нагрева в последнем случае при одном и том же уровне допустимых растягивающих напряжений на внешней поверхности приблизительно на 10% меньше аналогичной в условиях теплоизоляции на внутренней поверхности оболочки.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
20.III 1977 г.

УДК 621.785.2 : 621.791.053

Л. П. Беседина, Н. И. Полищук

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ОБРАБОТКЕ ЗОНЫ МЕРИДИОНАЛЬНОГО СВАРНОГО ШВА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Основы методики аналитического определения режимов низкотемпературной обработки тонких сварных пластин и пологих оболочек предложены в работах [1, 2]. В настоящей работе с использованием этой методики исследуется вопрос о снятии остаточных напряжений в сваренной вдоль меридиана цилиндрической оболочке, находящейся в условиях плоской деформации.

Пусть длинная цилиндрическая оболочка радиуса R, толщины $2h$ с меридиональным сварным швом находится в условиях плоского напряженного состояния, обусловленного изменяющимися в кольцевом направлении остаточными сварочными деформациями. Рассмотрим задачу определения дополнительных термопластических деформаций, которые вместе с заданными начальными сварочными обеспечивают оптимально низкий уровень остаточных напряжений. Для их определения используем условие минимизации функционала энергии упругой деформации оболочки [3—5].

В рассматриваемом случае энергия упругой деформации оболочки, рассчитанная на единицу длины в осевом направлении, представляется в виде функционала

$$K = \frac{1}{2D_0}\int_{-\pi}^{\pi}\left[N_1^2 - 2\nu N_1N_2 + N_2^2 + \frac{3}{h^2}\left(M_1^2 - 2\nu M_1M_2 + M_2^2\right)\right]d\beta, \qquad (1)$$

где $D_0 = 2Eh$; E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона; N_1, N_2 — компоненты усилий; M_1, M_2 — компоненты моментов, которые связаны [7] уравнениями равновесия

$$\frac{dN_2}{d\beta} + \frac{1}{R}\frac{dM_2}{d\beta} = 0, \quad N_2 = \frac{1}{R}\frac{d^2M_2}{d\beta^2} \qquad (2)$$

и совместности деформаций

$$\begin{gathered}\frac{3R}{D_0h^2}\frac{d}{d\beta}(M_1 - \nu M_2) - \frac{1}{D_0}\frac{d}{d\beta}(N_1 - \nu N_2) + \frac{d}{d\beta}\left(R\varkappa_1^{(p)} - \varepsilon_1^{(p)}\right) = \\ = \frac{d}{d\beta}\left(\varepsilon_1^{(0)} - R\varkappa_1^{(0)}\right), \\ \frac{3R}{D_0h^2}(M_1 - \nu M_2) + \frac{1}{D_0}\frac{d^2}{d\beta^2}(N_1 - \nu N_2) + R\varkappa_1^{(p)} + \frac{d^2}{d\beta^2}\varepsilon_1^{(p)} = \\ = -R\varkappa_1^{(0)} - \frac{d^2}{d\beta^2}\varepsilon_1^{(0)}.\end{gathered} \qquad (3)$$

Здесь $\varepsilon_1^{(p)}$, $\varkappa_1^{(p)}$ и $\varepsilon_1^{(0)}$, $\varkappa_1^{(0)}$ — искомые пластические и начальные сварочные деформации.

Ставится вариационная задача о минимизации функционала энергии упругой деформации (1) на множестве допустимых функций усилий и моментов, удовлетворяющих уравнениям (2), (3). Решая ее, для определения оптимальных пластических деформаций $\varepsilon_1^{(p)}$, $\varkappa_1^{(p)}$ получаем уравнения

$$\frac{d^2}{d\beta^2}(\varepsilon_1^{(p)}+\varepsilon_1^{(0)})+R(\varkappa_1^{(p)}+\varkappa_1^{(0)})=0,\quad \frac{d}{d\beta}(\varepsilon_1^{(p)}+\varepsilon_1^{(0)})-R\frac{d}{d\beta}(\varkappa_1^{(p)}+\varkappa_1^{(0)})=0, \tag{4}$$

которые представляют собой условия совместности суммарных деформаций — искомых пластических и начальных сварочных. Ограничимся рассмотрением случая, когда

$$\varepsilon_1^{(0)}(\beta)=\sum_{k=1}^{m}A_k(\cos\beta-\cos\beta_0)^k\,[S_+(\beta+\beta_0)-S_+(\beta-\beta_0)],$$
$$\varkappa_1^{(0)}(\beta)\equiv 0,\quad \varkappa_1^{(p)}(\beta)\equiv 0. \tag{5}$$

Тогда из уравнений (4) получим, что единственными оптимальными локальными пластическими деформациями являются деформации, противоположные по знаку остаточным сварочным, т. е.

$$\varepsilon_1^{(p)}(\beta)=-\varepsilon_1^{(0)}(\beta). \tag{6}$$

Определим постоянные по толщине температурные поля низкотемпературной обработки рассматриваемой сварной цилиндрической оболочки, приводящие к созданию в ней пластических деформаций, при которых остаточные напряжения равны нулю.

