

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \frac{\text{Bi}}{2(n+1)} e^{(n+1)^2 \tau} \left[\left(1 - \frac{\text{Bi}}{n+1} \right) e^{-(n+1)x} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\tau}} - (n+1)\sqrt{\tau} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \left(1 + \frac{\text{Bi}}{n+1} \right) e^{(n+1)x} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\tau}} + (n+1)\sqrt{\tau} \right) \right] + e^{\text{Bi}(x+\text{Bi}\sqrt{\tau})} \operatorname{erfc} \times \right. \\
& \quad \times \left. \left(\frac{x}{2\sqrt{\tau}} + \text{Bi}\sqrt{\tau} \right) - \left(1 - \frac{\text{Bi}^2}{(n+1)^2} \right) \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\tau}} \right\} + \\
& \quad + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{(n+1)^2} [e^{(n+1)^2 \tau} - 1] e^{-(n+1)x}, \tag{10}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
a &= 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n c_n \frac{(2n)!}{2^{2n} n! (n+1)^2 n (n^2 + 2n + 2)}; \\
a_n &= \varepsilon^n c_n \frac{(n+1)(2n)!}{2^{2n} (n!)^2 n (n^2 + 2n + 2)}.
\end{aligned}$$

Учитывая, что температурное поле изменяется только по толщине, температурные напряжения для свободного от силовой нагрузки упругого полупространства определяем по формуле [3]

$$\sigma_T(z, t) = - \frac{\alpha_t E}{1-\nu} T(z, t), \tag{11}$$

где α_t — коэффициент теплового расширения; ν — коэффициент Пуассона; E — модуль упругости.

Данная методика позволяет количественно исследовать влияние нелинейной зависимости между V и H на термоупругое состояние.

1. Дружинин В. В. Магнитные свойства электротехнической стали.— М. : Госэнергоиздат, 1962.— 320 с.
2. Преображенский А. А. Магнитные материалы и элементы.— М. : Высш. школа, 1976.— 336 с.
3. Подстригац Я. С., Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Чернявская Л. В. Термоупругость электродных тел. Киев : Наук. думка, 1977.— 248 с.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
21.03.79

УДК 534.222 + 552.1:59

Б. Д. Бойко, Т. З. Вербицкий, А. И. Чигинь

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ, СВЯЗАННЫХ С ПРОХОЖДЕНИЕМ УПРУГИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ТРЕЩИНОВАТУЮ ЗОНУ

Известно, что внешние термобарические условия существенно влияют на структуру и физико-механические свойства многофазных сред. Структура и физико-механические характеристики среды в свою очередь определяют параметры импульсных упругих волн (амплитудно-фазовый спектр, время прохождения и амплитуду колебаний), распространяющихся в данной среде. В работах [1, 2] показано, что при прохождении упругих волн через трещиноватое тело могут иметь место также нелинейные волновые явления, в том числе генерация продольной волны поперечной. Таким образом, существует принципиальная возможность по результатам лабораторных измерений параметров упругих волн, распространяющихся в исследуемом материале, судить о структурных изменениях, происходящих в нем под действием таких внешних факторов, как температура и давление. Проведенные ранее

экспериментальные исследования образцов горных пород во время действия на них возрастающей статической нагрузки показали, что трещинообразование вызывает уменьшение скоростей распространения и амплитуд упругих волн, а также генерацию продольной волны при распространении поперечной. Но при таком способе разрушения тяжело было обнаружить anomalно трещиноватые зоны в заданном месте и объеме, чтобы проверить, есть ли они действительно источником наблюдаемых нелинейных явлений.

С целью исследования связи места генерации продольной волны с трещиноватой зоной, а также проверки физической теории трещинного ангармонизма [2] было проведено реестрацию упругих волн при импульсном прозвучивании образцов горных пород в процессе нагревания отдельных их участков.

На рис. 1 показана блок-схема лабораторного устройства, обеспечивающего графическую реестрацию ультразвуковых сигналов, а также оцифровку их на перфоленте с целью обработки получаемой информации на ЭВМ. Принцип работы системы следующий. С генератора дефектоскопа 1 электрический сигнал амплитудой 300 (600) В и с частотой повторения импульсов 200 Гц подается на пьезоэлектропреобразователь-излучатель 5, изготовленный из керамики ЦТС.

