анализа полученных результатов следует, что при надлежащем выборе температурного поля в нагруженной конструкции можно снизить интенсивность напряжений в вершине трещины до допустимой для данного материала нормы, а следовательно, предупредить распространение трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1958. 543 с.
2. *Крестин Г. С., Либацкий Л. Л., Ярема С. Я.* Напряженное состояние диска с диаметральной трещиной.— ФХММ, 1972, № 2, с. 69—74.
3. *Либацкий Л. Л.* Применение сингулярных интегральных уравнений для определения критических усилий в пластинах с трещинами.— ФХММ, 1965, № 4, с. 410—418.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
20.IX 1976 г.

УДК 621.785.2 : 621.791.053

Л. П. Беседина, Н. Н. Тимошенко

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ОБРАБОТКИ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Одним из применяемых в инженерной практике способов снятия остаточных сварочных напряжений в элементах тонкостенных конструкций и приборов является низкотемпературная обработка, обеспечивающая понижение уровня остаточных напряжений за счет создания дополнительных термопластических деформаций. Методика построения оптимальных режимов низкотемпературной обработки тонких сварных пластин предложена в работе [2]. В данной статье определены температурные поля низкотемпературной обработки пологой сферической оболочки, приводящей к оптимальному снятию остаточных сварочных напряжений.

Рассмотрим сварную пологую сферическую оболочку радиуса R, толщины $2h$ с круговым отверстием радиуса r_0, отнесенную к полярной системе координат $\rho = \frac{r}{R}$ и θ (r, θ — радиальная и кольцевая координаты), в которой имеются остаточные напряжения, обусловленные осесимметрическими остаточными деформациями $e_r^{(0)}(\rho)$, $e_\theta^{(0)}(\rho)$ в окрестности кольцевого сварного шва радиуса $r = r^* > r_0$.

Ограничимся рассмотрением случая, когда снятие остаточных напряжений осуществляется путем создания дополнительных термопластических деформаций $e_\theta^{(p)}(\rho)$, $e_r^{(p)}(\rho) = ke_\theta^{(p)}(\rho)$ в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$, образование которых происходит при близком к безмоментному напряженном состоянии в области пластического деформирования оболочки.

Примем, что материал оболочки идеально пластический и удовлетворяет условию текучести Мизеса [5]. Это условие для близкого к безмоментному напряженного состояния оболочки характеризуется эллипсом текучести Мизеса в переменных N_r, N_θ и при пластическом деформировании в окрестности некоторой точки $(N_{r0}, N_{\theta 0})$ может быть аппроксимировано прямой

$$kN_r + N_\theta - 2hB = 0. \quad (1)$$

Здесь N_r, N_θ — радиальные и кольцевые усилия; $k = \frac{2N_{r0} - N_{\theta 0}}{2N_{\theta 0} - N_{r0}}$; $B = \frac{4h\sigma_s^2}{2N_{\theta 0} - N_{r0}}$; σ_s — предел текучести.

Из закона пластического течения, ассоциированного с условием пластичности (1), находим

$$e_r^{(p)}(\rho, \tau) = k\lambda(\rho, \tau), \quad e_\theta^{(p)}(\rho, \tau) = \lambda(\rho, \tau). \quad (2)$$

Пусть пластическое деформирование области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ оболочки происходит в промежутке времени $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$. При этом

$$\lambda(\rho, \tau_1) = 0, \quad \lambda(\rho, \tau_2) = e_\theta^{(p)}(\rho). \tag{3}$$

Согласно необходимому условию пластического нагружения [5] функция $\lambda(\rho, \tau)$ должна быть монотонно изменяющейся во времени.

Пусть искомые температурные поля в промежутке времени $0 \leqslant \tau < \tau_1$ обеспечивают упругое деформирование оболочки, в промежутке времени $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$ — термопластическое деформирование области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ оболочки, приводящее к созданию в ней дополнительных термопластических деформаций $e_r^{(p)}(\rho)$, $e_\theta^{(p)}(\rho)$, при упругом деформировании оболочки вне этой области и упругое деформирование всей оболочки для промежутка времени $\tau > \tau_2$ в процессе охлаждения.

