

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КЛАММЕРОВ НА ПРОЧНОСТЬ И УДЕРЖИВАЮЩЕЕ УСИЛИЕ СЪЕМНЫХ ОРТОПЕДИЧЕСКИХ ПРОТЕЗОВ

Разработана методика расчета характеристик кламмеров частичных съёмных стоматологических протезов, которые изготовлены из термопластичных пластмасс. Методика включает следующие этапы: расчет удельного давления кламмера на удерживающий зуб, определение максимальных внутренних усилий и напряжений кламмера, а также его формы в ненагруженном состоянии. Проведенные исследования позволяют выбрать оптимальные размеры кламмера для создания необходимого удерживающего усилия протеза при достаточной его прочности.

Ключевые слова: частичные съёмные протезы, форма кламмера, термопласты, внутренние усилия, напряжения.

Восстановление целостности зубочелюстной системы часто осуществляется с помощью частичных съёмных протезов [4]. Основным материалом, из которого изготавливают пластинчатые съёмные протезы, являются акриловые пластмассы. Однако в силу малой эластичности, низкой ударной и усталостной прочности изделий из акриловых пластмасс, они часто разрушаются в процессе жевания и при падении на пол [14]. Вследствие этого все большее применение в качестве материала для протезов находят термопластические материалы (термопласты), например нейлон. Нейлон, в отличие от аморфных акриловых пластмасс, является кристаллическим полимером, который обладает малой растворимостью и токсически безопасен для пациентов [13]. Стоматологические нейлоны имеют хорошие литевые свойства, низкую литейную усадку и влагопоглощаемость, хорошо обрабатываются и полируются. Протезы из них имеют высокие эстетические качества [13]. По сравнению с акриловыми пластмассами нейлон имеет меньшую прочность и жесткость [11, 12, 15]. Модуль упругости при изгибе акриловых пластмасс находится в пределах 2.4...3.6 ГПа, а нейлона – 0.87...1.7 ГПа. Пределы прочности акриловых пластмасс и нейлона равны 64...91 МПа и 36...55 МПа соответственно [12]. Меньшая жесткость нейлона и его достаточно высокие прочностные свойства позволяют изготавливать из них не только базис, но и фиксирующие элементы протеза, в частности, удерживающие кламмеры. Для того, чтобы кламмеры пластинчатых протезов были надежными, их размеры должны быть соответственно обоснованы. При выборе размеров и формы кламмеров надо использовать методы механико-математического моделирования, которые в последнее время находят все большее применение в различных областях стоматологического лечения и дают возможность повысить его эффективность [1–5, 7, 10].

На рис. 1 показан пластинчатый протез, который состоит из базиса **1** с искусственными зубами **2**. Базис **1** опирается на часть альвеолярного отростка челюсти, где отсутствуют зубы, и удерживается кламмерами **3**. Базис и кламмеры изготовлены как единое целое из термопластичных пластмасс. При закреплении на удерживающий зуб кламмер упруго деформируется и создает усилие фиксации протеза. Между протезом и зубом возникает сила трения F , которая фиксирует протез на удерживающих зубах. Протез, изображенный на рис. 1, фиксируют два кламмера с углом охвата удерживающего зуба, равным α . Если предположить, что удельное давление p кламмера на удерживающий зуб распределено равномерно и

✉ ayagrigorenko1991@gmail.com

поверхность зуба имеет форму цилиндра радиусом R_1 , то усилие фиксации протеза F на опорных зубах будет равно

$$F = 4\alpha R_1 k p \text{ [Н]}, \quad (1)$$

где k – коэффициент трения скольжения нейлона по удерживающему зубу.

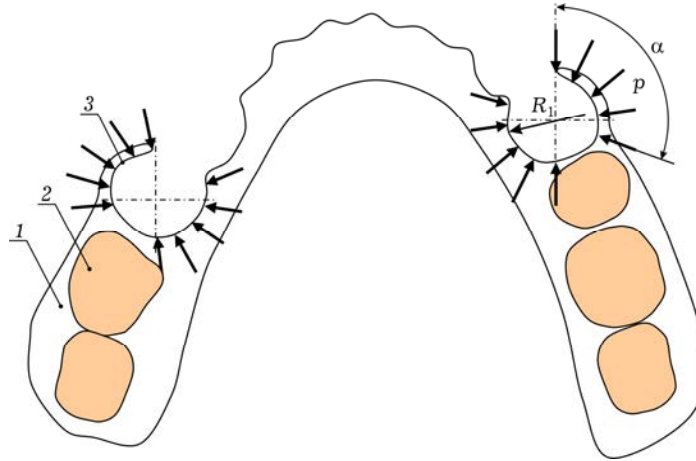


Рис. 1

Из (1) можно определить необходимое удельное давление p кламмера на удерживающий зуб при заданной величине усилия фиксации F

