ЛИТЕРАТУРА

1. *Иващук Д. В., Лах В. И., Шевчук П. Р.* Диффузионное насыщение полого цилиндра с двусторонним покрытием.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 58—64.
2. *Іващук Д. В., Підстригач Я. С., Чернуха Ю. А., Шевчук П. Р.* Рівняння дифузійних процесів для тонких оболонок з покриттями.— Допов. АН УРСР. Сер. А, 1974, № 8, с. 739—743.
3. *Підстригач Я. С.* Умови теплового контакту твердих тіл.— Допов. АН УРСР, № 7, 1963, с. 17—24.
4. *Підстригач Я. С.* Диференціальні рівняння задачі термодифузії в твердому деформованому ізотропному тілі.— Допов. АН УРСР, 1961, № 2, с. 169—172.
5. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. К., «Наук. думка», 1961. 212 с.
6. *Подстригач Я. С.* Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя.— ИФЖ, 1963, 7, № 10, с. 76—83.
7. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* О напряженно-деформированном состоянии нагреваемых упругих тел, содержащих включения в виде тонких оболочек.— Прикл. механика, 1967, 4, № 6, с. 8—16.
8. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Температурные напряжения в телах с тонкими покрытиями.— Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1967, вып. 7, с. 227—233.
9. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и обусловленное им напряженное состояние в твердых телах.— ФХММ, 1967, № 5, с. 575—583.
10. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Вариационная форма теории термодиффузионных процессов в деформируемом твердом теле.— ПММ, 1964, 33, № 4, с. 774—776.
11. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Влияние тонких покрытий и промежуточных слоев на диффузионные процессы и на напряженное состояние в твердых телах.— Защитные покрытия на металлах, 1971, вып. 5, с. 263—272.
12. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.* Исследование напряженного состояния твердых тел с инородными включениями и тонкими покрытиями при изменении температуры.— Проблемы прочности, 1970, № 11, с. 37—40.
13. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р., Иващук Д. В.* Влияние тонких покрытий на напряженно-деформированное состояние слоя с двусторонним покрытием при диффузионном насыщении.— ФХММ, 1974, № 1, с. 74—81.
14. *Подстригач Я. С., Шевчук П. Р., Иващук Д. В.* Диффузионное насыщение цилиндра с тонким покрытием.— Проблемы прочности, 1974, № 7, с. 3—8.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
26.X 1976 г.

УДК 532.72 : 532.135

Р. Н. Швец, Я. И. Дасюк

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ТЕРМОДИФФУЗИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ

В связи с применением новых конструкционных материалов в технике возникла необходимость построения конкретных моделей с расширенными физико-механическими свойствами [2—8, 11], на основании которых можно описать и изучить интересующие нас эффекты. Для решения различных проблем, имеющих важное значение в приложениях, существенным является изучение процессов деформации, теплопроводности и диффузии вещества, их взаимосвязи и взаимообусловленности, а также различных явлений неупругости. Учет реологических характеристик материала позволяет значительно углубить изучение общих процессов деформирования среды и полнее использовать ресурсы новых конструкционных материалов. В настоящей работе методами механики сплошных сред и неравновесной термодинамики выведена общая система линейных уравнений, описывающих взаимосвязь между процессами деформации, теплопроводности и диффузии вещества в вязкоупругом анизотропном теле.

Рассмотрим анизотропную среду, которая представляет собой вязкоупругий двухкомпонентный раствор. В качестве параметров локального термодинамического состояния введем температуру T и энтропию S, концентрацию C и химический потенциал M растворенного вещества, компоненты тензора напряжения σ_{ij} и деформации e_{ij}. Свободную энергию как функцию состояния рассматриваемой среды для частицы $x = \{x_1, x_2, x_3\}$ тела в момент τ будем определять значениями компонент тензора деформации e_{ij} температуры $t = T - T_0$ и концентрации $c = C - C_0$ (T_0, C_0 — начальные значения температуры и концентрации) для той же частицы x во все предшествующие моменты времени $\xi < \tau$ соотношением

$$F = \mathop{F}_{\xi=-\infty}^{\tau} \{e_{ij}(x, \xi),\ t(x, \xi),\ c(x, \xi)\}, \tag{1}$$

которое отражает представление о том, что среда запоминает свою историю [2].

