

Ф. В. Семерак, М. М. Семерак, О. К. Романчук

**ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОТДАЧИ С БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ  
НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ  
В ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛИТЕ**

Определим нестационарное температурное поле в трехслойной плите при различных начальных значениях температуры в каждом из слоев. Между ограничивающими поверхностями плиты и окружающими средами происходит теплообмен по закону Ньютона. Рассмотрим элемент конструкции (рис. 1) в виде трех составляющих различной толщины  $x_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ), которые характеризуются различными теплофизическими параметрами  $\chi(x)$ : коэффициентом теплопроводности  $\lambda_k$ , удельной теплоемкостью  $c_k$ , плотностью  $\rho_k$ , и могут быть представлены с помощью единичных асимметричных функций в виде

$$\chi(x) = \chi_1 + (\chi_2 - \chi_1) S_-(x - x_1) + (\chi_3 - \chi_2) S_-(x - x_2). \quad (1)$$

Здесь  $S_-(x_k) = \begin{cases} 1, & x_k \geq 0 \\ 0, & x_k < 0 \end{cases}$  — единичные асимметричные функции.

Аналогично представим начальные температурные условия системы  $t|_{\tau=0} = t_1 + (t_2 - t_1) S_-(x - x_1) + (t_3 - t_2) S_-(x - x_2)$ . (2)

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha_1 (T_1 - t|_{x=0}), \\ \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=x_3} &= \alpha_2 (T_2 - t|_{x=x_3}), \end{aligned} \quad (3)$$

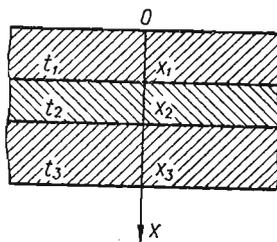


Рис. 1.

где  $\chi_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda_1}$ ;  $\chi_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_3}$ ;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — коэффициенты теплоотдачи с верхней и нижней поверхности плиты соответственно;  $T_1, T_2$  — температуры сред, омывающих верхнюю и нижнюю поверхность соответственно.

Определение нестационарного температурного поля в рассматриваемой системе связано с решением дифференциального уравнения теплопроводности [1, 3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(x) \frac{\partial t}{\partial x} \right] = c(x) \rho(x) \frac{\partial t}{\partial \tau}. \quad (4)$$

Подставляя сюда выражения для  $\lambda(x)$ ,  $c(x)$  и  $\rho(x)$ , представленные в виде (1), и используя при этом соотношения [1, 2]

$$\begin{aligned} f(x) \delta_-(x - b) &= f(b) \delta_-(x, -b), \quad \delta_-(x - b) = \frac{dS_-(x - b)}{dx}, \\ S_-(x) \delta_-(x) &= 0, \quad \frac{1}{\chi_1 + (\chi_2 - \chi_1) S_-(x - x_1) + (\chi_3 - \chi_2) S_-(x - x_2)} = \\ &= \frac{1}{\chi_1} + \left( \frac{1}{\chi_2} - \frac{1}{\chi_1} \right) S_-(x - x_1) + \left( \frac{1}{\chi_3} - \frac{1}{\chi_2} \right) S_-(x - x_2), \end{aligned} \quad (5)$$

получаем дифференциальное уравнение с разрывными коэффициентами

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} &= \left[ \frac{1}{a_1} + \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) S_-(x - x_1) + \left( \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_2} \right) S_-(x - x_2) \right] \frac{\partial t}{\partial \tau} - \\ &- (\lambda^* - 1) \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=x_1} \delta_-(x - x_1) - \left( \frac{1}{\lambda^{**}} - 1 \right) \delta_-(x - x_2) \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=x_2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\lambda^* = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ ;  $\lambda^{**} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3}$ ;  $a_k$  — коэффициенты теплопроводности слоев.

