20. *Гнидец Б. М.* Определение равновесного состояния деформируемого электропроводного твердого раствора.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 3, с. 76—82.
21. *Колодий Б. И.* Определение температурных полей и напряжений в полом цилиндре при индукционном нагреве.— Прикл. механика, 1969, 5, № 10, с. 35—41.
22. *Колодий Б. И., Кондрат В. Ф.* Определение мощности тепловых источников при магнитозвуковом нагреве полубесконечного тела и слоя.— ФХОМ, 1974, № 1, с. 24—29.
23. *Колодий Б. И., Чорный Б. И.* Приближенный метод определения джоулева тепла при индукционном нагреве электропроводных тел с плоскими границами.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 4, с. 15—20.
24. *Кондрат В. Ф.* Магнитоупругие волны и джоулево тепло в электропроводном полупространстве при периодическом силовом нагружении.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1976, вып. 3, с. 42—47.
25. *Подстригач Я. С.* Диффузионная теория неупругости металлов.— ПМТФ, 1965, № 2, с. 67—72.
26. *Підстригач Я. С., Бурак Я. Й.* Деякі аспекти побудови нових моделей механіки твердого тіла з урахуванням електромагнітних процесів.— Вісн. АН УРСР, 1970, № 12, с. 18—31.
27. *Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Галапац Б. П., Гнидец Б. М.* Исходные уравнения теории деформации электропроводных твердых растворов.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 22—29.
28. *Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Чернявская Л. В.* Термоупругость электропроводных тел. К., «Наук. думка», 1977. 247 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
26.X 1976 г.

УДК 534.21 : 538.6

М. М. Сидляр, В. А. Столяров, П. С. Червинко

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ НЕОГРАНИЧЕННОЙ УПРУГОЙ ОБЛАСТИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЬЮ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СИЛОВОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Рассмотрим распространение волн в упругой изотропной неограниченной среде с цилиндрической полостью при действии массовых сил. Пусть полость заполнена жидкостью и среда находится в постоянном магнитном поле. В работе [4] рассмотрена задача о распространении магнитоупругих волн в идеально и слабо проводящей средах. В настоящей работе изучается среда с конечной проводимостью с учетом влияния полости на распространение магнитоупругих волн.

Для решения задачи используем две группы уравнений [2, 4]. Первая состоит из уравнений электродинамики медленно движущихся сред

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\vec{j} = \sigma_0\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\times\vec{B}\right)\right], \tag{3}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H},\ \ \vec{D} = \varepsilon\vec{E},\ \ \operatorname{div}\vec{B} = 0,\ \ \operatorname{div}\vec{D} = 0, \tag{4}$$

где $\vec{H}$, $\vec{E}$ — векторы напряженностей магнитного и электрического полей; $\vec{j}$ — вектор плотности тока; $\vec{u}$ — вектор перемещения; c — скорость света; σ_0 — электропроводность. Вторую группу составляют: для магнитоупругой среды — дополненные членами, связанными с силами Лоренца, уравнения Ляме

$$G\nabla^2\vec{u} + (\lambda + G)\,\vec{\nabla}\operatorname{div}\vec{u} = \rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2} - \frac{1}{c}(\vec{j}\times\vec{B}) - \rho_e\vec{E} - \vec{F}, \tag{5}$$

а для жидкости — уравнения движения и уравнение неразрывности

$$-\vec{\nabla}P=\rho_0^a\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}-\frac{1}{c}(\vec{j}^a\times\vec{B}^a)-\rho_e^a\vec{E}^a-F^a, \tag{6}$$

$$\frac{\partial\rho^a}{\partial t}+\rho_0^a\operatorname{div}\vec{v}=0,\quad P=P(\rho). \tag{7}$$

Здесь $\vec{F}$, $\vec{F}^a$ — векторы массовых сил; ρ_e, ρ_e^a — плотности электрических зарядов; ρ, ρ^a — плотности сред; λ, G — постоянные Ляме; P — давление жидкости; $\vec{v}$ — скорость движения жидкости; ρ_0^a — некоторая средняя постоянная плотность жидкости.

