

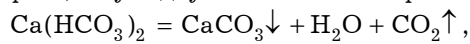
## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПОМ'ЯКШЕННЯ ВОДИ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ В ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

*Запропоновано математичну модель процесу зміни жорсткості води при її фільтрації у пористому середовищі, скелет якого утворений з іонообмінних смол (каїнітів) або подрібнених цеолітів. Для отриманих рівнянь моделі сформульовано відповідні задачі математичної фізики та проведено якісний аналіз їхніх розв'язків, що відповідають різним фізичним умовам конвективної дифузії іонів домішкових частинок. Одержано наближені розв'язки з використанням спеціальних функцій. Встановлено оцінку значень коефіцієнтів дифузії і сталої Генрі.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, фільтрація, сорбція – десорбція іонів, жорсткість води, коефіцієнт дифузії.

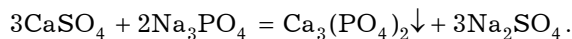
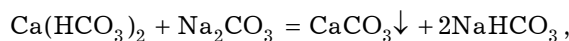
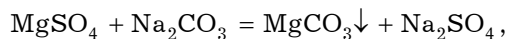
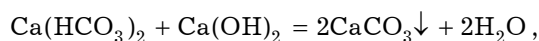
**Вступ.** У технологічних процесах промислової очистки води перед використанням важливим є етап зменшення її твердості [5]. Розрізняють тимчасову (карбонатну) і сталу твердість води. Тимчасова твердість зумовлюється наявністю кислих карбонатів (гідрокарбонатів) кальцію і магнію:  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  і  $\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2$ , а стала – наявністю сульфатів і хлоридів кальцію та магнію, тобто  $\text{CaSO}_4$ ,  $\text{MgSO}_4$  та  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$  [7]. Загальна твердість води є сумою тимчасової і сталої твердості. Для зміни твердості води, тобто її пом'якшення, з води потрібно видалити йони  $\text{Ca}^{2+}$  і  $\text{Mg}^{2+}$  [1, 4].

Тимчасову твердість води, яка пов'язана з наявністю розчинних солей Ca та Mg, наприклад  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  та  $\text{Mg}(\text{HCO}_3)_2$ , можна усунути кип'ятінням. При цьому відбуваються такі перетворення:



тобто під час нагрівання йони  $\text{Ca}^{2+}$  і  $\text{Mg}^{2+}$  виводяться з розчину у вигляді нерозчинних карбонатів (позначено стрілкою донизу) [4].

Постійна жорсткість води зумовлена сульфатами та хлоридами кальцію і магнію, які не усуваються кип'ятінням, оскільки вони не розкладаються при зміні температури. Її позбуваються введенням у воду деяких реагентів – карбонату натрію (кальцинована сода), гідроксиду кальцію (вапняна вода) або ортофосфату натрію [6]. При цьому водночас усувається і тимчасова, і постійна твердість води, тобто загальна жорсткість води відповідає, наприклад, таким перетворенням:



Практично реалізувати введення необхідної кількості згаданих реагентів може виявитись технічно складною задачею. Тому для видалення іонів  $\text{Ca}^{2+}$  і  $\text{Mg}^{2+}$  широко використовують фільтри різної природи.

**1. Об'єкт дослідження і постановка задачі.** Сучасний спосіб пом'якшення води ґрунтується на використанні так званих іонообмінних смол –

<sup>✉</sup> chaplia@cmm.lviv.ua

катионітів або подрібнених цеолітів, що утворюють пористий скелет. Катионіти – це тверді речовини, нерозчинні у воді, до складу яких входять рухливі катиони  $\text{Na}^+$  у вигляді солей органічних кислот. Спрощено їх позначають  $\text{Na}_2\text{R}$ . Може відбуватись заміна катионів  $\text{Na}^+$  на катиони водного розчину, наприклад на  $\text{Ca}^{2+}$  і  $\text{Mg}^{2+}$ . Під час пропускання жорсткої води крізь колонку з зернами катионіту іони  $\text{Ca}^{2+}$  і  $\text{Mg}^{2+}$  затримуються в ньому, а катиони  $\text{Na}^+$  з катионіту переходять у воду:



Катионіт періодично регенерують, промиваючи його концентрованим розчином хлориду натрію, тобто смолу можна відновити добре очищеним розчином виварної солі ( $\text{NaCl}$ ).