$$p = F / 4\alpha R_1 k \text{ [Н/мм]}. \quad (2)$$

Целью этой работы является исследование влияния формы и размеров кламмеров протезов, изготовленных из термопластичных пластмасс, на эффективность стоматологического ортопедического лечения. Для достижения этой цели надо определить, какую форму должен иметь кламмер протеза, чтобы его давление на удерживающий зуб было равномерным. Рассматриваемую в этой работе задачу можно отнести к основным прямым задачам механики деформируемого твердого тела, когда заданы размеры тела и действующие на него усилия, а необходимо определить напряжения и перемещения его точек в процессе деформирования [6]. Зная перемещения тела в процессе деформирования, можно затем определить и его форму до деформации. Так как предполагается, что перемещения точек и деформации кламмера малы, то в расчетах напряженно-деформированного состояния будем полагать, что форма кламмера в процессе нагружения не меняется.

На рис. 2 представлена расчетная схема кламмера в положении, когда на него со стороны зуба оказывается равномерно распределенное удельное давление p [4]. Кламмер защемлен в базисе протеза. Так как поперечные размеры зуба находятся в пределах 6...12 мм, а толщина стенки кламмера h превышает 1 мм, то при радиусе внутренней поверхности кламмера $R_1 = 5$ мм отношение h к R_1 превышает величину 0,2, и кламмер можно отнести к кривым брусам большой кривизны. В [8] рассмотрена задача определения внутренних усилий и перемещений тонкого кривого стержня [9], нагруженного на конце сосредоточенной силой. В отличие от [8, 9], рассмотрим задачу определения внутренних усилий и перемещений в кривом брусе большой кривизны, нагруженного равномерно распределенным давлением.

Обозначим радиус нейтральной поверхности кламмера, т. е. поверхности, материальные волокна которой не деформируются, символом r . Чтобы определить необходимую толщину h и ширину b кламмера, надо найти внутренние усилия и напряжения, действующие в теле кламмера.

Под действием равномерно распределенной нагрузки p в поперечных сечениях кривого бруса возникают изгибающий момент M , усилие растяжения N и перерезывающая сила Q . Определим эти величины в сечении кривого бруса, расположенном под произвольным углом β . Будем рассматривать напряженно-деформированное состояние кламмера в полярной системе координат (ρ, ω) . На элементарный участок кривого бруса, расположенный под углом ω и имеющий длину $r d\omega$, действует направленное в радиальном направлении элементарное усилие dP :

$$dP = pr d\omega. \quad (3)$$

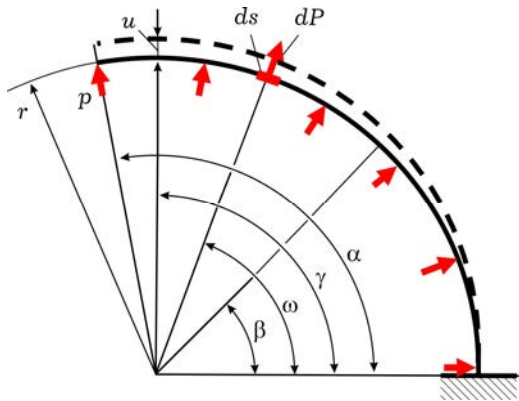


Рис. 2

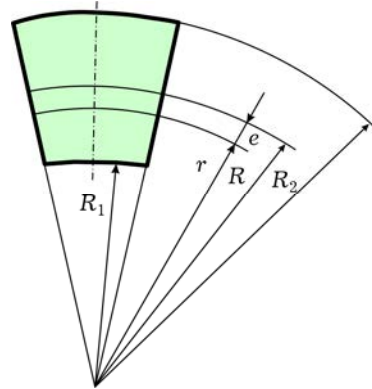


Рис. 3

Проинтегрируем элементарные усилия dP в пределах от β до α и получим внутренние усилия M , N и Q в сечении, расположенном под углом β :

$$M = \int_{\beta}^{\alpha} r \sin(\omega - \beta) pr d\omega = pr^2 [1 - \cos(\alpha - \beta)], \quad (4)$$

$$N = \int_{\beta}^{\alpha} \sin(\omega - \beta) pr d\omega = pr [1 - \cos(\alpha - \beta)], \quad (5)$$

$$Q = \int_{\beta}^{\alpha} \cos(\omega - \beta) pr d\omega = pr \sin(\alpha - \beta). \quad (6)$$