Граничные условия на поверхности раздела двух сред имеют вид

$$\frac{\partial u_n}{\partial t}=v_n,\quad (\sigma_{ik}+T_{ik})\,n^i=(\sigma_{ik}^a+T_{ik}^a)\,n^i+Q_k\quad (i,\ k=1,\ 2,\ 3), \tag{8}$$

$$\vec{n}\cdot(\vec{B}-\vec{B}^a)=0,\ \vec{n}\times(\vec{H}-\vec{H}^a)=0,\ \vec{n}\cdot(\vec{D}-\vec{D}^a)=0,\ \vec{n}\times(\vec{E}-\vec{E}^a)=0, \tag{9}$$

где σ_{ik} — компоненты тензора напряжений, а

$$T_{ik}=\frac{1}{4\pi}(\varepsilon E_iE_k+\mu H_iH_k)-\frac{1}{8\pi}\delta_{ik}(\varepsilon E^2+\mu H^2)\ — \tag{10}$$

компоненты тензора натяжения Максвелла; $Q_k=P\delta_{ik}$.

Магнитное поле представим в виде двух составляющих $\vec{H}=\vec{H}_0+\vec{h}$, где $\vec{H}_0$ — вектор первоначального постоянного магнитного поля; $\vec{h}$ — возмущение, причем $h\ll H_0$. Принимая, что в каждой из сред отсутствуют свободные электрические заряды $\rho_e=\rho_e^a=0$, считая жидкость непроводящей и пренебрегая токами смещения в упругой среде, из уравнений (1) — (5) для магнитоупругой среды получаем

$$\nabla^2\vec{h}-\beta\frac{\partial\vec{h}}{\partial t}=-\beta\operatorname{rot}\left(\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}\times\vec{H}\right), \tag{11}$$

$$G\nabla^2\vec{u}+(\lambda+G)\vec{\nabla}\operatorname{div}\vec{u}=\rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2}-\frac{\mu}{c}(\vec{j}\times\vec{H})-\vec{F}, \tag{12}$$

а из уравнений (1) — (4), (6) и (7) при отсутствии массовых сил для жидкости получаем

$$\left(\nabla^2-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi^a=0,\ \left(\nabla^2-\frac{1}{c_1^{*2}}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\frac{\vec{h}^a}{\vec{E}^a}\right)=0, \tag{13}$$

$$\operatorname{rot}\vec{h}^a=\frac{\varepsilon^a}{c}\frac{\partial\vec{E}^a}{\partial t},\ \operatorname{rot}\vec{E}^a=-\frac{\mu^a}{c}\frac{\partial h^a}{\partial t},$$

$$\vec{v}=-\vec{\nabla}\varphi^a,\quad P=\rho_0^a\frac{\partial\varphi^a}{\partial t}. \tag{14}$$

Здесь $\beta=\dfrac{4\pi\sigma_0\mu}{c^2}$; $c_0=\sqrt{\dfrac{\partial P}{\partial\rho^a}}$; $c_1^*=\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon^a\mu^a}}$.

Потенциал силового поля зададим в таком виде:

$$\Phi=\Phi_0e^{i\omega t}, \tag{15}$$

где

$$\Phi_0=\frac{Q_0}{\rho c_1^2}[\eta(x-\xi)+\eta(-(x+\xi))]; \tag{16}$$

$\eta(x)$ — функция Хевисайда; Q_0 — постоянная, характеризующая мощность силовых источников; ω — частота.

В дальнейшем будем полагать, что первоначально магнитное поле сводится к компоненте, направленной по оси z; $\vec{H}_0 = \{0, 0, H_0\}$, причем ось z совпадает с осью цилиндрической полости, а $\vec{h} = \{0, 0, h\}$ — вектор возмущенного поля. При таких условиях задача сводится к плоской $\vec{u} = \{u_1, u_2, 0\}$; $\frac{\partial}{\partial z} = 0$.

