

На рис. 4, а—в, 5 и 6 изображены амплитуды сигналов для случая падения волн из нижней полупространства (амплитуда падающего сигнала равна единице). Сигналы регистрировались на поверхности $\gamma = 0$. Параметры моделей на рис. 4, а—в, 5 и 6 такие, как и у моделей рис. 1, а—в, 2 и 3.

1. *Вюншель*. Синтетические сейсмограммы, рассчитанные с учетом многократных отражений и преломлений.— В кн.: Проблемы сейсмической разведки.— М.: Гостоптехиздат, 1962, с. 179—188.
2. *Вавилова Т. И., Пугач А. Д.* Об интенсивности суммарных многократных отраженных волн в трехслойной среде.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. М.; Л.: Наука, сб. 8, 1966, с. 30—47.
3. *Вавилова Т. И., Петрашень Г. И.* К расчету полей суммарных кратных волн в многослойных средах.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. М.; Л.: Наука, 1966, сб. 8, с. 48—54.
4. *Петрашень Г. И.* Элементы динамической теории распространения сейсмических волн.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: Изд-во ЛГУ, 1959, сб. 3, с. 11—106.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
19.12.78

УДК 539.3 : 537.22

Б. П. Галапац, Б. М. Гнидец, В. Ф. Кондрат

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ УПРУГОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ СРЕДЕ

Учет взаимовлияния процессов различной физической природы может оказать существенное влияние на результаты изучения распространения волн в твердых деформируемых телах. Так, в работах [3, 4] исследовано распространение плоских гармонических волн расширения с учетом взаимодействия процесса упругого деформирования и процесса теплопроводности, что позволило выявить некоторые качественно новые закономерности. Целесообразно также рассмотреть влияние взаимосвязи процессов деформации и электропроводности на распространение плоских гармонических волн в упругих электропроводных и полупроводящих средах исходя из уравнений макроскопических моделей таких сред, предложенных в работе [1].

Пусть в теле в направлении оси Ox распространяется плоская гармоническая волна с циклической частотой ω . В изотермическом случае, которым мы ограничимся, поля перемещений и электрического (электродного) потенциала в пренебрежении пондеромоторными силами определяются из уравнений

$$\left[2G + \epsilon_e \left(K - \frac{2}{3} G \right) \right] \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \beta_* K \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2}, \quad G \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2}, \quad (1)$$

$$G \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2}, \quad \lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\lambda}{\epsilon} \right) \left(\rho C_* \varphi + \beta_* K \frac{\partial u_1}{\partial x} \right).$$

Здесь $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор перемещения; φ — отклонение электрического потенциала от его начального значения Φ_0 ; K, G — модули всестороннего сжатия и сдвига; ρ — плотность массы; λ — коэффициент электропроводности; ϵ — диэлектрическая проницаемость; $\beta_* = \epsilon \beta$; β — электрострикционный коэффициент объемного расширения; $C_* = \epsilon_e C$; C — удельная емкость; τ — время. Для неферромагнитных электропроводных

тел $\epsilon_e = \epsilon_\beta = \epsilon_c = 1$. Для собственного полупроводника

$$\epsilon_e = 1 + \frac{1}{\rho \left(K - \frac{2}{3} G \right)} \frac{2\delta^2 K^2 F_0}{N_0^- + 2bF_0}, \quad \epsilon_\beta = 1 - \frac{1}{\rho\beta} \frac{2\delta m F_0}{N_0^- + 2bF_0},$$

$$\epsilon_c = 1 - \frac{1}{\rho^2 C} \frac{2m^2 F_0}{N_0^- + 2bF_0},$$

где F_0 , N_0^- — начальные значения потенциала диссоциации F , определяемого энергией, необходимой для перевода единицы заряда из связанного состояния в свободное и удельного заряда N^- свободных электронов; b — диссоциативная удельная электроемкость; m — коэффициент, характеризующий изменение электрического потенциала с потенциалом диссоциации; δ — диссоциативный коэффициент объемного расширения.

При известных функциях \vec{u} и φ отклонение f потенциала диссоциации от его начального значения, плотность электрических зарядов ω_e , первый инвариант тензора напряжений σ в изотермическом случае определяются соотношениями [1]

$$f = - \frac{2F_0}{N_0^- + 2bF_0} \left(\frac{\delta K}{\rho} e + \frac{m}{\rho} \varphi \right), \quad (2)$$

$$\omega_e = C\varphi + \frac{\beta K}{\rho} e + \frac{m}{\rho} f, \quad \sigma = 3K(e - \beta\varphi - \delta f).$$

Здесь $e = \text{div } \vec{u}$ — первый инвариант тензора деформации.

