

тенсивности внешнего магнитного поля в области (17). Для $\xi^2 \gg 1$ с ростом интенсивности внешнего магнитного поля увеличиваются резонансные значения периода η распределения нагрузки. При $\eta = 2c_2/\omega$ тепловыделение в полупространстве практически отсутствует.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев А. Н., Киселев М. И., Рыкалин Н. Н. Оценка эффективности магнитозвукового нагрева металла в режиме бесконтактного индукционного возбуждения.— ФХОМ, 1970, № 6, с. 3—10.
2. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин.— М.: Наука, 1977.— 272 с.
3. Ахизер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны.— М.: Наука, 1967.— 368 с.
4. Бурак Я. И., Галапац Б. П., Подстригач Я. С. Исходные уравнения теории деформации неполяризованных электропроводных твердых тел.— В кн.: Избранные проблемы прикладной механики. М.: ВИНТИ, 1974, с. 167—178.
5. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля.— М.: Мир, 1972.— 391 с.
6. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Введение в нелинейную механику.— Киев: Изд-во АН УССР, 1937.— 364 с.
7. Підстригач Я. С., Бурак Я. Й. Деякі аспекти побудови нових моделей механіки твердого тіла з урахуванням електромагнітних процесів.— Вісн. АН УРСР, 1970, № 12, с. 18—31.
8. Седов Л. И. Математические методы построения новых моделей сплошных сред.— УМН, 1965, 20, № 5, с. 121—129.
9. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1973.— Т. 1. 530 с.
10. Селезов И. Т. Некоторые приближенные формы уравнений движения магнитоупругих сред.— МТТ, 1975, № 5, с. 86—91.
11. Селезов И. Т., Селезова Л. В. Волны в магнитоупругих средах.— Киев: Наук. думка, 1975.— 163 с.
12. Alper R. A., Rubin R. J. Magnetik dispersion and attenuation of sound in conducting fluid and solids.— J. Acoust. Soc. Amer., 1954, 26, p. 452—455.
13. Chadwick P. Elastic wave propagation in magnetic field.— In: Acts IX Congr. Int. Mech. Appl. Bruxelles, 1957, 7, p. 143—158.
14. Kaliski S., Petykiewicz J. Dynamical equations of motions coupled with the field of temperatures and resolving functions for elastic and inelastic anisotropic bodies in the magnetic field.— Proc. Vibr. Probl., 1960, 1, N 3, p. 81—94.

Институт прикладных проблем
механики и математики АН УССР

Поступила в редколлегию
02.03.78

УДК 537.324

Я. И. Бурак, Р. А. Пеленский

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ЭЛЕКТРОПРОВОДНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПРИ ТЕПЛОВОМ УДАРЕ

В настоящей работе дается анализ кинетики перераспределения электрической системы полубесконечной теплоэлектропроводной среды при тепловом ударе на основе системы уравнений, приведенной в работе [1], в которой одновременно учтены поле кулоновского взаимодействия зарядов и поле термодинамического электрического (электродного) потенциала. Исследуется влияние процесса распространения тепла на перестройку приповерхностного двойного электрического слоя среды в пренебрежении эффектами влияния кинетики перераспределения зарядов на температурное поле.

Теплоэлектропроводная среда занимает полупространство $x > 0$, а остальная часть пространства рассматривается в приближении вакуума. В начальном состоянии среда однородно нагрета до температуры T_0 . Температура граничной поверхности ($x = 0$) изменяется во времени по закону

$$T = T_0 + (T_c - T_0) [1 - \exp(-bt)]. \quad (1)$$

В принятом приближении отклонение температуры от начальной $t = T - T_0$ определяется решением уравнения теплопроводности и имеет вид

$$t = (T_c - T_0) \left\{ \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - 0,5 \exp(-b\tau) \times \right. \\ \times \left[\exp\left(-ix\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - i\sqrt{b\tau}\right) + \right. \\ \left. \left. + \exp\left(ix\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + i\sqrt{b\tau}\right) \right] \right\}. \quad (2)$$

Неоднородность в распределении температуры приводит к изменению энергетического состояния свободных электронов, характеризуемого полем термодинамического электрического потенциала, и в связи с этим к перераспределению свободных электронов. Отклонение термодинамического электрического потенциала от значения χ_0 в равновесном, не возмущенном наличием границ, состоянии среды определяется из уравнения [1]

$$\frac{\partial \chi}{\partial \tau} - \frac{\lambda}{C} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\lambda}{\varepsilon} \chi = \gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\eta}{C} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\lambda}{\varepsilon} \gamma t, \quad (3)$$

где C — удельная объемная изотермическая емкость; λ — удельная электропроводность; ε — электрическая постоянная; γ — температурный коэффициент изменения термодинамического электрического потенциала; η — коэффициент теплоэлектропереноса.