Уравнения (11), (12) в пренебрежении слагаемым h по сравнению с H_0 теперь имеют вид

$$\nabla^2\vec{h} - \beta\frac{\partial\vec{h}}{\partial t} = \beta\vec{H}_0\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{div}\vec{u}), \tag{17}$$

$$G\nabla^2\vec{u} + (\lambda + G)\vec{\nabla}\operatorname{div}\vec{u} = \rho\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial t^2} + \frac{\mu}{4\pi}H_0\vec{\nabla}h - \vec{F}. \tag{18}$$

Разлагая вектор перемещения $\vec{u}$ на потенциальную и соленоидальную части ($\vec{u} = \operatorname{grad}\varphi + \operatorname{rot}\vec{\psi}$) и учитывая, что $\vec{F} = \rho\operatorname{grad}\Phi$, вместо (17), (18) получаем уравнения

$$\left(\nabla^2 - \beta\frac{\partial}{\partial t}\right)h = \beta H_0\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2\varphi, \tag{19}$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi - \frac{\mu H_0}{4\pi\rho c_1^2}h = -\frac{1}{c_1^2}\Phi, \tag{20}$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{\psi} = 0, \tag{21}$$

где

$$c_1 = \left(\frac{\lambda + 2G}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}; \quad c^2 = \left(\frac{G}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Решаем задачу следующим образом. Сначала рассмотрим случай напряженного состояния без полости и найдем компоненты основного магнитоупругого состояния, а затем определим возмущения, возникающие вследствие наличия полости [3, 5].

Частные решения уравнений (19) — (21), определяющие состояние магнитоупругой среды без полости, при $|x| < \xi$ имеют вид

$$\varphi_1 = \frac{Q_0}{2\rho c_1^4(s_1^2 - s_2^2)}\left[\frac{s_1^2 - q}{s_1^2}f(s_1) - \frac{s_2^2 - q}{s_2^2}f(s_2)\right]e^{i\omega t},$$

$$h_1 = \frac{qQ_0H_0}{2\rho c_1^4(s_1^2 - s_2^2)}[f(s_1) - f(s_2)]e^{i\omega t}, \quad \vec{\psi}_1 = 0, \tag{22}$$

где $f(s_i) = \exp[(x - \xi)s_i] + \exp[-(x + \xi)s_i]$ $(i = 1, 2)$; s_1 и s_2 — корни характеристического уравнения $(s^2 - q)(s^2 + \gamma_1^2) - \alpha q s^2 = 0$; $\alpha = \frac{a_0^2}{c_1^2}$; $i\omega\beta = q$; $\frac{\omega^2}{c_i^2} = \gamma_i^2$ $(i = 1, 2)$; $a_0^2 = \frac{\mu H_0^2}{4\pi\rho}$ — скорость Альфена.

Для определения возмущений магнитоупругого состояния, вызываемых цилиндрической полостью, необходимо найти общие решения уравнений

(19) — (21). В рассматриваемой задаче эти решения записываются в виде

$$\varphi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} [c_{2n}^{(1)} K_{2n}(s_1 r) + c_{2n}^{(2)} K_{2n}(s_2 r)] \cos 2n\theta e^{i\omega t},$$

$$h_2 = \frac{H_0}{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} [f_1 c_{2n}^{(1)} K_{2n}(s_1 r) + f_2 c_{2n}^{(2)} K_{2n}(s_2 r)] \cos 2n\theta e^{i\omega t}, \tag{23}$$

$$\vec{\psi}_2 = \{0,\ 0,\ \psi_2(r,\ \theta)\},\quad \psi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n}^{(3)} H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r) \sin 2n\theta e^{i\omega t}.$$

Здесь $f_i = \gamma_1^2 + s_i^2$, $K_{2n}(s_i r)$ — функция Макдональда; $H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r)$ — функция Ганкеля второго рода; r, θ — цилиндрические координаты.

