Из приведенных результатов видно, что при решении задачи по явной схеме дальнейшее уменьшение h и Δt, выбранных согласно (7), практически не влияет на распределение температуры. Следует отметить, что утверждение о том, что явная схема дает заниженные результаты, а неявная — завышенные [3], в нелинейном случае не подтверждается.

1. *Самарский А. А.* Теория разностных схем.— М. : Наука, 1977.— 656 с.
2. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений.— М. : Наука, 1978.— 592 с.
3. *Саульев В. К.* Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток.— М. : Физматгиз, 1960.— 324 с.

Львовский университет

Поступила в редколлегию 28.03.80

УДК 536.12 : 536.13

О. В. Побережный

ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПОЛОСЫ И СЛОЯ С ТРЕЩИНАМИ

Рассмотрим нестационарные задачи теплопроводности для полосы и слоя с произвольно расположенными в них трещинами, на которых заданы температура, тепловые потоки или условия теплопроницаемости, в предположении, что на гранях полосы или слоя заданы однородные граничные условия.

1. Пусть полоса занимает область $|x| < \infty$, $|y| < \delta$, $0 \leqslant z \leqslant h$. Предполагаем, что между боковыми поверхностями полосы и окружающей средой происходит симметричный относительно срединной плоскости $y = 0$ теплообмен по закону Ньютона. Пусть в такой полосе имеется N разрезов (трещин), проведенных вдоль гладких непересекающихся кривых L_i $(i = \overline{1, N})$, не выходящих на грани полосы. Необходимо определить температурное поле, удовлетворяющее уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \varkappa^2 T - \frac{1}{c}\frac{\partial T}{\partial t} = -\varkappa^2 T_c \tag{1}$$

при определенных начальных и граничных условиях на гранях полосы и линиях L_i.

Представим общее решение уравнения (1) в виде

$$T(x, z, t) = T_*(x, z, t) + T_0(x, z, t), \tag{2}$$

где T_* — решение однородного уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию $T_*(x, z, 0) = 0$ и одному из граничных условий на гранях полосы:

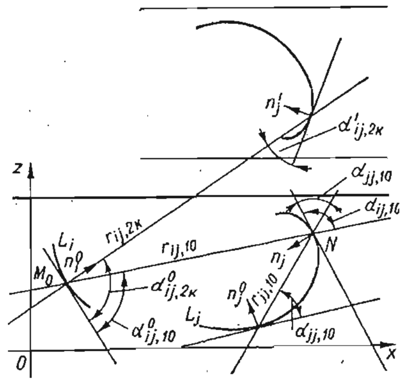
$$\begin{gathered} \nu = 1,\ T_*(x, 0, t) = T_*(x, h, t) = 0, \\ \nu = 2,\ \left.\frac{\partial T_*}{\partial z}\right|_{z=0} = 0,\ \left.\frac{\partial T_*}{\partial z}\right|_{z=h} = 0, \\ \nu = 3,\ \left.\frac{\partial T_*}{\partial z}\right|_{z=0} = 0,\ T_*(x, h, t) = 0, \end{gathered} \tag{3}$$

и на i-м разрезе:

$$T_*^{\pm}(\sigma_0, t) = f_i^{\pm}(\sigma_0, t),\quad \frac{\partial T_*^{\pm}(\sigma_0, t)}{\partial n_i^0} = g_i^{\pm}(\sigma_0, t), \tag{4}$$

$$\frac{\partial T_*^{+}(\sigma_0, t)}{\partial n_i^0} = \frac{\partial T_*^{-}(\sigma_0, t)}{\partial n_i^0},\quad \frac{\partial T_*^{\pm}(\sigma_0, t)}{\partial n_i^0} - \frac{h_i}{\lambda}\left[T_*^{+}(\sigma_0, t) - T_*^{-}(\sigma_0, t)\right] = g_i(\sigma_0, t).$$