Изгибающий момент и продольное усилие достигают своих максимальных значений M_m и N_m в сечении бруса, расположенном под углом $\beta = 0$, а максимальное перерезывающее усилие Q_m — в сечении под углом $\beta = \alpha - \pi/2$:

$$M_m = pr^2(1 - \cos \alpha), \quad N_m = pr(1 - \cos \alpha), \quad Q_m = pr. \quad (7)$$

На рис. 4 показаны графики зависимости внутренних усилий M , N и Q , действующих в сечениях кривого бруса.

Внутренние усилия M и N вызывают в поперечном сечении бруса нормальные напряжения. Нормальные напряжения от действия N распределяются в поперечном сечении кривого бруса равномерно, а от M — по гиперболическому закону. В кривых брусках нейтральная поверхность сечения проходит не через его центр тяжести, который находится на координате R , а является поверхностью с координатой r , которая удалена от

центра тяжести на расстояние $e = R - r$ (см. рис. 3). Если сечение кламмера имеет прямоугольную форму, ограниченную наружным радиусом R_2 , то радиус r будет равен $r = h / \ln(R_2/R_1)$ [8].

Нормальные напряжения от изгибающего момента, возникающие на внутренней поверхности кламмера, будут напряжениями растяжения σ_{mp} , а на внешней поверхности – сжатия σ_{mc} [8]:

$$\sigma_{mp} = \frac{M_m}{eS} \frac{r - R_1}{R_1}, \quad \sigma_{mc} = \frac{M_m}{eS} \frac{r - R_2}{R_2}, \quad (8)$$

где $S = hb$ – площадь поперечного сечения кламмера.

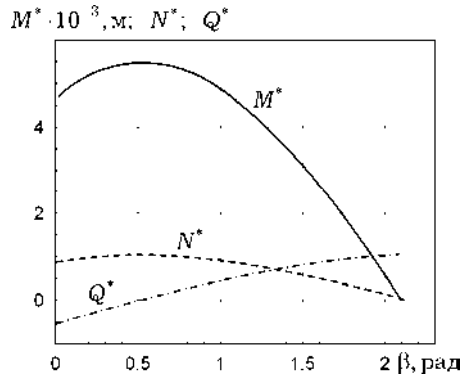


Рис. 4

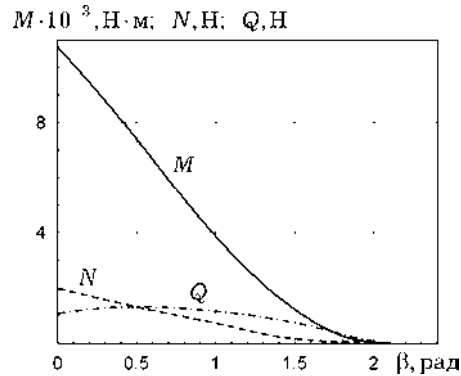


Рис. 5

Нормальные напряжения σ_p от действия продольной силы N_m :

$$\sigma_p = \frac{N_m}{S}. \quad (9)$$

Суммарные нормальные напряжения на внутренней σ_1 и на наружной σ_2 поверхностях кламмера будут равны соответственно

$$\sigma_1 = \sigma_{mp} + \sigma_p, \quad \sigma_2 = \sigma_{mc} + \sigma_p. \quad (10)$$

От действия перерезывающей силы Q_m возникают касательные напряжения, которые для прямоугольного сечения кламмера могут быть определены по формуле

$$\tau_m = \frac{1.5 Q_m}{S}. \quad (11)$$

Так как касательные напряжения малы по сравнению с нормальными и свое максимальное значение принимают на нейтральной оси сечения кламмера, то при расчете на прочность не будем их принимать во внимание. Опасными будут суммарные напряжения растяжения на внутренней поверхности кламмера.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ для нейлона определяется по формуле

$$\sigma_1 < [\sigma] = \frac{\sigma_B}{n} = 18 \text{ МПа}. \quad (12)$$

где $\sigma_B = 45 \text{ МПа}$ – предел прочности нейлона [11], $n = 2.5$ – коэффициент запаса прочности [8].