Температурные поля и вызываемые ими напряжения в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ оболочки для промежутка времени $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$ определяются на основании уравнений равновесия [3, 6], условия пластичности (1), условий закрепления краев и сопряжения с соответствующим решением для области упругого деформирования оболочки. При этом необходимо обеспечить условие пластического деформирования этой области по режиму (1) в небольшой окрестности выбранной точки (N_{r0}, $N_{\theta 0}$).

Найдем температурные поля в свободной на краях пологой бесконечной сварной сферической оболочке с начальными остаточными деформациями в области $\rho_1 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$:

$$\begin{aligned} e_r^{(0)}(\rho) &= A(\rho-\rho_1)^2(\rho-\rho_2)^2[S_+(\rho-\rho_1) - S_+(\rho-\rho_2)], \\ e_\theta^{(0)}(\rho) &= B(\rho-\rho_1)^2(\rho-\rho_2)^2[S_+(\rho-\rho_1) - S_+(\rho-\rho_2)], \end{aligned} \tag{4}$$

где $S_+(\rho)$ — единичная функция скачка.

Пусть снятие остаточных напряжений в этой оболочке обеспечивается за счет создания в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ дополнительных оптимальных остаточных деформаций вида [1]

$$e_r^{(p)}(\rho) = ke_\theta^{(p)}(\rho), \quad e_\theta^{(p)}(\rho) = \rho^{k-1}\int_{\rho_2}^{\rho} \rho_*^{-k} f(\rho_*)\,d\rho_*, \tag{5}$$

$$f(\rho) = e_r^{(0)}(\rho) - \frac{d}{d\rho}[\rho e_\theta^{(0)}(\rho)].$$

Температурные поля, обеспечивающие создание дополнительных термопластических деформаций (5) в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ оболочки в промежутке времени $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$, определяются по формуле

$$t(\rho, \tau) = \frac{1}{\alpha}\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{1}{\rho_*}[e_r^{(0)}(\rho_*) - e_\theta^{(0)}(\rho_*) + e_r^{(p)}(\rho_*, \tau)]d\rho_* + \frac{w(\rho)}{\alpha R} +$$

$$+ \frac{1+\nu}{2Eh\alpha}\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{1}{\rho_*}(N_r - N_\theta)\,d\rho_* - \frac{N_\theta - \nu N_r}{2Eh\alpha} - \frac{1}{\alpha}e_\theta^{(0)}(\rho) + D(\tau). \tag{6}$$

Здесь α — коэффициент температурного расширения; ν — коэффициент Пуассона; E — модуль упругости; $\rho_0 = \frac{r_0}{R}$, $e_\theta^{(p)}(\rho, \tau)$ — монотонно изменяющаяся во времени функция (2); $w(\rho)$ — прогиб; $D(\tau)$ — параметр, определяемый из условий сопряжения упругой и пластической областей.

При определении температурных полей в области $\rho > \rho_2$ оболочки в промежутке времени $\tau_1 \leqslant \tau \leqslant \tau_2$ будем исходить из того, что в процессе термообработки данная область должна деформироваться упруго. Поэтому такие поля естественно находить из условия минимума функционала энергии формоизменения [4]

$$U = \frac{2\pi Eh}{3(1+\nu)} \int_{\rho_2}^{\infty} \left\{ \rho \left(\frac{du}{d\rho}\right)^2 + \rho \frac{du}{d\rho} w - u \frac{du}{d\rho} + \rho w^2 + \frac{1}{\rho} u^2 + uw + \rho (\alpha R t)^2 - \right.$$

$$\left. - \alpha R t \rho \left(\frac{du}{d\rho} + \frac{u}{\rho} + 2w \right) + \frac{h^2}{3R^2} \left[\rho \left(\frac{d^2 w}{d\rho^2} \right)^2 - \frac{dw}{d\rho} \frac{d^2 w}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{dw}{d\rho} \right)^2 \right] \right\} d\rho. \tag{7}$$

Примем, что искомые температурные поля отличны от нуля в области $\rho_2 \leqslant \leqslant \rho < \rho_3$.