В соотношениях (1) — (4) введены следующие обозначения: $\varkappa^2 = \alpha/\delta\lambda$; α, λ — коэффициенты теплообмена и теплопроводности; 2δ — толщина пластинки; c — температуропроводность тела; t — время; T_c — температура окружающей среды; h_i — теплопроницаемость i-й трещины; σ, σ_0 — дуговые координаты точек N и M_0 линии L_k в этих точках; T_0 — решение уравнения (1) в пластинке без трещин, которое определяется известными методами [8];



$$f_i^{\pm}(\sigma_0, t) = T_i^{\pm}(\sigma_0, t) - T_0(\sigma_0, t);$$

$$g_i^{\pm}(\sigma_0, t) = \frac{1}{\lambda} q_i^{\pm}(\sigma_0, t) - \frac{\partial T_0(\sigma_0, T)}{\partial n_i^0};$$

$$g_i(\sigma_0, t) = -\frac{\partial T_0(\sigma_0, t)}{\partial n_i^0}.$$

Решение однородного уравнения (1), которое удовлетворяет начальному условию и граничным условиям (3), представим так:

$$T_*(x, z, t) = \Phi_\nu(x, z, t) + \Psi_\nu(x, z, t), \tag{5}$$

где

$$\Phi_\nu(x, z, t) = \frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t \frac{\varphi_i(\sigma, \tau)}{t-\tau} R_\nu(r_{j,mk}, t-\tau)\, d\sigma d\tau; \tag{6}$$

$$\Psi_\nu(x, z, t) = \frac{1}{8\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t \frac{\psi_i(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^2} R_\nu^1(r_{j,mk}, t-\tau)\, d\sigma d\tau. \tag{7}$$

Индекс ν принимает значения 1, 2, 3, что соответствует виду граничного условия (3); $-\infty < k < \infty$; $m = 1, 2$; R_ν и R_ν^1 имеют вид

$$R_\nu(r_{j,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{j,1k}, t-\tau) + E_2(\nu) R(r_{j,2k}, t-\tau)], \tag{8}$$

$$R_\nu^1(r_{j,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{j,1k}, t-\tau)\, r_{j,1k}\cos(\widehat{r_{j,1k}, n_j}) +$$

$$+ E_2(\nu) R(r_{j,2k}, t-\tau) r_{j,2k}\cos(\widehat{r_{j,2k}, n_j'})], \tag{9}$$

$$E_1(\nu, k) = (-1)^{(\nu-1)(\nu-2)\frac{\nu}{6}k}, \tag{10}$$

$$E_2(\nu) = (-1)^{(\nu-2)(\nu-3)\frac{\nu}{2}}, \tag{11}$$

$$r_{j,1k}^2 = (x-\xi)^2 + (z-\zeta+2kh)^2, \tag{12}$$

$$r_{j,2k}^2 = (x-\xi)^2 + (z+\zeta-2kh)^2, \tag{13}$$

$$R(r_{j,mk}, t-\tau) = \exp\left[-\frac{r_{j,mk}^2}{4c(t-\tau)} - \varkappa^2 c(t-\tau)\right], \quad N(\xi, \zeta) \in L_j; \tag{14}$$

$M(x, z)$ — произвольная точка полосы; n_j — внутренняя нормаль в точке $N(\xi, \zeta)$ линии L_j; n_j' — зеркальное отображение нормали n_j относительно оси $z = 0$ или $z = h$. Остальные обозначения показаны на рисунке.

Функции Φ_ν и Ψ_ν являются решениями уравнения теплопроводности для полосы с теплообменом при граничных условиях (3) и действии на линиях L_j тепловых источников и диполей с плотностями φ_j и ψ_j соответственно.

Аналогично, как в работах [7, 9], можно показать, что предельные значения функций Φ_ν, Ψ_ν и их нормальных производных имеют вид

$$(\Phi_\nu)_i^\pm = \frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t \frac{\varphi_j(\sigma,\tau)}{t-\tau} R_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\sigma d\tau, \qquad (15)$$

$$(\Psi_\nu)_i^\pm = \pm\psi_j(\sigma_0, t)\,\delta_{ij} + \frac{1}{8\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t \frac{\psi_j(\sigma,\tau)}{(t-\tau)^2} R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\sigma d\tau, \qquad (16)$$

$$\frac{\partial\Phi_\nu^\pm}{\partial n_i^0} = \mp\frac{1}{2}\varphi_j(\sigma_0, t)\,\delta_{ij} + \frac{1}{8\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t \frac{\varphi_j(\sigma,\tau)}{(t-\tau)^2} R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\sigma d\tau, \qquad (17)$$

$$\frac{\partial\Psi_\nu^\pm}{\partial n_i^0} = Q(\sigma_0, t) = -\frac{1}{8\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_0^t \psi_j(\sigma,\tau)\, I_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)\frac{d\tau}{(t-\tau)^2}\Big|_{a_j}^{b_j} +$$

$$+\frac{1}{8\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_i}\int_0^t\left[\frac{\partial\psi_j}{\partial\sigma} I_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau) - \psi_j(\sigma,\tau)\, I_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau)\right]\frac{d\sigma d\tau}{(t-\tau)^2}, \qquad (18)$$