Процеси йонного обміну відрізняються від процесів фізичної сорбції в основному тим, що в останньому випадку відбувається зміна локального стану електронейтральних частинок чи молекул. У випадку фільтрації розчинів, які містять згадані іони, вважається, що вони спочатку переносяться разом з розчином до місця, де вони сорбуються на внутрішній поверхні скелета. Далі іони дифундують у твердій частці до активних центрів, де відбувається реакція йонного обміну і остаточне зв'язування зі скелетом.

При цьому вивільняються іони натрію  $\text{Na}^+$ , які переходять у розчин.

При математичному описанні цих процесів приймемо низку припущень, які відповідають основним властивостям матеріалу каїніту чи цеоліту, відомим кінетичним характеристикам процесів, що розглядаються, та умовам проведення експерименту.

У процесі фільтрації розчин, як і скелет, можна вважати нестисливим. Це означає, що концентрація домішкових речовин є малою і можна знехтувати зміною густини потоку внаслідок їхнього переходу в зв'язаний зі скелетом стан.

Фільтрацію і адсорбцію домішкових компонент розчину (іонів  $\text{Ca}^{2+}$  чи  $\text{Mg}^{2+}$ ), як правило, можна розглядати незалежно.

Умови експерименту забезпечують рух розчину в порах скелета з постійною швидкістю ( $v = \text{const}$ ) у кожному поперечному перерізі колони фільтрації.

При описі процесу фільтрації етап дифузії у твердій фазі та реакцію йонного обміну будемо трактувати як стоки (джерела) маси домішкового компонента. Приймемо при цьому, що в кожен момент часу і в кожній точці між концентрацією домішки у розчині (адсорбтив) і концентрацією зв'язаної зі скелетом домішки (адсорбат) зберігається локальна термодинамічна рівновага. Це відповідає нескінченно великому значенню коефіцієнта масопередачі. Якщо такий зв'язок між концентраціями є лінійним, то це закон Генрі [4].

Експеримент проводиться за термічно однорідних умов, а тепловідлення при протіканні розглядуваних процесів є нехтовно малими. Це означає, що температура розчину і твердої фази однакові та постійні.

**2. Вихідні співвідношення фільтрації.** Запишемо матеріальне рівняння балансу домішкової речовини з урахуванням процесів адсорбції, які відповідають згаданим вище умовам проведення експерименту.

Розглянемо деякий фізично малий макроскопічний елементарний об'єм у формі циліндра з площею основи  $dS$  і висотою  $dx$ . При цьому систему координат виберемо так, щоб вісь  $Ox$  була спрямована вертикально – перпендикулярно до основи циліндра (фільтраційної колони адсорбату) (рис. 1).

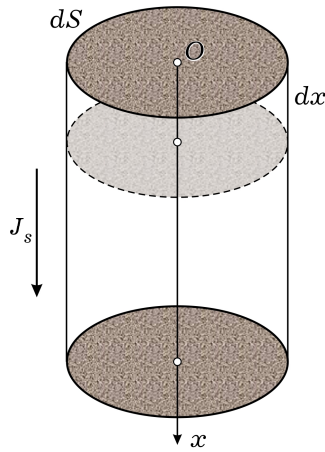


Рис. 1

Якщо через  $C_1(x, \tau)$  позначити концентрацію домішок у розчині, а через  $C_2(x, \tau)$  – її концентрацію у скелеті, то сумарну зміну кількості йонів  $\text{Ca}^{2+}$  чи  $\text{Mg}^{2+}$  у вибраному вище елементарному об'ємі можемо подати у вигляді

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} d\tau dS dx + \frac{\partial C_2}{\partial \tau} d\tau dS dx, \quad (1)$$

де  $x$  – координата,  $\tau$  – час.