Применяя преобразование Лапласа по времени  $\tau$  к граничным условиям (3) и уравнению (6), находим

$$\frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=0} = -\chi_1 \left( \frac{T_1}{s} - \bar{t}|_{x=0} \right), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_3} &= \kappa_2 \left( \frac{T_2}{s} - \bar{t} \Big|_{x=x_3} \right), \\ \frac{d^2\bar{t}}{dx^2} &= \left[ \frac{1}{a_1} + \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) S_-(x-x_1) + \left( \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_2} \right) S_-(x-x_2) \right] \times \\ &\quad \times [\bar{s}\bar{t} - t_1 - (t_2 - t_1) S_-(x-x_1) - (t_3 - t_2) S_-(x-x_2)] - \\ &\quad - (\lambda^* - 1) \delta_-(x-x_1) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_1} - \left( \frac{1}{\lambda^{**}} - 1 \right) \delta_-(x-x_2) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вводя обозначения

$$U_1 = \bar{t} S_-(x-x_1), \quad U_2 = \bar{t} S_-(x-x_2) \quad (9)$$

и умножая поочередно уравнение (8) на  $S_-(x-x_2)$  и  $S_-(x-x_1)$ , используя при этом [1] выражения

$$\begin{aligned} S_-(x-x_k) \delta_-(x-x_j) &= \begin{cases} 0, & x_j \leq x_k, \\ \delta_-(x-x_j), & x_j > x_k, \end{cases} \\ S_-(x-x_k) S_-(x-x_j) &= S_-(x-x_k), \quad x_k > x_j \end{aligned} \quad (10)$$

и соотношения (5), получаем систему двух уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U_2}{dx^2} - \frac{s}{a_3} U_2 &= - \frac{t_3}{a_3} S_-(x-x_2) + \delta_-(x-x_2) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_2} + \\ &\quad + \delta_-(x-x_2) \bar{t} \Big|_{x=x_2}, \\ \frac{d^2 U_1}{dx^2} - \frac{s}{a_2} U_1 &= - \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) s U_2 - \frac{t_2}{a_2} [S_-(x-x_1) - S_-(x-x_2)] - \\ &\quad - \frac{t_3}{a_3} S_-(x-x_2) - \left( \frac{1}{\lambda^{**}} - 1 \right) \delta_-(x-x_2) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_2} + \\ &\quad + \delta_-(x-x_1) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_1} + \delta_-(x-x_1) \bar{t} \Big|_{x=x_1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Решив первое, затем второе уравнения системы (11) и подставив полученные выражения в уравнение (8), получим дифференциальное уравнение относительно  $\bar{t}$  с постоянными коэффициентами. Общее решение будет иметь вид

$$\begin{aligned} \bar{t} &= A \operatorname{ch} v_1 x + B \operatorname{sh} v_1 x + \frac{t_1}{s} - \frac{t_1}{s} [1 - \operatorname{ch} v_1 (x-x_1)] S_-(x-x_1) + \\ &\quad + \frac{t_3}{s} (a^{**})^2 [1 - \operatorname{ch} v_1 (x-x_2)] S_-(x-x_2) + \\ &\quad + \frac{t_3}{s} \{ [1 - (a^{**})^2] [1 - \operatorname{ch} v_1 (x-x_2)] + \operatorname{ch} v_1 (x-x_2) - \operatorname{ch} v_3 (x-x_2) \} \times \\ &\quad \times S_-(x-x_2) + \frac{t_2}{s} \{ [1 - \operatorname{ch} v_2 (x-x_1)] S_-(x-x_1) - [1 - \operatorname{ch} v_2 (x-x_2)] \times \\ &\quad \times S_-(x-x_2) \} + [\operatorname{ch} v_2 (x-x_1) - \operatorname{ch} v_1 (x-x_1)] S_-(x-x_1) \bar{t} \Big|_{x=x_1} + \\ &\quad + [\operatorname{ch} v_3 (x-x_2) - \operatorname{ch} v_2 (x-x_2)] S_-(x-x_2) \bar{t} \Big|_{x=x_2} + \left[ \frac{1}{v_2} \operatorname{sh} v_2 (x-x_1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda^*}{v_1} \operatorname{sh} v_1 (x-x_1) \right] S_-(x-x_1) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_1} + \left[ \frac{1}{v_3} \operatorname{sh} v_3 (x-x_2) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{v_2 \lambda^{**}} \operatorname{sh} v_2 (x-x_2) \right] S_-(x-x_2) \frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$v_1 = \sqrt{\frac{s}{a_1}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{s}{a_2}}; \quad v_3 = \sqrt{\frac{s}{a_3}}; \quad a^* = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}; \quad a^{**} = \sqrt{\frac{a_1}{a_3}}.$$