Рассматривая взаимодействующие между собой процессы деформации, теплопроводности и диффузии вещества в линейной постановке, величины e_{ij}, t/T_0, c/C_0 считаем малыми. В предположении о непрерывности функций e_{ij}, t, c от времени τ на интервале $-\infty < \tau < \infty$, а также $e_{ij} \to 0$, $t \to 0$, $c \to 0$, если $\tau \to -\infty$, функционал (1) от $e_{ij}(x, \xi)$, $t(x, \xi)$, $c(x, \xi)$ при $-\infty < \xi \leqslant \tau$ можно равномерно приблизить [3, 4] полиномом на множестве непрерывных линейных функционалов от $e_{ij}(x, \xi)$, $t(x, \xi)$, $c(x, \xi)$ в виде

$$\begin{aligned} F = F_0 &+ \frac{1}{\rho}\int_{-\infty}^{\tau} D_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x, \xi)\,d\xi + \int_{-\infty}^{\tau} M_0(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x, \xi)\,d\xi - \\ &- \int_{-\infty}^{\tau} S_0(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x, \xi)\,d\xi + \int_{-\infty}^{\tau}\int_{-\infty}^{\tau}\Big[\frac{1}{2\rho}G_{ijkl}(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x, \xi)\times \\ &\times\frac{\partial}{\partial\eta}e_{kl}(x, \eta) - \frac{1}{2}\beta_t(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x, \xi)\frac{\partial}{\partial\eta}t(x, \eta) + \\ &+\frac{1}{2}\beta_c(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x, \xi)\frac{\partial}{\partial\eta}c(x, \eta) + \gamma(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}\times \\ &\times t(x, \xi)\frac{\partial}{\partial\eta}c(x, \eta) + \frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x, \xi)\frac{\partial}{\partial\eta}e_{ij}(x, \eta) + \\ &+\frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi, \tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x, \xi)\frac{\partial}{\partial\eta}e_{ij}(x, \eta)\Big]\,d\xi d\eta. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь F_0 — средняя свободная энергия; ρ — плотность, а введенные функции влияния (памяти) $D_{ij}(\tau_1)$, $S_0(\tau_1)$, $M_0(\tau_1)$, $G_{ijkl}(\tau_1, \tau_2)$, $\alpha_{ij}^{t}(\tau_1, \tau_2)$, $\alpha_{ij}^{c}(\tau_1, \tau_2)$, $\beta_t(\tau_1, \tau_2)$, $\beta_c(\tau_1, \tau_2)$, $\gamma(\tau_1, \tau_2)$, т. е. функции, которые позволяют учитывать неравномерное влияние на F в момент τ величин e_{ij}, t, c в различные моменты времени $-\infty \leqslant \xi, \eta \leqslant \tau$ непрерывны по аргументам $\tau_i \geqslant 0$ ($i=1, 2$) и тождественно равны нулю при $\tau_i < 0$. Поскольку рассматриваются только локальные эффекты [7], то зависимость перечисленных функций от e_{ij}, t, c, а также от координаты x не учитывается. Принятый в выражении для свободной энергии (2) нижний предел интегрирования равным $-\infty$ охватывает всю предысторию тела, что, очевидно, возможно лишь теоретически. В действительности история начинается с некоторого определенного момента времени.

Для получения конкретных соотношений и уравнений, которые описывают процесс деформации вязкоупругих сред в взаимосвязи с процессами теплопроводности и диффузии вещества, будем исходить из основных законов термодинамики необратимых процессов [1, 3]. Локальное неравенство приращения энтропии можно записать в виде

$$\dot{S} + q_{i,i}^{s} - \frac{Q - Mm}{T} \geqslant 0, \tag{3}$$

где $q_i^s = (q_i - Mk_i)\,T^{-1}$ — компоненты вектора потока энтропии; q_i, k_i — компоненты векторов потока тепла и массы; Q, m — плотность объемных источников тепла и массы; точка обозначает дифференцирование по времени, а индекс после запятой внизу при знаке функции обозначает дифференцирование ее по соответствующей декартовой координате.

Учитывая соотношения, выражающие законы сохранения энергии и массы:

$$-\dot{U} + \frac{1}{\rho}\sigma_{ij}\dot{e}_{ij} - q_{i,i} + Q = 0, \tag{4}$$

$$\dot{C} + k_{i,i} - m = 0, \tag{5}$$

неравенство (3) представляем в виде

$$\frac{1}{\rho}\sigma_{ij}\dot{e}_{ij} + T\dot{S} + M\dot{C} - \dot{U} - q_i^s T_{,i} - k_i M_{,i} \geqslant 0. \tag{6}$$