Для проводящих твердых тел оценка коэффициентов β и C получена ранее [1], а коэффициенты δ , b , m равны нулю. Проведем оценку характеристик материала β , C , δ , b , m собственного полупроводника.

Для количественной оценки коэффициентов $\beta = \left(\frac{\partial e}{\partial \varphi} \right)_{\sigma, f}$, $m = -\rho C \left(\frac{\partial \varphi}{\partial f} \right)_{e, \omega_e}$ примем, что электрический потенциал Φ собственного полупроводника определяется средней энергией электронов проводимости

$$\Phi = 0,3 (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m_0} \frac{n_i^{2/3}}{q_0}, \quad (3)$$

где \hbar — постоянная Планка; m_0 — масса свободного электрона; q_0 — заряд электрона; $n_i = 2 \left(\frac{km_0}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}} \left(\frac{m_n m_p}{m_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} \exp\left(\frac{q_0 F}{kT} \right)$ — концентрация электронов проводимости в единице объема; k — постоянная Больцмана; T — температура полупроводника; m_n , m_p — эффективные массы плотности состояний электронов и дырок. При этом

$$m = -\rho C \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_i} \right)_{e, \omega_e} \left(\frac{\partial n_i}{\partial F} \right)_{e, \omega_e} = -0,2 (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\rho \hbar^2}{m_0} \frac{n_i^{\frac{2}{3}}}{kT} C. \quad (4)$$

Если наряду с коэффициентом β ввести в рассмотрение новый коэффициент $\beta_1 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial e} \right)_{f, \omega_e}$, то, используя второе из соотношений (2), легко получить

$$\beta = - \frac{\rho C}{K} \beta_1.$$

С другой стороны, учитывая, что $\varphi = \Phi - \Phi_0 = 0,3 (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m_0} \frac{n_i^{2/3}}{q_0} [(1 + e)^{-\frac{2}{3}} - 1] \approx -\frac{1}{5} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m_0} \frac{n_i^{\frac{2}{3}}}{q_0} e$, находим

$$\beta_1 = -0,2 (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m_0} \frac{n_i^{\frac{2}{3}}}{q_0}.$$

Таким образом,

$$\beta = 0,2 (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\rho \hbar^2}{m_0 K} \frac{n_i^{\frac{2}{3}}}{q_0} C. \quad (5)$$

Так как удельный заряд свободных электронов $N^- = \frac{q_0 n_i}{\rho}$, то

$$b = \left(\frac{\partial N^-}{\partial F} \right)_{e, \varphi} = \frac{q_0}{\rho} \frac{\partial n_i}{\partial F} = \frac{q_0^2 n_i}{\rho k T}. \quad (6)$$

Подставляя (4), (6) в выражение для коэффициента ε_c , соотношение $\varepsilon_c C = C_*$ приводим к виду

$$0,08 (3\pi^2)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\hbar^2 n_i^{\frac{2}{3}}}{m_0} \right)^2 \frac{\rho}{k T (\rho k T N_0^- + 2q_0^2 n_i F_0)} C^2 - C + C_* = 0.$$

Разрешая последнее уравнение относительно C , учитывая, что $C_* \approx \approx 10^{-2}$ Кл · В⁻¹ · кг⁻¹ [1] и выбирая физически обоснованное решение с достаточной точностью, находим

$$C \approx C_* \approx 10^{-2} \text{ Кл} \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{кг}^{-1}. \quad (7)$$

С целью оценки коэффициента $\delta = \left(\frac{\partial e}{\partial f} \right)_{\sigma, \varphi}$ введем новый коэффициент

$\delta_1 = \left(\frac{\partial f}{\partial e} \right)_{\varphi} = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{\varphi} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial e} \right)_{\varphi}$. Используя первое и последнее из соотношений (2), для определения δ получаем уравнение

$$\frac{3\alpha_q K}{q_0} \delta^2 - \delta + 1,5 \frac{\rho \alpha_q}{q_0 F_0} \left(N_0^- + \frac{2q_0^2 n_i}{\rho k T} F_0 \right) = 0,$$

где $\alpha_q = \left(\frac{\partial E_q}{\partial \sigma} \right)_{\varphi}$ характеризует изменение ширины запрещенной зоны $E_q = -q_0 F$ с изменением первого инварианта тензора напряжений при постоянном термодинамическом электрическом потенциале. Так как для собственного полупроводника коэффициент α_q имеет порядок $10^{-28} - 10^{-29}$ м² · Дж · Н⁻¹ (для германия $\alpha_q \approx -8 \cdot 10^{-29}$ м² · Дж · Н⁻¹ [5]), то

$$\delta \approx \frac{3\rho \alpha_q}{2q_0 F_0} \left(N_0^- + \frac{2q_0^2 n_i}{\rho k T} F_0 \right). \quad (8)$$