В табл. 1 приведены максимально допустимые напряжения растяжения, которые возникают в опасном сечении кламмера при усилиях удержива-

ния протеза $F = 5 \text{ Н}$, $F = 2 \text{ Н}$, $F = 1 \text{ Н}$, для разных значений толщины h , ширины b кламмера и $R_1 = 5 \text{ мм}$, $k = 0.1$, $\alpha = 2/3 \pi$.

Таблица 1

Усилие удержания								
5 Н			2 Н			1 Н		
b , мм	h , мм	σ_1 , МПа	b , мм	h , мм	σ_1 , МПа	b , мм	h , мм	σ_1 , МПа
4.5	2.5	16.4	3.0	2.0	15.3	3.0	1.5	12.1
4.0	3.0	15.8	2.5	2.5	13.1	2.5	1.5	14.5
3.5	3.0	18.0	2.0	2.5	16.4	2.2	1.5	16.5

Определим, какую форму должен иметь кламмер, чтобы его давление на зуб p было распределено равномерно. Предположим, что до приложения равномерно распределенной нагрузки p внутренняя поверхность кламмера имела форму кругового цилиндра радиусом R_1 . Найдем перемещения точек кламмера Δ_γ в сечении, расположенном под произвольным углом γ , от действия равномерно распределенной нагрузки p по формуле Максвелла – Мора [8]:

$$\Delta_\gamma = \int_0^\gamma \frac{M(\beta)M^*(\beta)r}{EJ} d\beta + \int_0^\gamma \frac{N(\beta)N^*(\beta)r}{ES} d\beta + \int_0^\gamma \frac{Q(\beta)Q^*(\beta)r}{GS} d\beta, \quad (13)$$

где $M^*(\beta)$, $N^*(\beta)$, $Q^*(\beta)$ – соответственно изгибающий момент, продольное и перерезывающее усилие от единичной нагрузки P , приложенной к точке кламмера под углом γ , в произвольном сечении, расположенном под углом

β ; $J = \frac{bh^3}{12} + bhe^2$ – момент инерции сечения кламмера; E – модуль Юнга;

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона материала кламмера.

Зависимости изгибающего момента $M^*(\beta)$, продольной $N^*(\beta)$ и перерезывающей $Q^*(\beta)$ сил от P имеют вид

$$M^*(\beta) = r \sin(\gamma - \beta), \quad (14)$$

$$N^*(\beta) = \sin(\gamma - \beta), \quad (15)$$

$$Q^*(\beta) = \cos(\gamma - \beta). \quad (16)$$

Зависимости $M^*(\beta)$, $N^*(\beta)$, $Q^*(\beta)$ для случая, когда единичная нагрузка P приложена под углом $\gamma = 2\pi/3$, показаны на рис. 5.

Подставив выражения (4)–(6), (14)–(16) в (13) и проинтегрировав это выражение по углу β , получим следующую зависимость для радиальных перемещений кламмера Δ_γ в сечении, расположенном под углом γ , от действия равномерно распределенной нагрузки p :

$$\Delta_\gamma = pr^2 \left[\frac{A}{E} \left(\frac{1}{S} + \frac{r^2}{J} \right) + \frac{B}{GS} \right], \quad (17)$$

где

$$A = 1 - \cos \gamma - 0.5 \cos (\alpha + \gamma) \sin^2 \gamma + \\ + 0.25 \sin 2\gamma \sin (\alpha - \gamma) - 0.5\gamma \sin (\alpha + \gamma),$$

$$B = 0.5\gamma \sin (\alpha - \gamma) - 0.5 \cos (\alpha + \gamma) \sin^2 \gamma + 0.25 \sin 2\gamma \sin (\alpha + \gamma).$$

В табл. 2 представлены результаты вычисления перемещения Δ_γ точек кламмера, расположенных под углом γ , от действия равномерно распределенной загрузки p . В расчете принято $\alpha = 2/3 \pi$, $R_1 = 5$ мм, $b = 2.2$ мм, $h = 1.5$ мм, $E = 1$ ГПа, $\nu = 0.35$. На рис. 2 деформированное положение оси кламмера показано штриховой линией.