Ця зміна пов'язана з просторовими потоками домішкової речовини. Сумарний потік домішкової речовини  $J_s$  спрямований уздовж осі  $Ox$  і складається з конвективної  $vC_1(x, \tau)$  та дифузної  $J(x, \tau)$  складових. Різниця потоків  $\Delta J_s$  на верхній і нижній гранях фізично малого підциліндра буде

$$\Delta J_s = -d[vC_1(x, \tau) + J(x, \tau)] dS d\tau.$$

Якщо прийняти  $v = \text{const}$  (усталений режим фільтрації), тоді маємо

$$\Delta J_s = -v \frac{\partial C_1}{\partial x} dx dS d\tau - \frac{\partial J}{\partial x} dx dS d\tau. \quad (2)$$

Співставляючи вирази (1) і (2), рівняння матеріального балансу для елементарного підциліндра запишемо у вигляді

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} d\tau dS dx + \frac{\partial C_2}{\partial \tau} d\tau dS dx = -v \frac{\partial C_1}{\partial x} dx dS d\tau - \frac{\partial J}{\partial x} dx dS d\tau,$$

або, коли врахувати довільність вибору елементарного об'єму  $dS dx \neq 0$  і часової зміни  $d\tau \neq 0$ , то остаточно отримаємо

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + \frac{\partial C_2}{\partial \tau} = -v \frac{\partial C_1}{\partial x} - \frac{\partial J}{\partial x}. \quad (3)$$

Можна прийняти, що в цьому випадку дифузійний потік визначається тільки градієнтом концентрації домішкової речовини у розчині [2], тобто

$$J(x, \tau) = -D \frac{\partial C_1(x, \tau)}{\partial x}, \quad (4)$$

де  $D$  – коефіцієнт дифузії домішки в розчині.

Зауважимо, що в загальному випадку коефіцієнт дифузії також може залежати від часової і просторової координат, тобто  $D = D(x, \tau)$ .

Якщо прийняти  $D = \text{const}$  і підставити вираз (4) у рівняння матеріального балансу (3), то знайдемо

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + v \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial C_2}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Зазначимо, що в літературі співвідношення (3) і (4) носять назву законів дифузії Фіка [2].

Відповідно до прийнятих припущень, у кожен момент часу і в кожній точці зберігається локальна термодинамічна рівновага між концентрацією домішки у розчині (адсорбтив) і концентрацією зв'язаної зі скелетом (адсорбат) домішки. Запишемо цей зв'язок між концентраціями у вигляді функціональної залежності (рівняння ізотерми адсорбції)

$$C_2 = f(C_1). \quad (6)$$

Записане рівняння ще часто називають рівнянням адсорбції.

Таким чином, процес очищення водного розчину в експериментальній колоні буде описуватись системою двох рівнянь (5), (6).

Для розв'язання і аналізу цієї системи рівнянь слід додати початкові та граничні умови.

Нехай до початку процесу фільтрації адсорбат був відсутній по всій довжині колони  $L$ . Тоді за початкові умови можемо прийняти рівність нульові концентрації частинок домішкової речовини в області колони:

$$C_1(x, \tau)|_{\tau=0} = C_2(x, \tau)|_{\tau=0} = 0, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (7)$$