Отклонение термодинамического электрического потенциала от его значения в равновесном состоянии, вызванное влиянием границы раздела сред, на основе уравнения (3) имеет вид

$$\chi = (X_n - X_0) \exp\left(-\sqrt{\frac{C}{\varepsilon}} x\right), \quad (4)$$

где X_n — значение термодинамического электрического потенциала на поверхности электропроводной среды, а X_0 — значение его в однородной среде, невозмущенной наличием границ. Здесь задача решается для случая, когда величина X_n фиксирована.

Отклонение термодинамического электрического потенциала от его значения в равновесном состоянии, обусловленное воздействием температурного поля и контактными явлениями, согласно уравнениям (2), (3), (4) записывается следующим образом:

$$\chi = \frac{(T_c - T_0) baC}{(aC - \lambda)(b - n)} \left\{ \left(\gamma + \frac{\eta}{aC} - \frac{\gamma\lambda}{b\varepsilon} \right) \left[\operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - 0,5 \exp(-b\tau) \times \right. \right. \\ \times \left[\exp\left(-ix\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - i\sqrt{b\tau}\right) + \right. \\ \left. \left. + \exp\left(ix\sqrt{\frac{b}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + i\sqrt{b\tau}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{b\varepsilon}{b\varepsilon - \lambda} \left[\operatorname{erfc} \frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} - 0,5 \exp\left[-\left(b - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau\right] \times \right. \right. \right. \\ \times \left[\exp\left(-ix\sqrt{\left(b - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\frac{C}{\lambda}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} - i\sqrt{\left(b - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau}\right) + \right. \\ \left. \left. + \exp\left(ix\sqrt{\left(b - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\frac{C}{\lambda}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} + i\sqrt{\left(b - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau}\right) \right] \right] \times \\ \left. \left. \times \exp\left(-\frac{\lambda}{\varepsilon}\tau\right) \right\} + \left(\frac{\gamma\lambda}{n\varepsilon} - \gamma - \frac{\eta}{aC} \right) \left\{ \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -0,5 \exp(-n\tau) \left[\exp\left(-ix \sqrt{\frac{n}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - i\sqrt{n\tau}\right) + \right. \\
& + \exp\left(ix \sqrt{\frac{n}{a}}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + i\sqrt{n\tau}\right) \left. - \frac{n\varepsilon}{n\varepsilon - \lambda} \left[\operatorname{erfc}\frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} - \right. \right. \\
& - 0,5 \exp\left[-\left(n - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau\right] \exp\left(-ix \sqrt{\frac{nC}{\lambda} - \frac{C}{\varepsilon}}\right) \times \\
& \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} - i\sqrt{\left(n - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau}\right) + \exp\left(ix \sqrt{\frac{nC}{\lambda} - \frac{C}{\varepsilon}}\right) \times \\
& \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x\sqrt{C}}{2\sqrt{\lambda\tau}} + i\sqrt{\left(n - \frac{\lambda}{\varepsilon}\right)\tau}\right) \left. \left. \exp\left(-\frac{\lambda}{\varepsilon}\tau\right) \right] \right\} + \\
& + (X_n - X_0) \exp\left[-\sqrt{\frac{C}{\varepsilon}}x\right], \tag{5}
\end{aligned}$$

где $n = \frac{\lambda a C}{\varepsilon(aC - \lambda)}$.

Найденные выражения для термодинамического электрического потенциала (5) и температуры (2) позволяют найти плотность распределенного объемного заряда [1] $\rho = C(X - \gamma t)$. Напряженность электрического поля $E = (E, 0, 0)$ вычисляется на основании дифференциальной формы теоремы Гаусса и имеет вид

$$E = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x \rho(x_0) dx_0 + A.$$

Для определения постоянной интегрирования A используем граничное условие для полного тока. Учитывая, что покинувшие электропроводное тело свободные электроны сосредотачиваются на поверхностном слое зарядов, для полного тока на границе электропроводная среда — вакуум ($x = 0$) можно записать уравнение

$$\bar{\delta} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau} = 0.$$

Здесь $\bar{\delta}$ — плотность тока, для определения которой используется [1] кинетическое уравнение

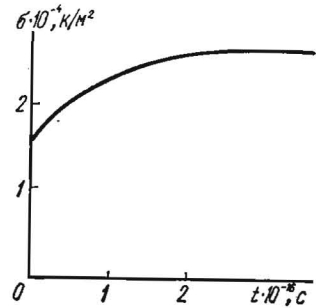
$$\bar{\delta} = \lambda(\bar{E} - \operatorname{grad} X) - \eta \operatorname{grad} T; \tag{6}$$

$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$ — вектор электрической индукции. Таким образом, получаем $A = 0$.