Таблица 2

Радиальное перемещение Δ_γ точек кламмера в зависимости от угла γ								
γ , град	15	30	45	60	75	90	105	120
Δ_γ , мм	0	0.01	0.02	0.04	0.05	0.07	0.08	0.1

Таким образом, для того чтобы определить форму кламмера съемного пластинчатого протеза из термопластов, надо, используя формулу (2), по величине удерживающего усилия определить удельное давление кламмера на удерживающий зуб. После выбора размеров поперечного сечения кламмера по формулам (7)–(10) определяются максимальные напряжения растяжения в опасном сечении кламмера. Если выбранное сечение кламмера удовлетворяет условию прочности (12), то по формуле (17) можно вычислить упругие перемещения всех сечений кламмера. Размеры кламмера в разгруженном состоянии определяются как разность радиального размера зуба и найденного по формуле (17) перемещения для соответствующего сечения кламмера.

В последние годы широкое применение в ортопедической стоматологии находят съемные протезы из нейлона. Механические свойства нейлона позволяют изготавливать из него не только базис протеза, но и кламмеры, которые фиксируют протез на удерживающих зубах. Выбор сечения кламмера производится из условия его прочности в сечении, где напряжения растяжения достигают максимума. Форма кламмера должна быть такой, чтобы его давление на зуб было распределено по поверхности зуба равномерно. Расчет кламмера включает определение его перемещений и определение по ним его формы в разгруженном состоянии. Приведенная методика позволяет определить геометрию кламмеров, которая удовлетворяет критериям прочности и надежности крепления протеза на опорных зубах. Прочность и надежность пластинчатых протезов, изготовленных из термопластических материалов, является важным условием эффективности ортопедического лечения.

1. Богданов В. Л., Григоренко О. Я., Сторожук Є. А., Тормахов М. М. Про чисельне моделювання пружного деформування біомеханічної системи імплантат – кістка // Зб. наук. праць 10-ї Міжнар. наук. конф. «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур» (17–20 вересня 2019 р.). – Львів, 2019. – Вип. 5. – С. 247–248.
2. Григоренко А. Я., Лось В. В., Маланчук В. А., Тормахов Н. Н. Напряженное состояние резьбового соединения в системе дентальный имплантат – кость // Прикл. механика. – 2020. – 56, № 1. – С. 44–51.
То же: Grigorenko A. Ya., Los' V. V., Malanchuk V. A., Tormakhov N. N. Stress state of a threaded joint in a dental implant – bone system // Int. Appl. Mech. – 2020. – 56, No. 1. – P. 33–39.
– <https://doi.org/10.1007/s10778-020-00994-z>.