Протягом усього процесу у верхній переріз колони адсорбенту поступає адсорбат з розчину, де концентрація його є постійною:  $C_0 = \text{const}$ . Тому як граничну умову при  $x = 0$  можемо прийняти

$$C_1(x, \tau)|_{x=0} = C_0 = \text{const}, \quad \tau > 0. \quad (8)$$

При цьому на поверхні  $x = 0$  концентрація домішки, зв'язаної зі скелетом, є шуканою функцією від часу

$$C_2(x, \tau)|_{x=0} = C_2(\tau), \quad \tau > 0. \quad (9)$$

Якщо за допомогою рівняння (6) ізотерми адсорбції виключити з рівняння (5) концентрацію домішки в твердій фазі, то отримаємо рівняння фільтрації домішки в розчині з ефективними характеристиками

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + v_a \frac{\partial C_1}{\partial x} = D_a \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}, \quad (10)$$

де введено ефективну швидкість руху частинок з розчином

$$v_a(C_1) = \frac{v}{1 + f'(C_1)} \quad (11)$$

та ефективний коефіцієнт дифузії в розчині

$$D_a(C_1) = \frac{D}{1 + f'(C_1)}, \quad (12)$$

де  $f'(C_1) \equiv \frac{df}{dC_1}$ .

На рис. 2 показано характерну поведінку коефіцієнта  $D_a(C_1)$ , обчисленого за формулою (12), для різних типів функції  $f(C_1)$ . Тут крива **1** відповідає квадратичній функції ( $f(C_1) = aC_1^2 + bC_1 + p$ ), крива **2** – кубічній ( $f(C_1) = aC_1^3 + bC_1^2 + pC_1 + r$ ), криві **3** і **4** – функціям помилок типу  $\text{erf}$  ( $f(C_1) = a \text{erf}(bC_1)$ ) і  $\text{erfc}$  ( $f(C_1) = a \text{erfc}(bC_1)$ ), відповідно;  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $r$  – деякі сталі.

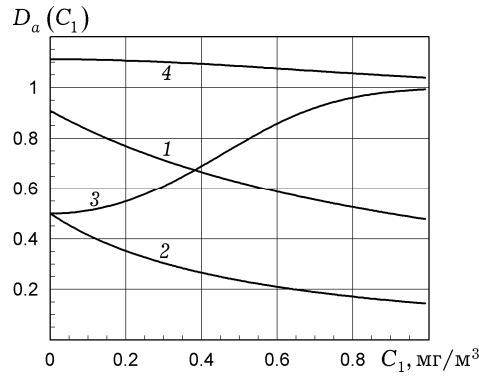


Рис. 2

Варто підкреслити, що рівняння (10) для визначення концентрації  $C_1(x, \tau)$  домішки в розчині є нелінійним.

**3. Деякі часткові розв'язки.** У частковому випадку, коли ефективний коефіцієнт дифузії  $D_a$  є малим і членом  $D_a \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}$  можна знехтувати, тоді рівняння (10) набуває вигляду

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} + v_a \frac{\partial C_1}{\partial x} = 0. \quad (13)$$

Розв'язки рівняння (13) істотно залежать від початкового розподілу і форми залежності  $C_2 = f(C_1)$  ізотерми адсорбції. Так, якщо в початковий момент часу є деякий розподіл домішки в розчині за товщиною колони  $C_1(x, \tau)|_{\tau=0} = C_1(x)$  (як правило, подібний до «розмитого»  $\theta$ -подібного розподілу), то в наступні моменти часу в області тіла будуть виникати розподіли домішки, породжені рухом зі швидкістю  $v_a(C_1(x, \tau))$ , яка визначається формулою (11).

Коли залежність  $C_2 = f(C_1)$  така, що крива  $C_2 = f(C_1)$  є опуклою у напрямі осі  $OC_2$  (друга вісь –  $OC_1$ ) і виконується умова

$$C_1' < C_1'' \Rightarrow \left. \frac{df}{dC_1} \right|_{C_1=C_1'} > \left. \frac{df}{dC_1} \right|_{C_1=C_1''}, \quad (14)$$

тоді для розподілів концентрацій маємо

$$\tau_2 > \tau_1 \Rightarrow \left| \frac{\partial C_1}{\partial x} \right|_{\tau_2} > \left| \frac{\partial C_1}{\partial x} \right|_{\tau_1}, \quad (15)$$

тобто «крутизна» розподілів зростає і вони прямують до  $\theta$ -функції (східчастий розподіл, де висота сходинок досягає рівня концентрації  $C_0$ ).