Пусть искомые температурные поля в промежутке времени $0\leqslant\tau\leqslant\tau_1$ обеспечивают упругое деформирование оболочки, в промежутке времени $\tau_1<\tau<\tau_2$ — термопластическое деформирование области $-\beta_0\leqslant\beta\leqslant\beta_0$ оболочки, приводящее к созданию в ней требуемых дополнительных пластических деформаций $\varepsilon_1^{(p)}(\beta)$ при упругом деформировании оболочки вне этой области, и упругое деформирование всей оболочки для промежутка времени $\tau>\tau_2$ в процессе охлаждения. Примем, что материал оболочки идеально пластический и удовлетворяет условию текучести Мизеса [6]. В случае близкого к безмоментному напряженного состояния оболочки это условие характеризуется эллипсом текучести Мизеса в переменных N_1, N_2, т. е.

$$N_1^2-N_1N_2+N_2^2=4h^2\sigma_s^2, \tag{7}$$

и при пластическом деформировании в окрестности некоторой его точки $(N_1^0,\ N_2^0)$ может быть аппроксимировано прямой

$$kN_2+N_1-B=0, \tag{8}$$

где

$$k=\frac{2N_2^0-N_1^0}{2N_1^0-N_2^0};\quad B=\frac{[(N_2^0)^2-N_2^0N_1^0+(N_1^0)^2]-4h^2\sigma_s^2}{2N_1^0-N_2^0}; \tag{9}$$

σ_s — предел текучести.

Из закона пластического течения, ассоциированного с условием пластичности (8), находим

$$\varepsilon_1^{(p)}(\beta,\tau)=\lambda(\beta,\tau),\quad \varepsilon_2^{(p)}(\beta,\tau)=k\lambda(\beta,\tau). \tag{10}$$

Пусть пластическое деформирование области $-\beta_0\leqslant\beta\leqslant\beta_0$ происходит в промежутке времени $\tau_1<\tau<\tau_2$ в режиме $k=0$ и пусть

$$\lambda(\beta,\tau_1)=0,\quad \lambda(\beta,\tau_2)=\varepsilon_1^{(p)}(\beta). \tag{11}$$

Тогда, согласно необходимому условию пластического нагружения [6], функция $\lambda(\beta,\tau)$ должна быть монотонно изменяющейся во времени в промежутке $\tau_1<\tau<\tau_2$.

Для определения температурных полей в области термопластического деформирования при $\tau_1<\tau<\tau_2$ представим компоненты полных деформаций в виде суммы

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^{(y)} + \varepsilon_1^{(p)}(\beta, \tau) + \alpha t(\beta, \tau) + \varepsilon_1^{(0)}, \quad \varkappa_1 = \varkappa_1^{(y)}, \tag{12}$$

где

$$\varepsilon_1^{(y)} = \frac{N_1 - \nu N_2}{D_0}; \quad \varkappa_1^{(y)} = \frac{3}{h^2 D_0}(M_1 - \nu M_2). \tag{13}$$

Используя уравнения равновесия (2), условие текучести (8) и совместности компонент полных деформаций (12) и удовлетворяя требованию близкого к безмоментному напряженному состоянию, находим температурное поле в области термопластического деформирования

$$\alpha t(\beta, \tau) = -\frac{1}{D_0} N_1 - \varepsilon_1^{(p)}(\beta, \tau) - \varepsilon_1^{(0)} + C, \tag{14}$$

где C — параметр, который может быть определен из заданных условий нагрева. Здесь $t(\beta, \tau)$ является функцией, монотонно изменяющейся во времени. Напряженное состояние характеризуется отличным от нуля усилием $N_1 = \frac{4h\sigma_s}{\sqrt{3}}$.

На основании уравнений равновесия (2), совместности деформаций, условий сопряжения упругой и пластической областей и интегральной уравновешенности напряжений в каждом поперечном сечении оболочки находим, что напряженное состояние областей $\beta_0 \leqslant \beta \leqslant \pi$, $-\pi \leqslant \beta \leqslant -\beta_0$ характеризуется ненулевым осевым усилием N_1, которое определяется по формуле

$$N_1 = -D_0[\alpha t(\beta) - C_1], \tag{15}$$

где

$$C_1 = \frac{\alpha D_0}{\pi - \beta_0}\int_{\beta_0}^{\pi} t(\beta)\,d\beta - \frac{4h\beta_0\sigma_s}{\sqrt{3}(\pi - \beta_0)}. \tag{16}$$

При нахождении температурных полей в областях $-\pi \leqslant \beta \leqslant -\beta_0$, $\beta_0 \leqslant \beta \leqslant \pi$ будем исходить из того, что в процессе термообработки эти области должны деформироваться упруго. Поэтому для их определения воспользуемся минимизацией функционала энергии формоизменения, который с учетом симметрии относительно сечения $\beta = 0$ для области $\beta_0 \leqslant \beta \leqslant \pi$ запишем так:

$$U = \frac{D_0 R^2(1 + \nu + \nu^2)}{3(1+\nu)}\int_{\beta_0}^{\pi}\{[\alpha t(\beta)]^2 - 2\alpha C_1 t(\beta) + C_1^2\}\,d\beta. \tag{17}$$