Здесь U — внутренняя энергия, которая связана со свободной энергией соотношением

$$U = TS + F. \tag{7}$$

Подставляя это соотношение в (6) и учитывая (2), находим

$$\frac{1}{\rho}\Big\{\sigma_{ij} - D_{ij}(0) - \int_{-\infty}^{\tau}\Big[G_{ijkl}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{kl}(x,\,\xi) + \alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}\times$$
$$\times\, t(x,\,\xi) + \alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\,d\xi\Big\}\,\dot{e}_{ij}(x,\,\tau) - \Big\{S - S_0(0) -$$
$$-\int_{-\infty}^{\tau}\Big[\beta_t(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi) - \frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x,\,\xi) -$$
$$-\gamma(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\Big]d\xi\Big\}\,\dot{t}(x,\,\tau) + \Big\{M - M_0(0) - \int_{-\infty}^{\tau}\Big[\beta_c(\tau-\xi,\,0)\times$$
$$\times\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi) + \frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x,\,\xi) + \gamma(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)\Big]\times$$
$$\times\,d\xi\Big\}\,\dot{c}(x,\,\tau) - \int_{-\infty}^{\tau}\Big[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\tau}D_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x,\,\xi) - \frac{\partial}{\partial\tau}S_0(\tau-\xi)\times$$
$$\times\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi) + \frac{\partial}{\partial\tau}M_0(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\Big]d\xi + \psi - q_i^s T_{,i} - k_i M_{,i} \geqslant 0, \tag{8}$$

где

$$\psi = -\int_{-\infty}^{\tau}\int_{-\infty}^{\tau}\Big[\frac{1}{2\rho}\frac{\partial}{\partial\tau}G_{ijkl}(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}e_{kl}(x,\,\eta) -$$
$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\tau}\beta_t(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}t(x,\,\eta) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\tau}\beta_c\times$$
$$\times(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}c(x,\,\eta) + \frac{\partial}{\partial\tau}\gamma(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\times \tag{9}$$
$$\times\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}c(x,\,\eta) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\tau}\alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}\times$$
$$\times\,e_{ij}(x,\,\eta) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\tau}\alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi,\,\tau-\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}e_{ij}(x,\,\eta)\Big]d\xi d\eta.$$

Неравенство (8) справедливо для любых значений $\dot{e}_{ij}(x,\tau)$, $\dot{t}(x,\tau)$ и $\dot{c}$ $(x,$ следовательно, необходимо, чтобы коэффициенты при $\dot{e}_{ij}(x,\tau)$, $\dot{t}(x,\tau)$ $\dot{c}(x,\tau)$ обращались в нуль. Отсюда получаем линейные уравнения состоян вязкоупругого тела при неравномерном распределении температуры и ди фундирующего вещества:

$$\sigma_{ij}-D_{ij}(0)=\int\limits_{-\infty}^{\tau}\Big[G_{ijkl}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}e_{kl}(x,\,\xi)+\alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}\times$$

$$\times\, t(x,\,\xi)+\alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\Big]d\xi, \qquad (1$$

$$s=S-S_0(0)=\int\limits_{-\infty}^{\tau}\Big[\beta_t(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)-\frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{t}(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}\times$$

$$\times\, e_{ij}(x,\,\xi)-\gamma(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)\Big]d\xi, \qquad (1$$

$$\mu=M-M_0(0)=\int\limits_{-\infty}^{\tau}\Big[\beta_c(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}c(x,\,\xi)+\frac{1}{\rho}\alpha_{ij}^{c}(\tau-\xi,\,0)\times$$

$$\times\frac{\partial}{\partial\xi}e_{ij}(x,\,\xi)+\gamma(\tau-\xi,\,0)\frac{\partial}{\partial\xi}t(x,\,\xi)\Big]d\xi. \qquad (1$$

Отсюда видно, что $D_{ij}(0)$ — начальное напряжение, $S_0(0)$ и $M_0(0)$ — н чальные значения энтропии и химического потенциала соответственно.

Поскольку неравенство (8) должно выполняться для всех процессо то члены первого порядка, входящие в него, должны обращаться в нул Из этого следует, что величины D_{ij}, S_0, M_0 не зависят от времени. Значи неравенство (8), которое представляет собой диссипацию энергии за сч работы внутренних сил [3, 10] и за счет необратимых процессов теплопр водности и диффузии вещества [9], принимает вид

$$\Psi=\psi-q_i^s t_{,i}-k_i\mu_{,i}\geqslant 0. \qquad (1$$

В случае однородного поля температуры и химического потенциала им ем неравенство

$$\psi\geqslant 0, \qquad (1$$

которое означает, что определяемая соотношением (9) величина ψ предста ляет собой скорость внутренней диссипации энергии и всегда положительн Таким образом, для удовлетворения неравенства (13) достаточно выполн ния неравенства