У протилежному випадку, коли крива  $C_2 = f(C_1)$  є опуклою в напрямі осі  $OC_1$  і виконується умова

$$C_1' < C_1'' \Rightarrow \left. \frac{df}{dC_1} \right|_{C_1=C_1'} < \left. \frac{df}{dC_1} \right|_{C_1=C_1''},$$

то

$$\tau_2 > \tau_1 \Rightarrow \left| \frac{\partial C_1}{\partial x} \right|_{\tau_2} < \left| \frac{\partial C_1}{\partial x} \right|_{\tau_1},$$

і «крутизна» розподілу з ростом часу спадає, тобто початковий  $\theta$ -подібний розподіл все більше «розмивається».

Форма початкового розподілу концентрації

$$C_1(x, \tau)|_{\tau=0} = C_1(x)$$

не змінюється, коли концентрації  $C_2(x, \tau)$  і  $C_1(x, \tau)$  пов'язані законом Генрі [4]:

$$C_2(x, \tau) = \beta_T C_1(x, \tau), \quad (16)$$

де  $\beta_T$  – константа розподілу концентрації.

Виділяється окремо випадок так званого «обривного» фронту, коли у початковий момент часу розподіл концентрації прямує до  $\theta$ -функції. Тоді приймається, що кожна матеріальна точка розчину (фізично малий елемент), у якій концентрація є фіксованою, рухається з постійною швидкістю, (закон Вільсона [4]):

$$v_0 = \frac{vC_0}{C_0 + C_{20}} = \text{const}, \quad (17)$$

де  $C_{20} = f(C_0)$  – рівноважна концентрація адсорбованої домішки.

Повернемось тепер до розв'язку вихідного рівняння (10) при початкових (7) і граничних умовах (8), (9).

Введемо нову змінну

$$z = x - v_0\tau,$$

початок відліку якої рухається разом із фронтом сорбції відповідно до закону Вільсона з постійною швидкістю (17). Тоді вихідне рівняння (8) набуде вигляду

$$(v_a - v_0) \frac{\partial C_1}{\partial z} = D_a \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2}. \quad (18)$$

Аналіз розв'язків цього рівняння може бути виконаний із використанням фізичних наближень.

Нехай у початковий момент часу  $\tau_0$  розподіл концентрації має вигляд  $\theta$ -функції, який зберігається у близькі до початкового моменту часу. У наступні моменти часу  $\tau > \tau_0$  спостерігається деякий  $\theta$ -подібний розподіл, середня точка якого  $C_0/2$  рухається з постійною швидкістю  $v_0 = v/(1 + C_{20}/C_0) = \text{const}$ . Тоді часто кажуть, що це стаціонарний фронт. Із ростом часу дисперсія цього розподілу зростає. Його наближену форму можна знайти з рівняння (18) за граничних умов

$$C_1|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad \left. \frac{dC_1}{dz} \right|_{z \rightarrow \infty} = 0.$$

Відповідно при цьому  $C_2|_{z \rightarrow \infty} = 0$ .

Профіль стаціонарного фронту тоді можемо визначати з виразу

$$z(C_1') = \frac{D(C_{20} + C_0)}{vC_{20}} \int_{C_1'}^{C_1''} \frac{dC_1}{C_1 - (C_0/C_{20})f(C_1)},$$

де  $C_1'$  і  $C_1''$  – деякі граничні значення концентрацій на кривій розподілу.