Воспользовавшись граничными условиями (7), из соотношения (12) найдем постоянные  $A$ ,  $B$ ,  $\bar{t}|_{x=x_1}$ ,  $\bar{t}|_{x=x_2}$ ,  $\frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_1}$ ,  $\frac{d\bar{t}}{dx} \Big|_{x=x_2}$ . Подставляя полученные выражения обратно в формулу (12), трансформанту температуры

находим в виде

$$\bar{t} = \frac{F(x, s)}{\Psi(s)}. \quad (13)$$

Здесь  $F(x, s)$ ,  $\Psi(s)$  — обобщенные полиномы относительно  $s$ . Переход к оригиналу осуществляется по известной формуле разложения Ващенко-Захарченко. Таким образом,

$$\frac{t}{t_1} = \frac{F(0, X)}{\Psi'(0)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F(\mu_n, X)}{\Psi'(\mu_n)} \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (14)$$

где

$$F(\mu_n, X) = F_1(\mu_n) F_2(\mu_n, X); \quad \frac{F(0, X)}{\Psi'(0)} = 1 +$$

$$+ (1 + T^*) \left\{ \text{Bi}_1 M(X) - \frac{[1 + \text{Bi}_1 M(X)] \left[ R + \frac{\text{Bi}_2}{\text{Bi}_1} (T_0 + \text{Bi}_1 \Lambda) \right]}{R + \frac{\text{Bi}_2}{\text{Bi}_1} (1 + \text{Bi}_1 \Lambda)} \right\};$$

$$X = \frac{x}{x_3}; \quad X_1 = \frac{x_1}{x_3}; \quad X_2 = \frac{x_2}{x_3}; \quad R = \frac{\lambda^{**}}{\lambda^*}; \quad T_0 = \frac{1 - T^{**}}{1 - T^*};$$

$$T^* = \frac{T_1}{t_1}; \quad T^{**} = \frac{T_2}{t_2}; \quad Fo = \frac{a_3 \tau}{x_3^2}; \quad \text{Bi}_1 = \kappa_1 x_3; \quad$$

$$\text{Bi}_2 = \kappa_2 x_3; \quad \Lambda = R + X_1 \left( 1 - \frac{1}{\lambda^*} \right) - X_2 \left( R - \frac{1}{\lambda^*} \right);$$

$$M(X) = X - \frac{1}{\lambda^*} [(\lambda^* - 1)(X - X_1) S_-(X - X_1) + (1 - \lambda^{**})(X - X_2) \times$$

$$\times S_-(X - X_2)];$$

$$F(\mu_n) = t^{**} a^* (\sin a^* \varepsilon_1 - \sin a^* \varepsilon_2) + t^* a^{**} \sin \varepsilon_2 - \sin \varepsilon_1 + H_0 \cos \mu_n -$$

$$- t^* \{ \sin \varepsilon_2 - a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2 - [1 - (a^{**})^2] \sin \varepsilon_2 \} - H_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_1 - \sin \varepsilon_1) +$$

$$+ \gamma_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_2 - a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2) + H_2 \left( \cos a^* \varepsilon_1 - \frac{1}{\lambda^{**}} \cos \varepsilon_1 \right) +$$

$$+ \frac{\gamma_2}{\lambda^*} (\cos a^{**} \varepsilon_2 - \lambda^* \cos a^* \varepsilon_2) - \frac{\text{Bi}_2}{\mu_n} \left\langle T^{**} - H_0 \sin \mu_n - t^* (a^{**})^2 (1 - \right.$$

$$- \cos \varepsilon_2) - \cos \varepsilon_1 - t^* \{ [1 - (a^{**})^2] (1 - \cos \varepsilon_2) + \cos \varepsilon_2 - \cos a^{**} \varepsilon_2 \} +$$

$$+ t^{**} (\cos a^* \varepsilon_1 - \cos a^* \varepsilon_2) - H_1 (\cos a^* \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1) + \gamma_1 (\cos a^* \varepsilon_2 - \cos a^{**} \varepsilon_2) -$$

$$- H_2 \left( \frac{1}{a^*} \sin a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \sin \varepsilon_1 \right) - \gamma_2 \lambda^{**} \left( \frac{1}{a^{**}} \sin a^{**} \varepsilon_2 - \frac{\sin a^* \varepsilon_2}{\lambda^{**} a^*} \right) \rangle;$$