$$q_i^s t_{,i}+k_i\mu_{,i}\leqslant 0. \qquad (15$$

В предположении, что векторы потоков энтропии и массы линейно за висят от истории градиента температуры $t_{,i}$ и истории градиента химич ского потенциала $\mu_{,i}$, линейные кинематические уравнения можно предст вить соотношениями

$$q_i^s=-\int\limits_{-\infty}^{\tau}\lambda_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}t_{,j}(x,\,\xi)\,d\xi-\int\limits_{-\infty}^{\tau}d_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}\mu_{,j}(x,\,\xi)\,d\xi,$$

$$k_i=-\int\limits_{-\infty}^{\tau}k_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}\mu_{,j}(x,\,\xi)\,d\xi-\int\limits_{-\infty}^{\tau}m_{ij}(\tau-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}t_{,j}(x,\,\xi)\,d\xi. \qquad (16$$

При фиксированном значении τ мгновенное значение $t_{,j}$, $\mu_{,j}$ и значени соответствующих функционалов (16) могут иметь в общем случае противо положные знаки. Таким образом, из соотношений (15) и (16) следует, что величины λ_{ij}, k_{ij}, d_{ij} и m_{ij} должны быть постоянными во времени, при этом диагональные элементы симметрической матрицы

$$\| L_{\alpha\beta} \|_{\alpha,\beta}^{6} = \left\| \begin{matrix} A & \frac{1}{2} D \\ \frac{1}{2} D & B \end{matrix} \right\| \quad (A = \| \lambda_{ij} \|_{i,j}^{3},\ B = \| k_{ij} \|_{i,j}^{3},\ D = \| d_{ij} + m_{ij} \|_{i,j}^{3})$$

положительны, а недиагональные — удовлетворяют условию $L_{\alpha\alpha} L_{\beta\beta} \geqslant$ $\geqslant \frac{1}{4} (L_{\alpha\beta} + L_{\beta\alpha})^2$.

Рассматривая уравнения состояния (10) — (12), соотношения (16) вместе с уравнениями сохранения энергии и массы (4), (15) и уравнениями движения среды [8] для определения компонент вектора перемещения $u_i(x, \tau)$, температуры $t(x, \tau)$ и концентрации $c(x, \tau)$, получаем взаимосвязанную систему интегро-дифференциальных уравнений

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i - X_i, \quad e_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\tau} \Big[\beta_t (\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} t(x, \xi) - \frac{1}{\rho} \alpha_{ij}^{t} (\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} e_{ij}(x, \xi) -$$

$$- \gamma(\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} c(x, \xi) \Big] d\xi - \Big\{ \lambda_{ij} t + d_{ij} \int_{-\infty}^{\tau} \Big[\beta_c (\tau - \xi) \frac{\partial}{\partial \xi} c(x, \xi) +$$

$$+ \frac{1}{\rho} \alpha_{ij}^{c} (\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} e_{ij}(x, \xi) + \gamma(\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} t(x, \xi)\, d\xi \Big\}_{,ji} - \Psi -$$

$$- Q = 0, \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} c - k_{ij} \Big\{ \int_{-\infty}^{\tau} \Big[\beta_c (\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} c(x, \xi) + \frac{1}{\rho} \alpha_{ij}^{c} (\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} e_{ij}(x, \xi) +$$

$$+ \gamma(\tau - \xi, 0) \frac{\partial}{\partial \xi} t(x, \xi) \Big] d\xi \Big\}_{,ij} - m_{ij} t_{,ij} - m = 0. \tag{19}$$

Для обеспечения однозначности решения к этой системе необходимо присоединить краевые условия [8] на физические и механические величины.

При исследовании физико-механического поведения конкретных сред система полученных уравнений в ряде случаев допускает упрощение. Если считать в изотропном случае, что потоки векторов тепла и массы вызываются только сопряженными им силами:

$$q_i = -\lambda t_{,i}, \quad k_i = -\frac{L}{T_0} \mu_{,i},$$

то система интегро-дифференциальных уравнений (17) — (19) эквивалентна системе дифференциальных уравнений для модели Максвелла, полученных в работе [8], если функции влияния выбрать в виде

$$G_{ijkl}(\tau_1, \tau_2) = \Big[K^{T,c} E_1 (\tau_1, \tau_2) - \frac{2}{3} G E_2 (\tau_1, \tau_2) \Big] \delta_{ij} \delta_{kl} + G E_2 (\tau_1, \tau_2) \times$$