У випадку виконання закону Генрі (16) криву розподілу наближено можна шукати з виразу

$$C_1(x, \tau) = \frac{C_0}{2} \left[ 1 - \text{erf} \left( \frac{x - v_a\tau}{2\sqrt{D_a\tau}} \right) \right] \equiv \frac{C_0}{2} \text{erfc} \left( \frac{x - v_a\tau}{2\sqrt{D_a\tau}} \right), \quad (19)$$

який є розв'язком вихідної задачі при постійних коефіцієнтах рівняння. Тут  $\text{erf}(\cdot)$ ,  $\text{erfc}(\cdot)$  – інтеграли ймовірностей [3].

На рис. 3 проілюстровано характерні розподіли функції  $C_1(x, \tau)$  у різні моменти часу (рис. 3а) і для різних значень коефіцієнта  $D_a$  (рис. 3б). Тут за базові значення параметрів прийнято  $\tau = 0.3$  с,  $D = 7.1 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/с,  $v \approx 2.8 \cdot 10^{-7}$  м/с. Криві 1–5 на рис. 3а відповідають моментам часу  $\tau = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$  с, а на рис. 3б – значенням коефіцієнта ефективної дифузії  $D_a \cdot 10^{11} = 7.1, 8.6, 10.2, 11.5, 13$  м<sup>2</sup>/с.

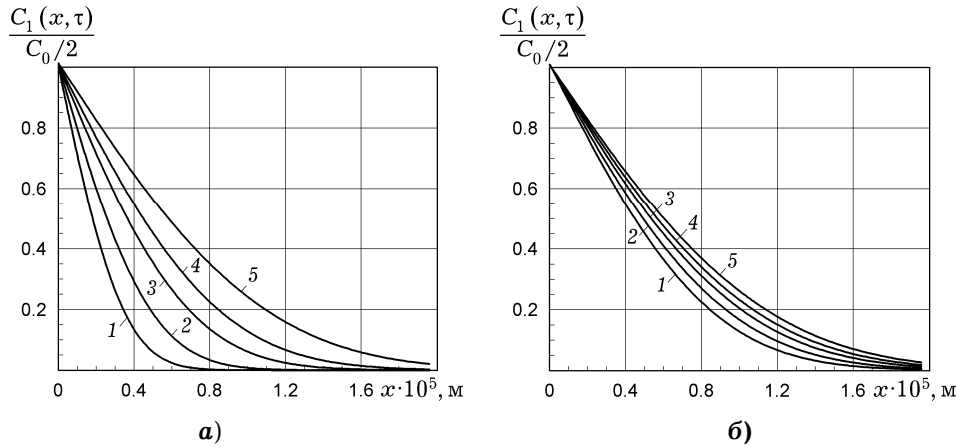


Рис. 3

Зазначимо, що розв'язок для півпростору рівняння (10) при постійних коефіцієнтах і таких початкових та граничних умовах:

$$C_1|_{\tau=0} = 0, \quad C_1|_{x=0} = C_0, \quad \left. \frac{dC_1}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} = 0,$$

буде

$$C_1(x, \tau) = C_0 \operatorname{erfc} \left( \frac{x - v_a \tau}{2\sqrt{D_a \tau}} \right),$$

тобто він відрізняється множителем 2 від наведеного вище розв'язку (19).

Визначимо потік домішкової речовини

$$J(x, \tau) = -vC_1(x, \tau) - D \frac{\partial C_1(x, \tau)}{\partial x} \quad (20)$$

і сумарну кількість речовини, яка пройшла через товщину  $x_0$  фільтраційної колони за деякий час  $\tau^*$ , тобто

$$Q(x_0, \tau^*) = \int_0^{\tau^*} J(x_0, \tau) d\tau.$$

Якщо підставимо розв'язок (19) задачі у формулу (20), тоді одержимо

$$J(x, \tau) = -\frac{vC_0}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{x - v\tau}{2\sqrt{D\tau}} \right) + \sqrt{\frac{Dk}{\pi\tau}} e^{-\frac{(x-v\tau)^2}{4D\tau}}.$$