$$F_2(\mu_n, X) = \cos \mu_n X + \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \sin \mu_n X + f_1 (\cos a^* E_1 - \cos E_1) S_-(X - X_1) -$$

$$- Z_1 (\cos a^* E_2 - \cos a^{**} E_2) S_-(X - X_2) - f_3 \left( \frac{1}{a^*} \sin a^* E_1 - \right.$$

$$- \lambda^* \sin E_1) S_-(X - X_1) + Z_2 \left( \frac{1}{a^{**}} \sin a^{**} E_2 - \frac{\sin a^* E_2}{\lambda^{**} a^*} \right) S_-(X - X_2);$$

$$\Psi'(\mu_n) = \mu_n \cos \mu_n + \text{Bi}_1 \left( \sin \mu_n + \frac{\cos \mu_n}{\mu_n} \right) + \eta_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_1 - \sin \varepsilon_1) +$$

$$+ \varepsilon_1 f_1 [(a^*)^2 \cos a^* \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1] - Z_3 (a^* \sin a^* \varepsilon_2 - a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2) -$$

$$- \varepsilon_2 Z_1 [(a^*)^2 \cos a^* \varepsilon_2 - (a^{**})^2 \cos a^{**} \varepsilon_2] + \eta_2 (\cos a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \cos \varepsilon_1) -$$

$$- \varepsilon_1 f_3 (a^* \sin a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \sin \varepsilon_1) + Z_4 \left( \cos a^{**} \varepsilon_2 - \frac{1}{\lambda^{**}} \cos a^* \varepsilon_2 \right) +$$

$$+ Z_2 \varepsilon_2 \left( a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2 - \frac{a^*}{\lambda^*} \sin a^* \varepsilon_2 \right) + \frac{\text{Bi}_2}{\mu_n} \left[ \cos \mu_n + \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \sin \mu_n + \right.$$

$$+ f_1 (\cos a^* \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1) - Z_1 (\cos a^* \varepsilon_2 - \cos a^{**} \varepsilon_2) - f_3 \eta_4 +$$