где обозначено: δ_{ij} — символ Кронекера;

$$R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{ij,1k}, t-\tau)\, r_{ij,1k}\sin\alpha_{ij,1k} +$$
$$+ E_2(\nu)\, R(r_{ij,2k}, t-\tau)\, r_{ij,2k}\sin\alpha'_{ij,2k}]; \qquad (19)$$

$$R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{ij,1k}, t-\tau)\, r_{ij,1k}\sin\alpha^0_{ij,1k} +$$
$$+ E_2(\nu)\, R(r_{ij,2k}, t-\tau)\, r_{ij,2k}\sin\alpha^0_{ij,2k}]; \qquad (20)$$

$$I_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{ij,1k}, t-\tau)\, r_{ij,1k}\cos\alpha^0_{ij,1k} +$$
$$+ E_2(\nu)\, R(r_{ij,2k}, t-\tau)\, r_{ij,2k}\cos\alpha^0_{ij,2k}]; \qquad (21)$$

$$I_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau) = 2\sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\left[\left(\frac{r_{ij,1k}^2}{4c(t-\tau)} - 1\right)\cos(\alpha_{ij,1k} + \alpha^0_{ij,1k})\,\times\right.$$
$$\left.\times R(r_{ij,1k}, t-\tau) + E_2(\nu)\left(\frac{r_{ij,2k}^2}{4c(t-\tau)} - 1\right)\cos(\alpha'_{ij,2k} + \alpha^0_{ij,2k})\, R(r_{ij,2k}, t-\tau)\right] \qquad (22)$$

(остальные обозначения см. на рисунке).

Подставляя выражения (15) — (18) в граничные условия (4), для определения $\varphi_j(\sigma_0, t)$ и $\psi_j(\sigma_0, t)$ получаем системы сингулярных интегральных уравнений

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_j}\int_0^t \frac{\varphi_j(\sigma,\tau)}{t-\tau} R_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau d\sigma = f_i^+(\sigma_0, t) + f_i^-(\sigma_0, t) -$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\sum_{i=1}^{N}\int_{L_j}\int_0^t \frac{\psi_j(\sigma,\tau)}{(t-\tau)^2} R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau d\sigma,\ \psi_j(\sigma_0, t) =$$

$$= f_i^+(\sigma_0, t) - f_i^-(\sigma_0, t); \qquad (23)$$

$$2Q(\sigma_0, t) = \frac{1}{4\pi c}\sum_{j=1}^{N}\int_{L_j}\int_0^t \frac{\varphi_j(\sigma, \tau)}{(t-\tau)^2} R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau d\sigma +$$

$$+ g_i^+(\sigma_0, t) + g_i^-(\sigma_0, t), \quad \varphi_i(\sigma_0, t) = g_i^-(\sigma_0, t) - g_i^+(\sigma_0, t); \tag{24}$$

$$Q(\sigma_0, t) - \frac{h_i}{\lambda}\psi_i(\sigma_0, t) = g_i(\sigma_0, t), \quad \varphi_i(\sigma_0, t) = 0. \tag{25}$$

2. Рассмотрим слой, занимающий область $|x| < \infty$, $|y| < \infty$, $0 \leqslant z \leqslant h$ и содержащий N не выходящих на границы области поверхностных разрезов S_i ($i = \overline{1, N}$). Предполагаем, что поверхности S_i являются поверхностями Ляпунова. В дальнейшем все обозначения примем такими, как в п. 1. При этом все величины следует рассматривать как функции пространственных координат x, y, z, а вместо L_i подразумевать области S_i.

Аналогично, как и в плоской задаче, представляя температурное поле в виде (2), приходим к определению функции $T_*(x, y, z, t)$, удовлетворяющей уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T_*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_*}{\partial z^2} - \frac{1}{c}\frac{\partial T_*}{\partial t} = 0, \tag{26}$$

начальному условию $T_*(x, y, z, 0) = 0$, одному из граничных условий на гранях слоя (3) и на i-м разрезе (4). В общем случае функция $T_*(x, y, z, t)$ и ее нормальная производная должны быть разрывными при переходе из S_i^+ на S_i^-. Поэтому представим $T_*(x, y, z, t)$ в виде

$$T_*(x, y, z, t) = W_\nu(x, y, z, t) + \Omega_\nu(x, y, z, t), \tag{27}$$

где

$$W_\nu(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{w_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_\nu(r_{j,mk}, t-\tau)\,d\tau ds; \tag{28}$$

$$\Omega_\nu(x, y, z, t) = \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{\omega_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_\nu^1(r_{j,mk}, t-\tau)\,d\tau ds, \tag{29}$$