За отриманими результатами і наведеними в літературі даними встановлено такі значення коефіцієнтів дифузії та константи Генрі:

$$D = [7.1 \div 13.0] \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \beta_T \approx 3,$$

а також

$$v \approx 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}, \quad z_0 = 0.87 \text{ м}, \quad C_0 = 6.5 \text{ мг/м}^3.$$

**Висновки.** Запропоновано математичну модель процесу пом'якшення води під час фільтрації водного розчину через колону пористого матеріалу. Отримано рівняння матеріального балансу домішкової речовини з урахуванням процесів адсорбції. Розглянуто випадки коефіцієнта дифузії, залежного від просторової координати, та його сталого значення. Проаналізовано часткові варіанти моделі, в яких коефіцієнт ефективної дифузії є нехтовно малим, і випадок «обривного» фронту, коли у початковий момент часу розподіл концентрації є близьким до розподілу  $\theta$ -функції. Визначено співвідношення для профілю стаціонарного фронту, коли середня точка деякого  $\theta$ -подібного розподілу рухається з постійною швидкістю. Отримано співвідношення для обчислення кривої розподілу концентрації у випадку виконання закону Генрі. Встановлено оцінки коефіцієнтів математичної моделі і сталої Генрі.

У подальших дослідженнях слід проаналізувати, які конкретні матеріали найкраще використати для фільтрів, якою повинна бути їхня оптимальна товщина або зі скількох шарів такий фільтр повинен складатися (шари можуть мати різні властивості). І оскільки, як правило, фільтруються значні об'єми води, то також необхідно встановити, які розрахунки для цього потрібні.

1. Горев Л. М., Пелешенко В. І., Хільчевський В. К. Гідрохімія України. – Київ: Вища шк., 1995. – 307 с.
2. Де Гроот С. П., Мазур П. Неравновесная термодинамика. – Москва: Мир, 1964. – 456 с.  
Te same: Groot de S. R., Mazur P. Non-equilibrium thermodynamics. – Amsterdam: North-Holland, 1962. – x+510 p.
3. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – Москва: Наука, 1979. – 830 с.  
Te same: Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables / Eds M. Abramowitz, I. A. Stegun. – New York: Dover Publ., 1972. – 1046 p.
4. Чуб І. М. Масообмінні процеси водопідготовки. – Харків: Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова, 2020. – 161 с.
5. Perkin M. R., Craven J., Logan K., Strachan D., Marrs T., Radulovic S., Campbell L. E., MacCallum S. F., McLean W. H. I., Lack G., Flohr C. Association between domestic water hardness, chlorine, and atopic dermatitis risk in early life: A population-based cross-sectional study // J. Allergy Clin. Immunol. – **138**, No. 2. – 2016. – P. 509–516. – <https://doi.org/10.1016/j.jaci.2016.03.031>.
6. Sorg T. J., Schock M. R., Lytle D. A. Ion exchange softening: Effects on metal concentrations // J. Am. Water Works Assoc. – 1999. – **91**, No. 8. – P. 85–97. – <https://doi.org/10.1002/j.1551-8833.1999.tb08685.x>.
7. Weingärtner H. Water // Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. – Weinheim: Wiley-VCH, 2000. – [https://doi.org/10.1002/14356007.a28\\_001](https://doi.org/10.1002/14356007.a28_001).

#### MATHEMATICAL MODELING OF WATER SOFTENING PROCESSES DURING FILTRATION IN POROUS MEDIA

*The mathematical model of the process of changing water hardness during its filtration in a porous medium, the skeleton of which is formed from ion-exchange resins (kainites) or crushed zeolites, is proposed. For the obtained equations of the model, the corresponding problems of mathematical physics are formulated and their solutions corresponding to different physical conditions of convective diffusion of impurity ions are analyzed qualitatively. The approximate solutions are written using special functions. The values of diffusion coefficients and Henry's constant are estimated.*

**Key words:** mathematical modeling, filtration, sorption-desorption of ions, water hardness, diffusion coefficient.