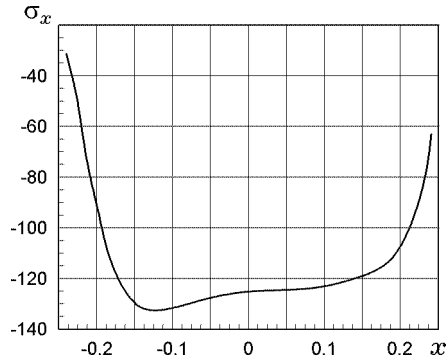


Рис. 9. Розподіл напружень σ_x , на які напруження зменшилися вздовж центру шва.

Висновки. Розвинуто числовий алгоритм розрахунку термопластичного стану пластинок, які перебувають під дією локалізованих джерел тепла. Алгоритм ґрунтується на використанні методу граничних елементів та теорії течіння, асоційованої з умовою Мізеса. Виконано розрахунки термопластичного стану пластинок при нагріванні джерелами тепла, інтенсивність яких описується законом Гаусса. Досліджено залишкові напруження, які виникають в результаті локального нагріву. Розглянуто питання розрахунку ефективності нагріву рухомими джерелами тепла вздовж зварних швів з метою зниження рівня зварних напружень.

1. Коляно Ю. М., Бернар И. И. Температурные напряжения в пластине при двусторонней лазерной обработке // Пробл. прочн. – 1983. – № 5. – С. 36–38.
Te same: Kolyano Y. M., Bernar I. I. Thermal stresses in a plate with two-sided laser machining // Strength Mater. – 1983. – **15**, No. 5. – P. 631–634.
– <https://doi.org/10.1007/BF01523207>.
2. Максимович В. М., Соляр Т. Я. Осесимметрична задача термопластичності для кусково-однорідного кільця // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – **57**, № 4. – С. 154–161.
Te same: Maksymovych V. M., Solyar T. Ya. Axisymmetric problem of thermo-plasticity for a piecewise homogeneous ring // J. Math. Sci. – 2017. – **220**, No. 2. – P. 193–203. – <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3176-4>.
3. Максимович В. Н., Хомляк Л. В. Численно-аналитическое решение задачи термопластичности для локально нагреваемых пологих оболочек // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 5. – С. 126–132.
4. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 708 с.
Te same: Muskhelishvili N.I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. – Leyden: Noordhoff Int. Publ., 1977. – 732 p.
5. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – Киев: Наук. думка, 1972. – 308 с.
6. Demirdžić I., Martinović D. Finite volume method for thermo-elasto-plastic stress analysis // Comput. Method. Appl. Mech. Eng. – 1993. – **109**, No. 3-4. – P. 331–349.
– [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(93\)90085-C](https://doi.org/10.1016/0045-7825(93)90085-C).

7. He Q., Gong Y., Qin F. Application of a FEM–BEM coupling method in steady-state heat transfer problem // Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods XLIV / Cheng A. H.-D. (Ed.). – WIT Transactions on Engineering Sciences. – Vol. 131. – WIT Press, 2021. – P. 121–130.
– <https://doi.org/10.2495/BE440101>.
8. Jankowska M. A. On elastoplastic analysis of some plane stress problems with meshless methods and successive approximations method // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2018. – **95**. – P. 12–24.
– <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2018.06.013>.
9. Kamiya N., Kita E., Koide M. Error estimation and adaptive mesh refinement in boundary element methods // // Boundary Element Technology VIII / Brebbia C. A. (Ed.). – WIT Transactions on Modelling and Simulation. – Vol. 3. – WIT Press, 1993. – P. 343–352.
10. Kythe P. K. An introduction to boundary element methods. – Boca Raton, etc: CRC Press, 2020. – 384 p.
11. Nowacki W. Thermoelasticity. – Oxford: Pergamon, 1986. – 578 p.
12. Qin F., He Q., Gong Y., An T., Chen P., Dai Y. The application of FEM-BEM coupling method for steady 2D heat transfer problems with multi-scale structure // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2022. – **137**. – P. 78–90.
– <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2022.01.009>.

ELASTOPLASTIC AND RESIDUAL STRESSES IN PLATES UNDER THE LOCAL HEATING BY HEAT SOURCES

The thermoplastic state of plates under the action of localized heat sources with arbitrary distribution profiles is investigated. For the analysis of the plastic deformation, which was considered within the framework of the theory of non-isothermic yield associated with the von Mises yield criterion, a numeric algorithm is developed based on the use of the boundary element method. A problem on the selection of the heating regimes is considered for the reduction of the residual stresses by using the moving or fixed heat sources of intensity governed by the normal circular Gauss law.

Key words: thermoplastic state, residual stresses, local heating, plastic deformation, boundary element method.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

² Нац. ун-т «Львівська політехніка», Львів

³ Львівський нац. ун-т природокористування, Львів

Одержано
04.04.24