Плотность распределенного поверхностного заряда σ находим с помощью граничного условия для векторов электрической индукции $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$. Если покинувшие электропроводную среду электроны образуют поверхностный слой зарядов, в полупространстве, рассматриваемом в приближении вакуума, поле отсутствует. Поэтому, учитывая соотношение (6), получаем $\sigma = \varepsilon E$.

Плотность распределенного поверхностного заряда изменяется во времени по закону

$$\begin{aligned}
\sigma = & -\sqrt{C\varepsilon}(X_n - X_0) + \\
& + (T_c - T_0) b\sqrt{a}C \left\{ \frac{m\varepsilon\sqrt{a}C\lambda}{(\lambda^2 - b^2\varepsilon^2)m\lambda aC + (2aC - \lambda)b\lambda m^2\varepsilon^2 + (\lambda^2 b^2 - a^2 C^2 m^2)\lambda\varepsilon} \times \right.
\end{aligned}$$



$$\times \left[\frac{2\eta}{\varepsilon a C} (b\lambda - Cam) \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} + nm \left(\gamma - \frac{\eta}{\lambda} \right) \frac{\exp(-m\tau)}{i \sqrt{m}} \operatorname{erf}(i \sqrt{m\tau}) + \right. \\ \left. + m \left(\gamma n + \frac{b\eta}{aC} \right) \frac{\exp(-n\tau) \operatorname{erf}(i \sqrt{n\tau})}{in} \right] \exp\left(-\frac{\lambda}{\varepsilon} \tau\right) + \\ + \left[\varepsilon \lambda \left(\gamma + \frac{\eta}{\lambda} \right) / (Ca\varepsilon n - b\lambda\varepsilon) \right] \times \\ \times \left[\frac{\exp(-b\tau) \operatorname{erf}(i \sqrt{b\tau})}{i \sqrt{b}} - \frac{\exp\left(-\frac{aCm}{\lambda} \tau\right) \operatorname{erf}\left(i \sqrt{\frac{Cam}{\lambda}} \tau\right)}{i \sqrt{\frac{Cam}{\lambda}}} \right] \Bigg\},$$

где $m = \frac{\lambda^2}{\varepsilon(Ca - \lambda)}$; $n = b - \frac{\lambda}{\varepsilon}$.

Плотность распределенного по поверхности заряда изменяется во времени практически со скоростью релаксации на поверхность среды неравновесного заряда. Результаты численных исследований представлены на рисунке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурак Я. И., Галапац Б. П., Пеленский Р. А. Теоретические основы расчета распределения объемных и поверхностных зарядов в микроэлектронных и термоэлектрических устройствах.— Теорет. электротехника, 1976, вып. 20, с. 74—84.

Институт прикладных проблем механики и математики АН УССР
Львовский политехнический институт

Поступила в редколлегию
20.02.78

УДК 539.377 : 533.54

Б. И. Чорный

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА НАПРЯЖЕНИЯ

Рассмотрим бесконечную электропроводную упругую цилиндрическую оболочку радиусом R и толщиной $2h$, отнесенную к смешанной криволинейной системе координат z, φ, γ ($-h \leq \gamma \leq h$). Оболочка помещена в коаксиальный с ней индуктор радиусом R_* , в котором протекает установившийся во времени ток с плотностью

$$\vec{j}(r, \tau) = \{0, j_0(\tau) \delta(r - R_*) e^{i\omega\tau}, 0\}, \quad (1)$$

где $\delta(r - R_*)$ — дельта-функция; r — цилиндрическая координата; ω — круговая частота; τ — время.

Индукционные токи, возбуждаемые индуктором в оболочке, приводят к выделению Джоулева тепла, удельная мощность Q которого находится на основании решения уравнений электродинамики для системы оболочка — вакуум с учетом условий непрерывности касательных составляющих векторов напряженностей электромагнитного поля на границе раздела, условий излучения на бесконечности и ограниченности решения в нуле [1].

Примем, что индукционный нагрев осуществляется при частотах ω , при которых параметр δ , характеризующий глубину проникновения индукционных токов, удовлетворяет условию $\delta \ll 2h$, т. е. имеет место приповерх-