причем предельные значения функций W_ν, Ω_ν и их нормальных производных равны:

$$(W_\nu)_i^\pm = \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{w_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau ds; \tag{30}$$

$$(\Omega_\nu)_i^\pm = \pm\frac{1}{2}\omega_j(s_0, t)\delta_{ij} + \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{\omega_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau ds, \tag{31}$$

$$\frac{\partial W_\nu^\pm}{\partial n_i^0} = \mp\frac{1}{2}w_j(s_0, t)\delta_{ij} + \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{w_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau ds, \tag{32}$$

$$\frac{\partial \Omega_\nu^\pm}{\partial n_i^0} = Q(s_0, t) = \frac{1}{8\pi\sqrt{\pi c}}\sum_{j=1}^{N}\int_{S_j}\int_0^t \frac{\omega_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}} I_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)\,d\tau ds. \tag{33}$$

В соотношениях (28) — (33) введены следующие обозначения:

$$R_\nu(r_{j,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\,[R(r_{j,1k}, t-\tau) + E_2(\nu)\,R(r_{j,2k}, t-\tau)];$$

$$R_\nu^1(r_{j,mk}, t-\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_1(\nu, k)\left[\frac{\partial R(r_{j,1k}, t-\tau)}{\partial n_i} + E_2(\nu)\,\frac{\partial R(r_{j,2k}, t-\tau)}{\partial n_i'}\right];$$

$$R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau) = \frac{\partial R_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)}{\partial n_i^0}; \quad I_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau) = \frac{\partial R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)}{\partial n_i^0};$$

$$R(r_{j,mk}, t-\tau) = \exp\left(-\frac{r_{j,mk}^2}{4c(t-\tau)}\right); \quad r_{j,1k}^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 +$$

$$+ (z-\zeta+2kh)^2; \quad r_{j,2k}^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta-2kh)^2;$$

n_j — нормаль в произвольной точке N поверхности S_j; n_j' — зеркальное отображение нормали n_j относительно плоскости $z = 0$ или $z = h$.

Учитывая представление (27), из граничных условий получаем для определения неизвестных плотностей $w_j(\sigma_0, t)$ и $\omega_j(\sigma_0, t)$ системы сингулярных интегральных уравнений

$$\frac{1}{4\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{i=1}^{N} \int\limits_{S_i} \int\limits_0^t \frac{w_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}}\, R_\nu(r_{ij,mk}, t-\tau)\, d\tau ds = f_i^+(s_0, t) + f_i^-(s_0, t) -$$

$$- \frac{1}{4\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{i=1}^{N} \int\limits_{S_i} \int\limits_0^t \frac{\omega_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}}\, R_\nu^1(r_{ij,mk}, t-\tau)\, d\tau ds, \quad \omega_i(s_0, t) = f_i^+(s_0, t) -$$

$$- f_i^-(s_0, t); \tag{34}$$

$$2Q = \frac{1}{4\pi\sqrt{\pi c}} \sum_{i=1}^{N} \int\limits_{S_i} \int\limits_0^t \frac{w_j(s, \tau)}{(t-\tau)^{3/2}}\, R_\nu^2(r_{ij,mk}, t-\tau)\, d\tau ds + g_i^+(s_0, t) + g_i^-(s_0, t),$$

$$w_i(s_0, t) = g_i^-(s_0, t) - g_i^+(s_0, t); \tag{35}$$

$$Q(s_0, t) - \frac{h_i}{\lambda}\,\omega_i(s_0, t) = g_i(s_0, t), \quad w_i(s_0, t) = 0. \tag{36}$$

Функции Φ_ν, Ψ_ν и соответственно W_ν, Ω_ν будем называть потенциалами простого и двойного слоев в рассматриваемых областях (полосе, слое).

Решение полученных систем интегральных уравнений как в плоском, так и в пространственном случаях можно получить методом последовательных приближений. Кроме того, поскольку ядра систем интегральных уравнений зависят от разности $t - \tau$, то для нахождения их решений можно применять метод операционного исчисления.

Рассмотрим примеры.