Формулы (22), используя теорему разложения в равномерно сходящийся ряд Фурье — Бесселя [1] представим в виде ряда

$$e^{i\alpha x} = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J_n(\alpha r) \cos n\theta, \tag{24}$$

где

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 0, \\ 2 & \text{при } n \geqslant 1. \end{cases}$$

При этом

$$\varphi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n [b_1 I_{2n}(s_1 r) - b_2 I_{2n}(s_2 r)] \cos 2n\theta e^{i\omega t}, \tag{25}$$

$$h_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n [d_1 I_{2n}(s_1 r) - d_2 I_{2n}(s_2 r)] \cos 2n\theta e^{i\omega t},\quad \vec{\psi}_1 = 0.$$

Здесь введены обозначения: $b_i = \dfrac{Q_0}{\rho c_1^4 (s_1^2 - s_2^2)} \dfrac{s_i^2 - q}{s_i^2} e^{-s_i \xi}$; $d_i = \dfrac{q H_0 Q_0}{\rho c_1^4 (s_1^2 - s_2^2)} e^{-s_i \xi}$ $(i = 1,\ 2)$; $I_{2n}(s_i r)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Полное решение для магнитоупругой среды находится как сумма решений для основного (25) и возмущенного (23) поля, т. е. $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, $h = h_1 + h_2$, $\vec{\psi} = \{0,\ 0,\ \psi\}$, $\psi = \psi_2$.

Решим теперь уравнения для магнитоакустической среды. Принимая, что $\varphi^a = \varphi^{a*} e^{i\omega t}$, $\vec{h}^a = \{0,\ 0,\ h^a\}$, $h^a = h^{a*} e^{i\omega t}$, и вводя замену $\gamma_0^2 = \dfrac{\omega^2}{c_0^2}$, $\gamma_1^{*2} = \dfrac{\omega^2}{c_1^{*2}}$, из уравнений (13) находим

$$\varphi^{a*} = \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n}^{(4)} J_{2n}(\gamma_0 r) \cos 2n\theta,\quad h^{a*} = \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n}^{(5)} J_{2n}(\gamma_1^* r) \cos 2n\theta. \tag{26}$$

Для определения постоянных $c_{2n}^{(k)}$ воспользуемся граничными условиями (8), (9), которые можно записать так:

$$\sigma_{rr} + T_{rr} = T_{rr}^a + P,\quad \sigma_{r\theta} + T_{r\theta} = T_{r\theta}^a,$$
$$E_\theta = E_\theta^a,\quad \varepsilon E_r = \varepsilon^a E_r^a,\quad -\frac{\partial \varphi^a}{\partial r} = \frac{\partial u_r}{\partial t}. \tag{27}$$

Используя соотношения (1) — (4) и (10), находим:
для магнитоупругой среды

$$E_r = \frac{\mu}{c}\left(\frac{1}{\beta r}\frac{\partial h}{\partial \theta} - H_0 \frac{\partial u_\theta}{\partial t}\right),\quad E_\theta = \frac{\mu}{c}\left(-\frac{1}{\beta}\frac{\partial h}{\partial r} + H_0 \frac{\partial u_r}{\partial t}\right),$$
$$T_{rr} = \frac{\varepsilon}{4\pi} E_r^2 - \frac{1}{8\pi}(\varepsilon E^2 + \mu H^2),\quad T_{r\theta} = \frac{\varepsilon}{4\pi} E_r E_\theta; \tag{28}$$

для магнитоакустической среды

$$E_r^a = \frac{c}{i\omega\varepsilon^a r}\frac{\partial h^a}{\partial\theta}, \quad E_\theta^a = \frac{c}{i\omega\varepsilon^a}\frac{\partial h^a}{\partial r},$$
$$T_{rr}^a = \frac{\varepsilon^a}{4\pi}E_r^{a2} - \frac{1}{8\pi}(\varepsilon^a E^{a2} + \mu^a H^{a2}), \; T_{r\theta}^a = \frac{\varepsilon^a}{4\pi}E_r^a E_\theta^a. \qquad (29)$$

Компоненты σ_{ik} тензора напряжений находим по формулам [5]

$$\sigma_{rr} = \lambda\nabla^2\varphi + 2G\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial\theta}\right),$$
$$\sigma_{r\theta} = -G\gamma_2^2\psi + 2G\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\partial\theta} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} - \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right), \qquad (30)$$
$$\sigma_{\theta\theta} = (2G+\lambda)\frac{1}{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial\theta} + \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) +$$
$$+ \lambda\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial\theta} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right).$$