3. Григоренко А. Я., Плиска Е. Н., Сороченко Г. В., Тормахов Н. Н. Применение методов численного анализа для изучения механических процессов в биомеханике // Прикл. механика. – 2018. – **54**, № 3. – С. 136–144.
То же: Grigorenko A. Ya., Pliska E. N., Sorochenko G. V., Tormakhov N. N. Application of methods of numerical analysis for studying mechanical processes in biomechanics // Int. Appl. Mech. – 2018. – **54**, No. 3. – P. 366–372.
– <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0888-9>.
4. Григоренко Я. М., Григоренко А. Я., Неспрядько В. П., Тормахов Н. Н., Закурко С. В. О несущей способности кламмеров съёмных стоматологических протезов из термопластов // Доп. НАН України. – 2015. – № 12. – С. 111–118.
5. Григоренко Я. М., Григоренко А. Я., Неспрядько В. П., Тихонов Д. А., Тормахов Н. Н. Методика определения опорных реакций при частичном съёмном протезировании в стоматологии // Доп. НАН України. – 2012. – № 12. – С. 172–177.
6. Калиняк Б. М., Токовий Ю. В., Ясінський А. В. Прямі та обернені задачі термомеханіки стосовно оптимізації та ідентифікації термонапруженого стану деформованих твердих тіл // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2016. – **59**, № 3. – С. 28–42.
Те саме: Kalynyak B. M., Tokovyy Yu. V., Yasinskyi A. V. Direct and inverse problems of thermomechanics concerning the optimization and identification of the thermal stressed state of deformed solids // J. Math. Sci. – 2019. – **236**, No. 1. – P. 21–34.
– <https://doi.org/10.1007/s10958-018-4095-3>.
7. Няшин Ю. И., Симановская Е. Ю., Лохов В. А., Тверье В. М. Биомеханика зубочелюстной системы человека // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 3. – С. 220–224.
Те саме: Nyashin Yu. I., Simanovskaya E. Yu., Lokhov V. A., Tverier V. M. Biomechanics of the human dentofacial system // J. Math. Sci. – 2010. – **165**, No. 3. – P. 426–430.
– <https://doi.org/10.1007/s10958-010-9809-0>.
8. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
9. Фиалко С. Ю., Лумельский Д. Е. О численном решении задачи кручения и изгиба призматических стержней произвольного поперечного сечения // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 2. – С. 156–169.
Те саме: Fialko S. Yu., Lumelskiy D. E. On numerical realization of the problem of torsion and bending of prismatic bars of arbitrary cross section // J. Math. Sci. – 2013. – **192**, No. 6. – P. 664–681.
– <https://doi.org/10.1007/s10958-013-1424-4>.
10. Flis P., Grigorenko A., Doroshenko N., Tormakhov N., Filonenko V. Mechanics and mathematical modeling of class III treatment with orthodontic appliances with a movable ramp // EUREKA: Health Sciences. – 2016. – No. 3. – P. 3–11.
– <https://doi.org/10.21303/2504-5679.2016.00094>.
11. Hamanaka I., Takahashi Y., Shimizu H. Mechanical properties of injection-molded thermoplastic denture base resins // Acta Odontol Scand. – 2011. – **69**, No. 2. – P. 75–79.
– <https://doi.org/10.3109/00016357.2010.517557>.
12. Takahashi Y., Hamanaka I., Shimizu H. Effect of thermal shock on mechanical properties of injection-molded thermoplastic denture base resins // Acta Odontol Scand. – 2012. – **70**, No. 4. – P. 297–302.
– <https://doi.org/10.3109/00016357.2011.600719>.
13. Vivek R. Polyamides as a denture base material – A review // IOSR J. Dent. Med. Sci. – 2016. – **15**, No. 12. – P. 119–121.
– DOI: 10.9790/0853-151208119121.
14. Vojdani M., Giti R. Polyamide as a denture base material: A literature review // J. Dent. (Shiraz). – 2015. – **16** (1 Suppl), No. 3. – P. 1–9.
– <https://doi.org/10.3109/00016357.2011.600719>.
15. Wadachi J., Sato M., Igarashi Y. Evaluation of the rigidity of dentures made of injection-molded materials // Dent. Mater. J. – 2013. – **32**, No. 3. – P. 508–511.
– <https://doi.org/10.4012/dmj.2013-061>.
16. Yunus N., Rashid A. A., Azmi L. L., Abu-Hassan M. I. Some flexural properties of a nylon denture base polymer // J. Oral Rehabil. – 2005. – **32**, No. 1. – P. 65–71.
– <https://doi.org/10.1111/j.1365-2842.2004.01370.x>.

ВПЛИВ ФОРМИ ТА ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КЛАММЕРА НА МІЦНІСТЬ І УТРИМУВАЛЬНЕ ЗУСИЛЛЯ ЗНІМНИХ ОРТОПЕДИЧНИХ ПРОТЕЗІВ

Розроблено методику розрахунку характеристик кламерів часткових знімних стоматологічних протезів, які виготовлені з термопластичних пластмас. Методика містить такі етапи: розрахунок питомого тиску кламера на зуб, що утримує протез, визначення максимальних внутрішніх зусиль і напружень кламера та його форми в ненавантаженому стані. Проведені дослідження дозволяють вибрати оптимальні розміри кламера для створення необхідного утримувального зусилля протеза при достатній його міцності.

Ключові слова: часткові знімні протези, форма кламера, термопласти, внутрішні зусилля, напруження.

INFLUENCE OF SHAPE AND GEOMETRIC PARAMETERS OF CLASP ON THE STRENGTH AND HOLDING FORCE OF REMOVABLE ORTHOPEDIC DENTURES

A technique is developed for calculating the characteristics of clasps of partial removable dentures that are made of thermoplastic material. The technique includes the following stages: calculation of specific pressure of the clasp on the retaining tooth, determination of the maximum internal forces and stresses of the clasp as well as its shape in unloaded state. The performed investigations enable us to choose the optimal size of the clasp to generate the necessary holding force of the denture of sufficient strength.

Key words: removable partial dentures, shape of a clasp, thermoplastics, internal forces, stresses.

¹ Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенко НАН України, Київ,

² Київ. нац. мед. ун-т ім. А. А. Богомольца, Київ

Получено

27.12.19