1. Полоса с прямолинейной трещиной, размещенной на оси oz. На гранях полосы заданы граничные условия (3). Имеем два случая:

а) пусть на берегах разреза $a \leqslant z \leqslant b$ $(0 < a,\ b < h)$ заданы равные по величине и противоположные по знаку температуры T_0. Тогда, полагая в системе уравнений (23) $N = 1$, $f_1^+ = T_0$, $f_1^- = -T_0$, $\alpha_{11,1k} = \alpha_{11,2k}' = 0$, находим $\varphi_1(z, t) = 0$, $\psi_1(z, t) = 2T_0$;

б) если на берегах разреза $a \leqslant z \leqslant b$ заданы равные по величине и противоположные по знаку тепловые потоки q_0, то, полагая в (24) $g_1^+ = -q_0$, $g_1^- = q_0$, $\alpha_{ij,1k}^0 = \alpha_{ij,2k}^0 = 0, N = 1$, получаем $\varphi_1(z, t) = 2q_0$, $\psi_1(z, t) = 0$.

По известным плотностям φ_1 и ψ_1 температурные поля определяются формулой (5).

2. Слой с плоской трещиной, которая занимает область S_1: $x = 0$, $|y| < \infty$, $a \leqslant z \leqslant b$. На гранях слоя выполняются условия (3). Имеем два случая:

а) если берега трещины подвергаются воздействию равных по величине, но противоположных по знаку температур T_0, то из (34) найдем $w(0, y, z, t) = 0$, $\omega(0, y, z, t) = 2T_0$;

б) в случае загрузки берегов трещины тепловыми потоками $g_1^+ = -q_0$, $g_1^- = q_0$ решение уравнения (35) при $N = 1$ имеет вид $w(0, y, z, t) = 2q_0$, $\omega(0, y, z, t) = 0$.

Температурные поля по известным плотностям w и ω находим по формуле (27).

Предложенный метод построения потенциалов и вывод интегральных уравнений нестационарных задач теплопроводности для полосы и слоя с разрезами может быть применен при построении потенциалов и интегральных уравнений в более сложных областях, для которых можно построить фундаментальные решения. Некоторые из таких фундаментальных решений в настоящее время известны [1, 2, 6] или легко находятся для тел, имеющих форму параллелограмма, параллелепипеда, клина.

Как частные случаи из приведенных результатов получаем выражения потенциалов и интегральных уравнений нестационарной теплопроводности для полубесконечных (полуплоскости $0 \leqslant z < \infty$, $|x| < \infty$; полупространства $0 \leqslant z < \infty$, $|x| < \infty$, $|y| < \infty$) и бесконечных тел [5], потенциалы и интегральные уравнения стационарной теплопроводности для полосы, слоя, полуплоскости, полупространства, плоскости [3], пространства [4].

1. *Боли Б., Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений.— М. : Мир, 1964.— 517 с.
2. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел.— М. : Наука, 1964.— 487 с.
3. *Кит Г. С., Побережный О. В.* Расчет температурного поля в пластине с трещинами при наличии теплообмена.— В кн.: Качество, прочность, надежность и технологичность электровакуумных приборов.— Киев : Наук. думка, 1976, с. 153.
4. *Кит Г. С., Побережный О. В.* Термоупругое состояние бесконечного тела с теплопроводящей круговой трещиной.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970, вып. 9, с. 78—88.
5. *Кит Г. С., Побережный О. В.* Интегральные уравнения нестационарной теплопроводности для тел с трещинами.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1980, вып. 12, с. 58—63.
6. *Новацкий В.* Вопросы термоупругости.— М. : Изд-во АН СССР, 1962.— 363 с.
7. *Побережный О. В., Кит Г. С.* Об определении температурного поля в пластине с шайбой при неидеальном тепловом контакте между ними.— Инж.-физ. журн., 1968, 15, № 4, с. 703—709.
8. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках.— Киев : Наук. думка, 1972.— 308 с.
9. *Положий Г. Н.* Уравнения математической физики.— М. : Высш. школа, 1964.— 559 с.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию 14.07.80

УДК 533.6.013.42

В. В. Пороховский

РАССЕЯНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО ЗВУКОВОГО ПУЧКА УПРУГОЙ ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ В ВОДЕ

Анализ эхо-сигнала, вызванного падением на упругую сферическую оболочку сферического или плоского звукового импульса, подробно изложен в работах [2, 3, 11]. Влияние направленности зондирующего импульса на переизлученные сигналы учтено в работах [1, 4—8, 10]. В данной работе исследуется задача эхо-сигнала, вызванного звуковым импульсом, распространяющимся в виде узкого конического пучка и освещающего лишь часть поверх-