$$\begin{aligned}
& + Z_2 \left( \frac{1}{a^{**}} \sin a^{**} \varepsilon_2 - \frac{\sin a^* \varepsilon_2}{a^* \lambda^{**}} \right) + \mu_n \sin \mu_n - \text{Bi}_1 \left( \cos \mu_n - \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} \right) - \\
& - \eta_{11} (\cos a^* \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1) + \varepsilon_1 f_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_1 - \sin \varepsilon_1) + Z_3 (\cos a^* \varepsilon_2 - \cos \varepsilon_2) - \\
& - \varepsilon_2 Z_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_2 - a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2) + \eta_2 \eta_4 + \varepsilon_1 f_3 (\cos a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \cos \varepsilon_1) + \\
& + Z_4 \left( \frac{1}{a^{**}} \sin a^{**} \varepsilon_2 - \frac{\sin a^* \varepsilon_2}{a^* \lambda^{**}} \right) - Z_2 \varepsilon_2 \left( \cos a^{**} \varepsilon_2 - \frac{1}{\lambda^{**}} \cos a^* \varepsilon_2 \right); \\
& \quad \gamma_1 = H_0 \sin \mu_n X_2 + t^{**} (1 - \cos a^* \varepsilon_3) + \cos \varepsilon_3 + \\
& \quad + H_1 (\cos a^* \varepsilon_3 - \cos \varepsilon_3) + H_2 \left( \frac{1}{a^*} \sin a^* \varepsilon_3 - \frac{\sin \varepsilon_3}{\lambda^{**}} \right); \\
& \quad \gamma_2 = H_0 \cos \mu_n X_2 - \sin \varepsilon_3 + t^{**} a^* \sin a^* \varepsilon_3 - H_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_3 - \sin \varepsilon_3) + \\
& + H_2 \left( \cos a^* \varepsilon_3 - \frac{1}{\lambda^{**}} \cos \varepsilon_3 \right); \quad f_1 = \cos \mu_n X_1 + \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \sin \mu_n X_1; \quad f_2 = \cos a^* \varepsilon_3 - \\
& - \cos \varepsilon_3; \quad f_3 = \frac{1}{\lambda^*} \left( \sin \mu_n X_1 - \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \cos \mu_n X_1 \right); \quad f_4 = \frac{1}{a^*} \sin a^* \varepsilon_3 - \lambda^* \sin \varepsilon_3; \\
& \quad f_5 = a^* \sin a^* \varepsilon_3 - \sin \varepsilon_3; \quad f_6 = \cos a^* \varepsilon_3 - \lambda^* \cos \varepsilon_3; \\
& \quad \eta_{11} = \text{Bi}_1 \left( X_1 \cos \mu_n X_1 - \frac{1}{\mu_n} \sin \mu_n X_1 \right) - \mu_n X_1 \sin \mu_n X_1; \\
& \quad \eta_2 = \frac{1}{\lambda^*} \left[ \mu_n X_1 \cos \mu_n X_1 + \text{Bi}_1 \left( X_1 \sin \mu_n X_1 + \frac{1}{\mu_n} \cos \mu_n X_1 \right) \right]; \\
& \quad \eta_3 = \varepsilon_3 (\cos a^* \varepsilon_3 - \lambda^* \cos \varepsilon_3); \quad \eta_4 = \frac{1}{a^*} (\sin a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \sin \varepsilon_1); \\
& \quad \eta_5 = \varepsilon_3 [(a^*)^2 \cos a^* \varepsilon_3 - \cos \varepsilon_3]; \\
& \quad \eta_6 = \varepsilon_2 (\lambda^* \sin \varepsilon_3 - a^* \sin a^* \varepsilon_3); \quad Z_1 = \cos \mu_n X_2 + \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \sin \mu_n X_2 + \\
& + f_1 f_2 - f_3 f_4; \quad Z_2 = \lambda^{**} \left( \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \cos \mu_n X_2 - \sin \mu_n X_2 - f_1 f_5 + f_3 f_6 \right); \\
& \quad Z_3 = \text{Bi}_1 \left( X_2 \cos \mu_n X_2 - \frac{1}{\mu_n} \sin \mu_n X_2 \right) - \mu_n X_2 \sin \mu_n X_2 + \eta_{11} f_2 - \varepsilon_3 f_1 f_5 - \\
& - f_4 \eta_2 - f_3 \eta_3; \quad Z_4 = \lambda^{**} \left[ \mu_n X_2 \cos \mu_n X_2 + \text{Bi}_1 \left( X_2 \sin \mu_n X_2 + \frac{1}{\mu_n} \cos \mu_n X_2 \right) + \right. \\
& \quad \left. + \eta_{11} f_5 + \eta_2 f_6 + \eta_5 f_1 + \eta_6 f_3 \right]; \\
& \quad H_0 = (1 - T^*) \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n}; \quad H_1 = H_0 \sin \mu_n X_1 + 1; \\
& \quad H_2 = \frac{H_0}{\lambda^*} \cos \mu_n X_1; \quad E_1 = \mu_n (X - X_1); \\
& \quad E_2 = \mu_n (X - X_2); \quad \varepsilon_1 = \mu_n (1 - X_1); \quad \varepsilon_2 = \mu_n (1 - X_2); \\
& \quad \varepsilon_3 = \mu_n (X_2 - X_1); \quad t^{**} = \frac{t_2}{t_1}; \quad t^* = \frac{t_3}{t_1}; \\
& \quad \mu_n = i \sqrt{\frac{s_n}{a_3}} x_3 - \text{корни трансцендентного уравнения} \\
& \sin \mu_n - \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \cos \mu_n + f_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_1 - \sin \varepsilon_1) - Z_1 (a^* \sin a^* \varepsilon_2 - \\
& - a^{**} \sin a^{**} \varepsilon_2) + f_3 (\cos a^* \varepsilon_1 - \lambda^* \cos \varepsilon_1) - Z_2 \left( \cos a^{**} \varepsilon_2 - \frac{1}{\lambda^{**}} \cos a^* \varepsilon_2 \right) - \\
& - \frac{\text{Bi}_2}{\mu_n} \left[ \cos \mu_n + \frac{\text{Bi}_1}{\mu_n} \sin \mu_n + f_1 (\cos a^* \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1) - Z_1 (\cos a^* \varepsilon_2 - \right. \\
& \quad \left. - \cos a^{**} \varepsilon_2) + Z_2 \left( \frac{1}{a^{**}} \sin a^{**} \varepsilon_2 - \frac{\sin a^* \varepsilon_2}{\lambda^{**} a^*} \right) - f_3 \eta_4 \right] = 0.
\end{aligned}$$