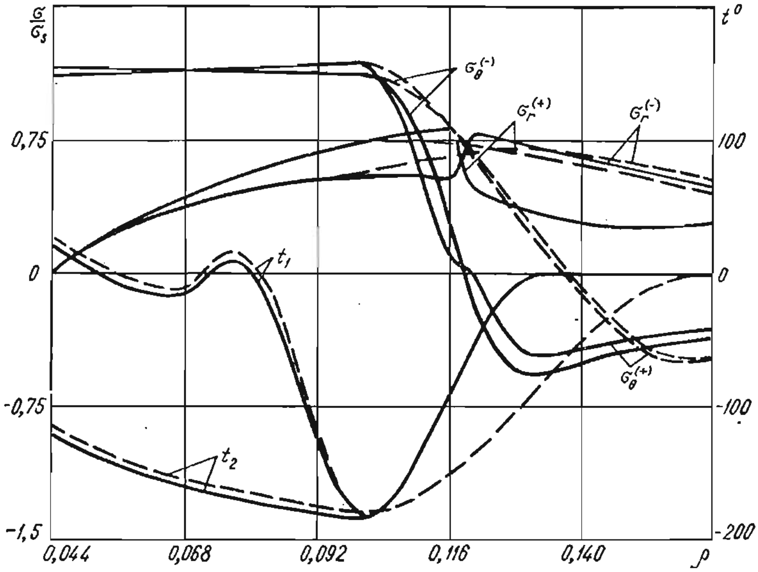

Рис. 1

Из решения соответствующей вариационной задачи о нахождении экстремалей функционала (7) на множестве допустимых функций w, u, t, которые связаны между собой системой уравнений равновесия [3, 6], получаем следующее температурное поле:

$$t(\rho) = \frac{\nu(1+2\nu)}{\alpha R (1+\nu+\nu^2)} [A_{11} \operatorname{ber} x + A_{12} \operatorname{bei} x + A_{13} \ker x + A_{14} \operatorname{kei} x +$$

$$+ f_0(\rho)] [S_+(\rho - \rho_2) - S_+(\rho - \rho_3)], \tag{8}$$

где

$$f_0(\rho) = B_0 \rho^2 \ln \rho + B_1 \ln \rho + B_2 \rho^2 + B_3.$$

При этом функция прогибов $w(\rho)$ определяется выражением

$$w(\rho) = [A_{11} \operatorname{ber} x + A_{12} \operatorname{bei} x + A_{13} \ker x + A_{14} \operatorname{kei} x + f_0(\rho)] [S_+(\rho - \rho_2) -$$

$$- S_+(\rho - \rho_3)] + [A_{21} \ker y + A_{22} \operatorname{kei} y] S_+(\rho - \rho_3). \tag{9}$$

Здесь ber x, bei x, ker x, kei x — функции Томсона первого и второго рода нулевого порядка;

$$x = \rho_0 \rho; \quad \rho_0 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)^2 R^2}{(1+\nu+\nu^2) h^2}}; \quad y = \rho_* \rho; \quad \rho_* = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2) R^2}{h^2}}.$$

Неизвестные параметры A_{ij}, B_i определяются из условий сопряжения пластической ($\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$) и упругой ($\rho_2 > \rho$) областей, условий непрерывности функции прогибов $w(\rho)$ и ее первых трех производных в сечении $\rho = \rho_3$ и конкретных условий нагрева.