Акустический сигнал, распространяющийся в исследуемом образце 8, принимается вторым пьезоэлектропреобразователем-приемником 12 и подается одновременно на вход приемника дефектоскопа и широкополосного усилителя 9. Усиленный электрический сигнал ультразвуковой частоты с выхода усилителя через блок формирования 6 подается на стробоскопический осциллограф 3, с которого медленно изменяющийся сигнал той же формы подается на самописец 11 и на цифровизаторную систему с перфоратором 10. Для синхронизации сигнала с моментом излучения и для его регулируемой задержки, которая необходима для записи сигнала во временном интервале, представляющем основной интерес, с импульсного генератора 2 подается импульс синхронизации на стробоскопический осциллограф. Генератор 2 синхронизируется импульсом с дефектоскопа. Для контроля и визуализации акустического сигнала служит осциллограф 4.

Локальный нагрев образцов горных пород кольцом 7 из электроспирали дает возможность создавать зоны повышенной трещиноватости в заданном месте и объеме и вызывать нелинейные явления, обусловленные прохождением поперечной упругой волны через эти зоны. Принятый режим нагрева обеспечивает образование микротрещин с длиной, меньшей длины используемых упругих волн.

Анализ осциллограмм, зарегистрированных во время нагрева исследуемых образцов, а также графиков зависимости времен прохождения и амплитуд разных фаз колебаний от времени нагрева показывает, что при нагреве исследуемого образца на расстоянии 5 см от приемника перед вступлением основной поперечной волны появляется генерированная продольная, время вступления которой соответствует времени, необходимому для прохождения этой волной расстояния от нагревателя или трещиноватой зоны до приемника. На рис. 2 показаны экспериментальные графики зависимости времен прохождения Δt и амплитуд A основной поперечной волны S и генерированной ею продольной P от времени нагрева образца. С увеличением времени нагрева амплитуда P -волны, генерированной поперечной, растет (рис. 2, а). Такое же соответствие получено и в том случае, когда нагреватель находился на расстоянии 5 см от излучателя (рис. 2, б). В аналогичных условиях проводились экспериментальные исследования распространения продольной

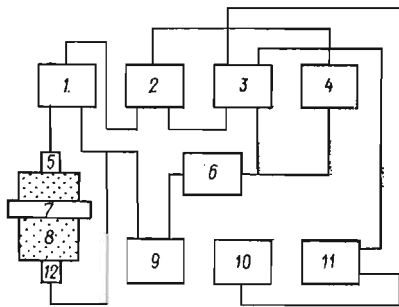


Рис. 1

волны. В процессе локального нагрева образца было оцифровано осциллограммы P -волны. Спектральный анализ этих осциллограмм показывает, что появление зоны трещиноватости в образце вызывает расширение ампли-

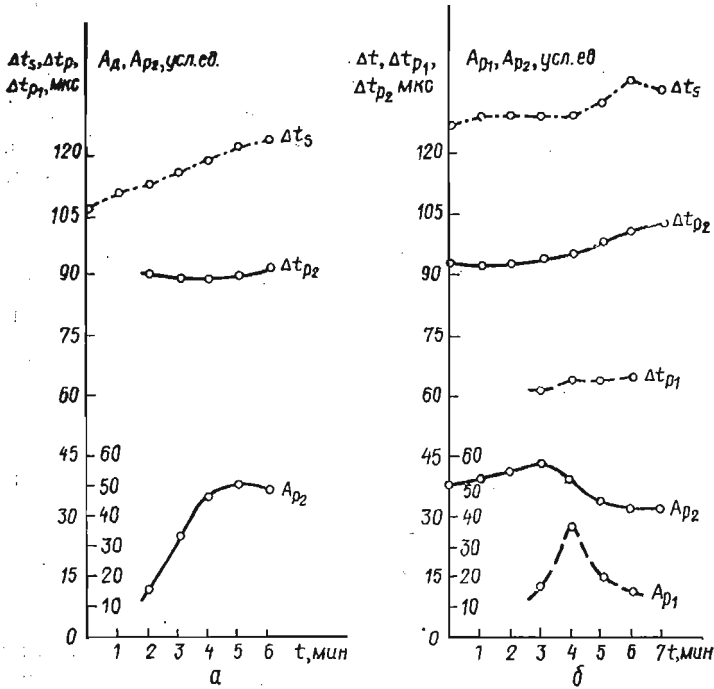


Рис. 2

тудного спектра P -волн в сторону высоких и низких частот, чего и следовало ожидать согласно теоретическим данным [3]. С ростом трещиноватости и увеличением поглощения высокочастотные аномалии на амплитудном спектре существенно уменьшаются. Графики амплитудных спектров импульсов продольной волны при прозвучивании исследуемого образца до нагрева, при локальном нагревании на расстоянии 5 см от приемника и на том же расстоянии от излучателя показаны на рис. 3, а, б, в соответственно.