По формуле (14) проведены численные исследования влияния теплоотдачи на распределение температуры в трехслойной плите с различными начальными температурами составляющих. Вычисление частичных сумм проводилось с удвоенной точностью на ЭВМ «БЭСМ-6». Начальные температуры и толщины слоев принимались такими:  $t_1 = t_3 = 400^\circ \text{C}$ ,  $t_2 = 1000^\circ \text{C}$ ,  $T_1 = T_2 = 20^\circ \text{C}$ ,  $X_1 = 0,5$ ,  $X_2 = 0,6$ .

Полученные результаты используются для исследования процесса пресовки стеклотеталей в предположении, что верхний и нижний слои изготовлены из стали 2Х13, а средний — из стекла С95-2. Теплофизические характе-

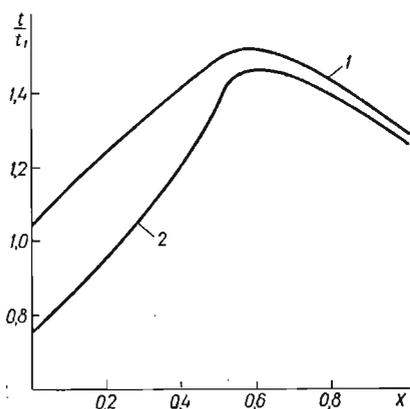


Рис. 2

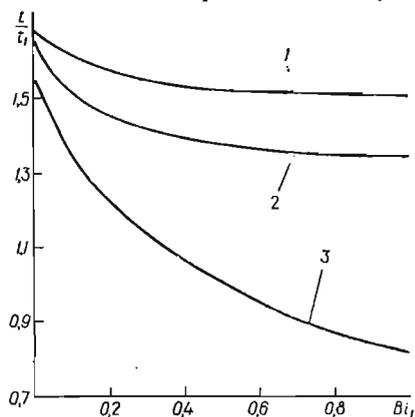


Рис. 3

ристики следующие:  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0,075 \text{ кал/см} \cdot \text{с} \cdot \text{град}$ ,  $a_1 = a_3 = 0,75 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\lambda_2 = 0,04 \text{ кал/см} \cdot \text{с} \cdot \text{град}$ ,  $a_2 = 0,002 \text{ см}^2/\text{с}$ .

Результаты исследований приведены в виде графиков на рис. 2—3. На рис. 2 показано распределение относительной температуры по толщине плиты при  $Fo = 0,01$ ,  $Bi_2 = 1,0$  и значениях  $Bi_1 = 1,0$  (кривая 1),  $Bi_1 = 10,0$  (кривая 2). Анализ полученной зависимости показывает, что с уменьшением теплоотдачи с верхней поверхности температура в плите увеличивается. При этом в среднем слое градиент температуры уменьшается. На рис. 3 показана зависимость относительной температуры в центре среднего слоя плиты ( $X = 0,55$ ) от  $Bi_1$  при  $Bi_2 = 1,0$  и различных значениях числа Фурье  $Fo = 0,01, 0,1, 0,5$  (кривые 1—3 соответственно). Как видно из этого рисунка, температура в центре среднего слоя плиты с увеличением времени уменьшается. Интенсивность уменьшения увеличивается с ростом теплоотдачи.

1. Коляно Ю. М., Процюк Б. В. Термопружность багатопарового цилиндра.— Доп. АН УРСР. Сер. А, 1976, № 8, с. 718—721.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.— М.: Наука, 1970.— 720 с.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности.— М.: Высш. школа, 1967.— 600 с.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию 24.09.79

УДК 517.9

А. П. Слесаренко, О. Н. Бобылева

#### СТРУКТУРНЫЙ МЕТОД В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ДЛЯ КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫХ СРЕД

Для решения задачи теплопроводности, электростатики и магнитостатики в областях сложной формы с кусочно-однородной средой рассмотрим применение одной модификации структурного метода в сочетании с методом Рит-