В предположении, что $h \ll H_0$ и среды имеют одинаковые магнитные и диэлектрические проницаемости $\mu = \mu^a$, $\varepsilon = \varepsilon^a$, с учетом выражений (28) — (30) граничные условия (27) записываются в виде

$$\lambda\nabla^2\varphi + 2G\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial\psi}{\partial\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial\theta}\right) - \frac{\mu H_0}{8\pi}(h - h^a) =$$
$$= \rho\frac{\partial\varphi^a}{\partial t}, \quad -\gamma_2^2\psi + 2\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\partial\theta} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} - \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right) = 0,$$
$$\frac{\mu}{c}\left(H_0\frac{\partial u_r}{\partial t} - \frac{1}{\beta}\frac{\partial h}{\partial r}\right) = -\frac{c}{i\omega\varepsilon}\frac{\partial h^a}{\partial r}, \qquad (31)$$
$$\frac{\mu}{c}\left(\frac{1}{\beta r}\frac{\partial h}{\partial\theta} - H_0\frac{\partial u_\theta}{\partial t}\right) = \frac{c}{i\omega\varepsilon r}\frac{\partial h^a}{\partial\theta}, \quad -\frac{\partial\varphi^a}{\partial r} = \frac{\partial u_r}{\partial t}.$$

Подставляя в уравнения (31) выражения для φ, h, ψ, φ^a, h^a и учитывая, что

$$u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad u_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} - \frac{\partial\psi}{\partial r},$$

для произвольных постоянных получаем такие выражения:

$$c_{2n}^{(i)} = \frac{\Delta_{2n}^{(i)}}{\Delta_{2n}} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 5), \qquad (32)$$

где

$$\Delta_{2n} = \begin{vmatrix} B_{2n}^{(1)} & B_{2n}^{(2)} & B_{2n}^{(3)} & B_{2n}^{(4)} & B_{2n}^{(5)} \\ F_{2n}^{(1)} & F_{2n}^{(2)} & F_{2n}^{(3)} & 0 & 0 \\ M_{2n}^{(1)} & M_{2n}^{(2)} & M_{2n}^{(3)} & 0 & M_{2n}^{(5)} \\ N_{2n}^{(1)} & N_{2n}^{(2)} & N_{2n}^{(3)} & 0 & N_{2n}^{(5)} \\ P_{2n}^{(1)} & P_{2n}^{(2)} & P_{2n}^{(3)} & P_{2n}^{(4)} & 0 \end{vmatrix};$$

$\Delta_{2n}^{(i)}$ — определитель Δ_{2n}, в котором столбец с верхним индексом «i» заменен столбцом с верхним индексом «0»;

$$B_{2n}^{(i)} = (2G+\lambda)s_i^2 K_{2n}''(s_i r) + \frac{\lambda s_i}{r}K_{2n}'(s_i r) -$$
$$-\left(\frac{4n^2\lambda}{r^2} + \frac{\mu H_0^2 f_i}{8\pi\alpha}\right)K_{2n}(s_i r) \qquad (i = 1, 2);$$
$$B_{2n}^{(3)} = \frac{4Gn}{r^2}\left[\gamma_2 r H_{2n}^{(2)\prime}(\gamma_2 r) - H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r)\right];$$

$$B_{2n}^{(4)} = -\frac{q\rho_0}{\beta} J_{2n}(\gamma_0 r); \quad B_{2n}^{(5)} = \frac{\mu H_0}{8\pi} J_{2n}(\gamma_1^* r);$$

$$B_{2n}^{(0)} = -\delta_n \{(2G+\lambda)[b_1 s_1^2 I_{2n}''(s_1 r) - b_2 s_2^2 I_{2n}''(s_2 r)] +$$

$$+\frac{\lambda}{r}[b_1 s_1 I_{2n}'(s_1 r) - b_2 s_2 I_{2n}'(s_2 r)] - \frac{4n^2\lambda}{r^2}[b_1 I_{2n}(s_1 r) - b_2 I_{2n}(s_2 r)] -$$