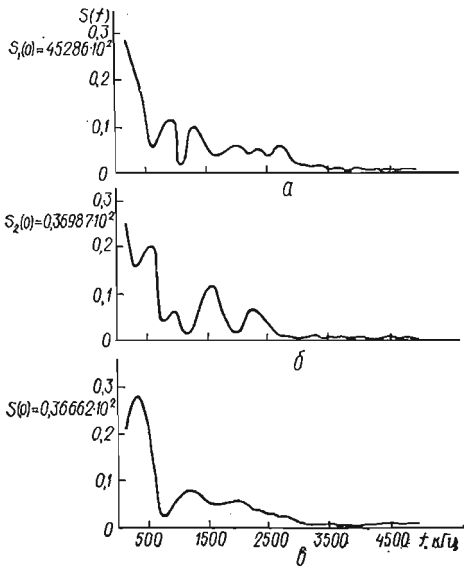


Рис. 3

Полученные результаты подтверждают нелинейное происхождение продольной волны, образующейся при прохождении поперечной через трещиноватую зону, а также нелинейную трансформацию спектра продольной волны, правильность теоретических данных относительно физической природы нелинейной упругости горных пород, возможность определения положения зоны повышенной трещиноватости на основе данных о времени вступления основной поперечной волны и генерированной ею продольной.

1. *Вербицкий Т. З., Бойко Б. Д.* Исследование генерации продольной волны поперечной, распространяющейся в пористой горной породе.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1977, № 3, с. 225—228.
2. *Вербицкий Т. З.* Физическая природа нелинейной упругости геологических сред с фазовыми микронеоднородностями и особенности распространения в них упругих волн.— Геофиз. сб. АН УССР, 1976, № 75, с. 16—24.
3. *Максимов Б. И.* Об изменении спектра монохроматической волны в диссипативной среде.— Акуст. журн., 1969, 15, вып. 3, с. 462—467.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
10.01.79

УДК 538.311.001.24

Л. И. Глухивский

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НА ЦВМ БЕГУЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ПРОВОДЯЩЕМ ФЕРРОМАГНИТНОМ СЛОЕ

Необходимость расчета бегущей электромагнитной волны в проводящем ферромагнитном слое возникает при решении большого класса прикладных задач, среди которых — исследование индукционных электрических машин с массивным ферромагнитным ротором, исследование индукционного нагрева ферромагнитных деталей и др.

Нелинейность характеристики намагничивания среды практически исключает возможность расчета в ней переменного электромагнитного поля аналитическими методами. Реализация для этой цели в случае двумерных континуумов даже сравнительно несложной конфигурации метода сеток, заменяющего краевые задачи для дифференциальных уравнений теми или иными разностными схемами, возможна только с применением ЦВМ большой производительности и притом с большими затратами машинного времени.

В настоящей статье предлагается дифференциальный гармонический метод приближенного численного решения этой задачи для двумерного пространства, позволяющий значительно уменьшить затраты машинного времени и объем используемой памяти ЦВМ, что достигается благодаря сведению двумерной задачи к одномерной исходя из предположения об ограниченном спектре пространственных гармоник искомого поля в направлении движения волны.

Пусть на нижней и верхней поверхностях ферромагнитного слоя (см. рисунок) заданы волны нормальных составляющих B_{ny} и B_{vy} векторов магнитной индукции, движущиеся в направлении оси $O'x'$ со скоростью v . Дифференциальные уравнения Максвелла в системе координат xOy , перемещающейся относительно неподвижной системы $x'O'y'$ равномерно и прямолинейно в направлении оси $O'x'$ со скоростью движения волн, имеют вид

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = cB_y, \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где $c = \gamma v$; γ — удельная электрическая проводимость среды.

Вектор \vec{H} напряженности магнитного поля связан с вектором \vec{B} магнитной индукции характеристикой намагничивания среды

$$\vec{H} = \vec{H}(\vec{B}) \quad (2)$$

или в проекциях на оси x, y —

$$H_x = H_x(B_x, B_y), \quad H_y = H_y(B_x, B_y).$$