$$\times (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}),$$

$$\beta_t (\tau_1, \tau_2) = \frac{C^{e,c}}{T_0} \{ 1 + \gamma_t^{c} [1 - E_1 (\tau_1, \tau_2)] \}, \quad \beta_c (\tau_1, \tau_2) =$$

$$= d_c^{e,T} \{ 1 - \gamma_c^{t} [1 - E_1 (\tau_1, \tau_2)] \},$$

$$\alpha_{ij}^{t} (\tau_1, \tau_2) = \alpha_T^{e,c} E_1 (\tau_1, \tau_2) \delta_{ij}, \quad \alpha_{ij}^{c} (\tau_1, \tau_2) = \alpha_c^{e,T} E_1 (\tau_1, \tau_2) \delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases}$$

$$\gamma(\tau_1, \tau_2) = d_T^{e,c}\left\{1 \mp \sqrt{\frac{\gamma_t^c \gamma_c^t}{\gamma_{c,t}}\left[1 - E_1(\tau_1, \tau_2)\right]}\right\}, \quad E_1 = \exp\left[-(\tau_1 + \tau_2) m_1\right],$$
$$E_2 = \exp\left[-(\tau_1 + \tau_2) m_2\right].$$

Здесь реологические константы m_1, m_2 учитывают механизм релаксации, обусловленный релаксацией сдвиговых и объемных напряжений, а безразмерные параметры γ_t^c, γ_c^t, $\gamma_{c,t}$ полностью определяются удельными теплоемкостями, релаксирующими и нерелаксирующими модулями при различных термодинамических процессах [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гроот С. де, Мазур М.* Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964. 456 с.
2. *Дей У. А.* Термодинамика простых сред с памятью. М., «Мир», 1974. 190 с.
3. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической термовязкоупругости. М., «Наука», 1970. 480 с.
4. *Кристенсен Р.* Введение в теорию вязкоупругости. М., «Мир», 1974. 338 с.
5. *Підстригач Я. С.* Диференціальні рівняння задачі термодифузії в твердому деформованому ізотропному тілі.— Допов. АН УРСР, 1961, № 2, с. 169—172.
6. *Подстригач Я. С.* Диффузионная теория неупругости металлов.— ПМТФ, 1965, № 2, с. 67—72.
7. *Подстригач Я. С.* Об одной нелокальной теории деформирования твердых тел.— Прикл. механика, 1967, 3, № 2, с. 71—76.
8. *Подстригач Я. С., Павлина В. С.* Диффузионные процессы в упруговязком деформируемом теле.— Прикл. механика, 1974, 10, № 2, с. 45—53.
9. *Подстригач Я. С., Швец Р. Н., Павлина В. С., Дасюк Я. И.* О рассеянии механической энергии в деформируемом твердом теле при термодиффузионных процессах.— Проблемы прочности, 1973, № 1, с. 3—8.
10. *Постников В. С.* Внутреннее трение в металлах. М., «Металлургия», 1974. 351 с.
11. *Седов Л. Н.* Механика сплошной среды. Т. 1. М., «Наука», 1970. 492 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
15.IX 1976 г.

УДК 531.01 : 536.424

В. И. Асташкин, Я. И. Бурак

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДЕФОРМАЦИИ n-КОМПОНЕНТНОГО ТВЕРДОГО РАСТВОРА ПРИ АЛЛОТРОПИЧЕСКОМ ПРЕВРАЩЕНИИ

Для придания металлическим материалам требуемых свойств и структуры широко используют аллотропическое превращение, которое имеет ряд характерных черт, присущих ему как фазовому переходу первого рода. В частности, если рассматривать превращение фазы A в фазу B при равномерном понижении температуры, то превращение начинается при температуре T_A, когда в матрице старой фазы возникают зародыши размером более критического, которые не взаимодействуют между собой. Такое состояние, как и в работе [14], назовем фазой (A, b). Далее зародыши подрастают и образуются новые. При некоторой температуре T_K они приходят в контакт между собой и образуют каркас, в порах которого находятся невзаимодействующие частицы исходной фазы. Это состояние назовем фазой (B, a). Заканчивается процесс при определенной температуре T_B полным превращением исходной фазы в новую. В общем случае твердофазное превращение связано с изменением не только температуры, но и других параметров термодинамического состояния, например таких как механические напряжения, которые возникают при этом превращении [6, 12].

Теоретические исследования гетерофазных превращений берут свое начало от классических работ Гиббса [4]. Кинетика превращений рассмотрена