Принимая $\rho = 5,3 \cdot 10^3$ кг · м⁻³, $T = 300$ К, $n_i = 2 \cdot 10^{19}$ м⁻³, $F_0 = 1$ В, $N_0^- = -0,6 \cdot 10^3$ Кл · кг⁻¹, $K = 10^{11}$ Н м⁻², из формул (4) — (6), (8) находим

$$\begin{aligned} m &\approx -4,1 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}, & \beta &\approx -1,6 \cdot 10^{-16} \text{ В}^{-1}, \\ b &\approx 0,2 \cdot 10^{-1} \text{ Кл} \cdot \text{В}^{-1} \text{ кг}^{-1}, & \delta &\approx 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ В}^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Приведенная оценка новых характеристик материала собственного полупроводника позволяет довести исследования влияния взаимосвязи рассматриваемых процессов на распространение плоских волн до числа.

Перейдем к исследованию влияния взаимосвязи деформационных и электромагнитных процессов на распространение плоских волн в рассматриваемой среде.

Представляя искомые решения $f = (u_1, u_2, u_3, \varphi)$ системы уравнений (1) в виде плоских волн

$$f(x, \tau) = f_0 \exp[-i(\rho x - \omega \tau)], \quad (10)$$

для определения волновых чисел p получаем дисперсионные соотношения

$$p^2 c_2^2 - \omega^2 = 0, \quad (11)$$

$$(p^2 c_1^2 - \omega^2) |\lambda p^2 + \rho C_* (i\omega + \lambda \varepsilon^{-1})| + p^2 \rho^{-1} (\beta_* K)^2 (i\omega + \lambda \varepsilon^{-1}) = 0. \quad (12)$$

Здесь $c_1 = \sqrt{\left[2G + \varepsilon_e \left(K - \frac{2}{3} G\right)\right] \rho^{-1}}$, $c_2 = \sqrt{G \rho^{-1}}$.

Решение уравнения (11)

$$p = \frac{\omega}{c_2} \quad (13)$$

представляет собой волновое число чисто сдвиговой волны в идеально упругом теле. Отсюда следует, что в рассматриваемой модели процесс электропроводности в бесконечном теле не влияет на сдвиговую волну.

Приближенное решение уравнения (12), записанное с точностью до величин порядка $\left(\frac{\beta_* K}{\rho c_1}\right)^2 C_*^{-2}$, имеет вид

$$p_1 \approx \frac{\omega}{c_1} \left[1 - 0,5 \frac{(\beta_* K)^2}{\rho \varepsilon} (\rho \varepsilon^{-1} c_1^2 C_* + \omega^2)^{-1} - \frac{i}{2} \frac{(\beta_* K)^2}{\rho \lambda} \omega^3 (\rho \varepsilon^{-1} c_1^2 C_* + \omega^2)^{-2} \right], \quad (14)$$

$$p_2 \approx \frac{1-i}{2} \sqrt{\varepsilon^{-1} \rho C_*} \left[1 - 0,5 \frac{(\beta_* K)^2}{\rho \varepsilon} (\omega^2 + \rho \varepsilon^{-1} c_1^2 C_*)^{-1} \right]. \quad (15)$$

При отсутствии связи между полями ($\beta_* = 0$) волновое число p_1 совпадает с волновым числом упругой волны сжатия $p_1 = \frac{\omega}{c_1}$. Поэтому волну с волновым числом p_1 , заданным выражением (14), естественно назвать модифицированной упругой волной сжатия.

Волна с волновым числом p_2 характеризуется очень сильным затуханием ($|\operatorname{Im} p_2| \approx 10^9 \text{ м}^{-1}$ для металлов и $|\operatorname{Im} p_2| \approx 10^6 \text{ м}^{-1}$ для полупроводников).

В дальнейшем ограничимся исследованием влияния процесса электропроводности на волновое число p_1 модифицированной упругой волны сжатия. Коэффициент затухания $\gamma_s = |\operatorname{Im} p_1|$ этой волны определяется согласно выражению (14) по формуле

$$\gamma_s = 0,5 \frac{(\beta_* K)^2}{\rho \lambda c_1} \omega^4 (\rho \varepsilon^{-1} c_1^2 C_* + \omega^2)^{-2}, \quad (16)$$

а относительное изменение фазовой скорости волны — по формуле

$$\frac{\Delta c_s}{c_1} = \frac{\omega}{c_1} - \operatorname{Re} p_1 = 0,5 \frac{(\beta_* K)^2}{\rho \varepsilon} (\rho \varepsilon^{-1} c_1^2 C_* + \omega^2)^{-1}. \quad (17)$$