$$-\frac{\mu H_0}{8\pi}[d_1 I_{2n}(s_1 r) - d_2 I_{2n}(s_2 r)]\};$$

$$F_{2n}^{(i)} = \frac{4n}{r^2}[K_{2n}(s_i r) - s_i r K_{2n}'(s_i r)] \qquad (i = 1,\ 2);$$

$$F_{2n}^{(3)} = -\gamma_2^2 [H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r) + 2H_{2n}^{(2)''}(\gamma_2 r)];$$

$$F_{2n}^{(0)} = \frac{4n\delta_n}{r^2}\{r[b_1 s_1 I_{2n}'(s_1 r) - b_2 s_2 I_{2n}'(s_2 r)] - b_1 I_{2n}(s_1 r) + b_2 I_{2n}(s_2 r)\};$$

$$M_{2n}^{(i)} = \frac{\mu s_i H_0}{\beta c}\left(q - \frac{f_i}{\alpha}\right) K_{2n}'(s_i r) \qquad (i = 1,\ 2);$$

$$M_{2n}^{(3)} = \frac{2\mu q}{\beta r c} H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r);$$

$$M_{2n}^{(5)} = \frac{c_1^* \beta}{q\varepsilon} \gamma_1^* J_{2n}'(\gamma_1^* r);$$

$$M_{2n}^{(0)} = \frac{\mu\delta_n}{\beta c}\{d_1 s_1 I_{2n}'(s_1 r) - d_2 s_2 I_{2n}'(s_2 r) - qH_0[b_1 s_1 I_{2n}'(s_1 r) - b_2 s_2 I_{2n}'(s_2 r)]\};$$

$$N_{2n}^{(i)} = \frac{\mu H_0}{\beta c r}\left[2nq - \frac{f_i}{\alpha}\right] K_{2n}(s_i r) \qquad (i = 1,\ 2);$$

$$N_{2n}^{(3)} = \frac{\mu H_0 q}{\beta c} \gamma_2 H_{2n}^{(2)'}(\gamma_2 r);$$

$$N_{2n}^{(5)} = \frac{2n\beta c_1^*}{q\varepsilon r} J_{2n}(\gamma_1^* r);$$

$$N_{2n}^{(0)} = \frac{2n\delta_n}{\beta c r}\{d_1 I_{2n}(s_1 r) - d_2 I_{2n}(s_1 r) - H_0 q[b_1 I_{2n}(s_1 r) - b_2 I_{2n}(s_2 r)]\};$$

$$P_{2n}^{(i)} = \frac{s_i q}{\beta} K_{2n}'(s_i r) \qquad (i = 1,\ 2);$$

$$P_{2n}^{(3)} = \frac{2nq}{\beta r} H_{2n}^{(2)}(\gamma_2 r);$$

$$P_{2n}^{(4)} = \gamma_0 J_{2n}'(\gamma_0 r);$$

$$P_{2n}^{(0)} = -\frac{q\delta_n}{\beta}[b_1 s_1 I_{2n}'(s_1 r) - b_2 s_2 I_{2n}''(s_2 r)].$$

Здесь штрихи обозначают производные по аргументу. Все значения берутся при $r = R$.

Полученное решение рассматриваемой задачи может быть использовано при исследовании магнитоупругих эффектов в кусочно-однородных средах с конечной электропроводимостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ватсон Г. Н.* Теория бесселевых функций. Ч. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1949. 798 с.
2. *Новацкий В.* Плоская задача магнито-термоупругости.— Прикл. механика, 1965, 1, № 6, с. 1—7.
3. *Новацкий В.* Вопросы термоупругости. М., Изд-во АН СССР, 1962. 364 с.
4. *Селезов И. Т.*, *Селезова Л. В.* Волны в магнито-гидроупругих средах. К., «Наук. думка», 1975. 163 с.
5. *Сидляр М. М.* Об одном случае концентрации термонапряжений.—Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970, вып. 9, с. 70—78.

Киевский университет

Поступила в редколлегию
21.VI 1976 г.