В качестве температурных полей, обеспечивающих упругое деформирование оболочки в промежутке времени $0 \leqslant \tau < \tau_1$, можно взять следующие:

$$t(\rho, \tau) = a(\tau)\, t(\rho, \tau_1), \tag{10}$$

а температурные поля для промежутка времени $\tau > \tau_2$ — соответствующие охлаждению оболочки в естественных условиях. Здесь $a(\tau)$ — монотонно возрастающая функция, удовлетворяющая условиям $a(0) = 0$, $a(\tau_1) = 1$.

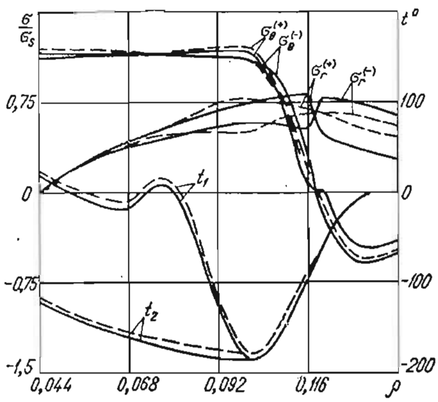

Рис. 2

Численные исследования найденных оптимальных тепловых режимов низкотемпературной обработки выполнены в зависимости от ширины зоны локального нагрева (параметр ρ_3) и жесткости оболочки (параметр $\frac{h}{R}$) для оболочки с $\rho_0 = 0{,}044$; $E = 6900$ кг/мм^2; $\sigma_s = 17$ кг/мм^2; $\nu = 0{,}3$ при $\rho_1 = 0{,}066$; $\rho_2 = 0{,}1$; $A = -654193{,}4$; $B = -84815{,}8$.

На рис. 1 приведены температурные поля $t(\rho, \tau_1) = t_1(\rho)$ начала термопластического деформирования и $t(\rho, \tau_2) = t_2(\rho)$ момента создания в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ оптимальных термопластических деформаций (5) для $k = 0$ и $\frac{h}{R} = \frac{1}{20}$, соответствующие $\rho_3 = 0{,}132$ (сплошные линии) и $\rho_3 = 0{,}164$ (штриховые линии). На этом же рисунке изображены радиальные σ_r и кольцевые σ_θ напряжения на внешней (σ_r^+, σ_θ^+) и внутренней (σ_r^-, σ_θ^-) поверхностях оболочки для $\rho_3 = 0{,}132$ (сплошные линии) и $\rho_3 = 0{,}164$ (штриховые линии). Напряжения в области $\rho_0 \leqslant \rho \leqslant \rho_2$ не зависят от ширины зоны локального нагрева. Наибольшие значения осевых и кольцевых напряжений в области $\rho > \rho_2$ для $\rho_3 = 0{,}132$ несколько больше соответствующих для $\rho_3 = 0{,}164$. При этом удовлетворяется требование упругого деформирования области $\rho > \rho_2$.

На рис. 2 приведены аналогичные графики, соответствующие $\frac{h}{R} = \frac{1}{20}$ (сплошные линии) и $\frac{h}{R} = \frac{1}{30}$ (штриховые линии) при $\rho_3 = 0{,}132$. Из графиков видно, что с уменьшением жесткости оболочки напряжения в области $\rho > \rho_2$ упругого деформирования уменьшаются.

Полученные в работе результаты могут быть использованы для построения инженерной методики низкотемпературной обработки конкретных сварных пологих оболочек.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беседина Л. П., Тимошенко Н. Н.* Оптимальные пластические деформации в пологой сферической оболочке с кольцевым сварным швом.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 127—130.
2. *Бурак Я. И., Беседина Л. П.* Низкотемпературная термообработка зоны кольцевого шва в пластинке с круговым отверстием.— Автомат. сварка, 1975, № 5, с. 19—23.
3. *Власов В. З.* Избранные труды. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1962. 528 с.
4. *Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С.* К вопросу об экстремальном осесимметрическом нагреве цилиндрической оболочки.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1969, вып. 8, с. 52—60.
5. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Ч. 1. М.—Л., Гостехиздат, 1948. 376 с.
6. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. К., «Наук. думка», 1961. 212 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
15.IX 1976 г.