Ставится вариационная задача о минимизации функционала энергии формоизменения (17), заданного на множестве температурных полей $t(\beta)$, удовлетворяющих интегральным условиям вида

$$Q_i[t] \equiv \int_{\beta_0}^{\pi} t(\beta)(\cos\beta - \cos\beta_1)^i S_+(\beta_1 - \beta)\,d\beta = G_i. \tag{18}$$

Решив поставленную задачу, найдем

$$\alpha t(\beta) = C_1 + \sum_{i=1}^{n}\gamma_i(\cos\beta - \cos\beta_1)^i S_+(\beta_1 - \beta). \tag{19}$$

Неизвестные параметры определяются из условий локального нагрева, непрерывности температурного поля и сопряжения упругой и пластической областей в сечении $\beta = \beta_0$.

Численные исследования произведены для случая термообработки локализованным в области $-\beta_1 \leqslant \beta \leqslant \beta_1$ непрерывным в сечениях $\beta = \pm\beta_0$ температурным полем. На рис. 1, 2 представлены температурные поля t_1 — момента (τ_1) выхода на режим пластического деформирования и t_2 — момента (τ_2) создания требуемых термопластических деформаций (5), (6), а также вызванные ими напряжения σ [7] для области $0 \leqslant \beta \leqslant \beta_1$ локального нагрева и пластического деформирования $0 \leqslant \beta \leqslant \beta_0$ при $\overset{0}{\varepsilon}_1(0) = 0{,}01$; $n = 2$, $m = 1$, $\sigma_s = 17$ кг/мм², $E = 7000$ кг/мм². Цифрами *1*, *2*, *3* обозначены температурные поля и напряжения для $\beta_1 = 0{,}3\pi$; $0{,}4\pi$; $0{,}5\pi$ соответственно при $\beta_0 = 0{,}05\pi$, $A_1 = 0{,}813$ (рис. 1) и $\beta_0 = 0{,}025\pi$, $A_1 =$

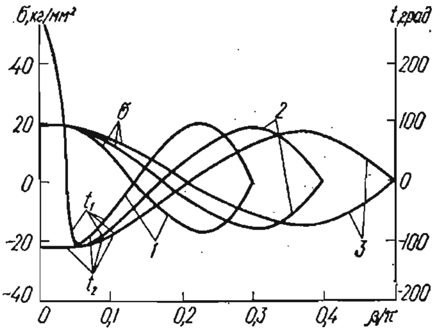

Рис. 1

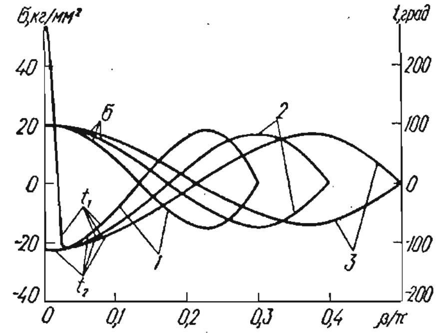

Рис. 2

$= 3{,}225$ (рис. 2). Из рисунков видно, что требование упругого деформирования оболочки для области $\beta_1 \leqslant \beta \leqslant \pi$ выполняется. Максимальные напряжения в области упругого деформирования при заданной ширине локального нагрева меньше для более узких зон термопластического деформирования, а при заданной области термопластического деформирования уменьшаются с увеличением зоны локального нагрева.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурак Я. И., Беседина Л. П.* Низкотемпературная термообработка зоны кольцевого шва в пластинке с круговым отверстием.— Автомат. сварка, 1975, № 5, с. 19—23.
2. *Беседина Л. П., Тимошенко Н. Н.* Оптимизация режимов низкотемпературной обработки пологой сферической оболочки.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1978, вып. 7, с. 82—85.
3. *Беседина Л. П.* Определение оптимальных осесимметричных остаточных деформаций в оболочках вращения.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 4, с. 80—83.
4. *Беседина Л. П., Тимошенко Н. Н.* Оптимальные пластические деформации в пологой сферической оболочке с кольцевым сварным швом.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 127—130.
5. *Гельфанд И. М., Фомин С. В.* Вариационное исчисление. М., Физматгиз, 1961. 228 с.
6. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Ч. 1. М.— Л., Гостехиздат, 1948. 376 с.
7. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. К., Вид-во АН УРСР, 1961. 212 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
28.XII 1976 г.

УДК 539.377:539.312

Б. В. Гера

ОПТИМИЗАЦИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ЕЕ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

Рассмотрим термоупругую цилиндрическую оболочку радиуса R и толщины $2h$, находящуюся под действием нормальной равномерно распределенной силовой нагрузки переменной во времени интенсивности $Q_n(\tau)$. При отсутствии перемещений в осевом направлении оболочки уравнение движения и обобщенное уравнение теплопроводности записываются [1, 2]