Нами проведен численный анализ выражений (16) и (17). Численные значения величин γ_s и $\frac{\Delta c_s}{c_1}$ во всей области возможного изменения частот ($0 \leq \omega \leq 10^{14} \text{ с}^{-1}$ [2]) сравнивались со значениями коэффициента затухания γ_T и относительного изменения фазовой скорости $\frac{\Delta c_T}{c_1}$ упругой волны, обусловленных термоупругим рассеянием [3]. Такой анализ, проведенный для собственного полупроводника (кремний, германий), показывает, что для температур порядка комнатных $\gamma_s \ll \gamma_T$, $\frac{\Delta c_s}{c_1} \ll \frac{\Delta c_T}{c_1}$, т. е. в этом случае можно пренебречь влиянием процесса электропроводности.

Результаты численных исследований для металлов представлены в виде графиков. На рис. 1 показана зависимость $\lg \gamma_s$ (сплошная линия) и $\lg \gamma_T$ (штриховая) от $\lg \omega$, а на рис. 2 — зависимость $\lg \frac{\Delta c_s}{c_1}$ (сплошная линия)

и $\lg \frac{\Delta c_T}{c_1}$ (штриховая) от $\lg \omega$ в среде из меди. Как видно из рисунков, для всех частот $\gamma_s \ll \gamma_T$. В области частот $\omega \leq 10^{12} \text{с}^{-1}$ $\frac{\Delta c_s}{c_1} \leq \frac{\Delta c_T}{c_1}$, а при $\omega > 10^{12} \text{с}^{-1}$ $\frac{\Delta c_s}{c_1} > \frac{\Delta c_T}{c_1}$.

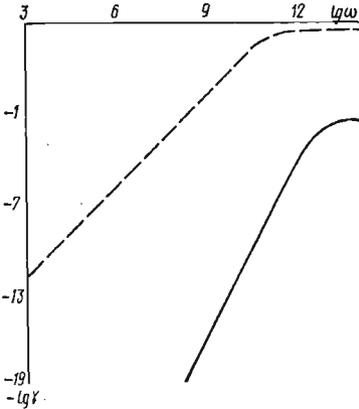


Рис. 1

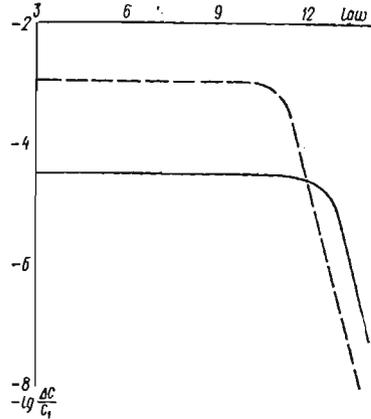


Рис. 2

Из полученных результатов можно заключить, что при исследовании распространения в металлах упругих волн с высокими гиперзвуковыми частотами необходимо учитывать взаимосвязь процессов деформации и электропроводности.

1. Бурак Я. Я., Галапац Б. П., Гнидець Б. М. Фізико-механічні процеси в електропровідних тілах.— К.: Наук. думка, 1978.— 232 с.
2. Займан Дж. Электроны и фононы.— М.: Изд-во иностр. лит., 1962.— 488 с.
3. Коваленко А. Д. Основы термоупругости.— Киев: Наук. думка, 1970.— 239 с.
4. Семерак Ф. В. Исследование гармонических волн в термоупругих средах с учетом конечной скорости распространения тепла.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 69—79.
5. Таблицы физических величин: Справочник.— М.: Атомиздат, 1976.— 1006 с.

Институт прикладных проблем механики
и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
21.12.78

УДК 539.3 : 534.26

Ю. Д. Зозуляк, Г. В. Магерус

К ОПТИМИЗАЦИИ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО СЛОЯ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

Пусть упругий слой $-h \leq z \leq 0$ (среда 2) контактирует со стороны плоскопараллельных границ $z = 0$, $-h$ с акустической средой, характеристики которой для $z > 0$ (среда 1) равны ρ_1, c_1 , а для $z < -h$ (среда 3) — ρ_3, c_3 (ρ_i, c_i — плотность и скорость звука в i -й среде). В плоскости $z = z_0$ (среда 1) в течение времени $0 < \tau \leq \tau_0$ нормально к поверхности $z = 0$ действует зондирующий импульс, потенциал которого можно представить в виде

$$g(t) \cos \omega t \delta(\zeta - \zeta_0).$$

Ставим задачу об определении такого закона изменения во времени функции управления $g(t)$ волнового возмущения, которая в пределах заданных ограничений обеспечивает за заданный промежуток времени опти-