5. *Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев, Наук. думка, 1976. 440 с.
6. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А.* К определению напряженного состояния тонких оболочек с учетом деформаций, обусловленных физико-химическими процессами.— Физ.-хим. механика материалов, 1968, 4, № 2, с. 218—224.
7. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А.* Исследование напряженного состояния цилиндрических оболочек, обусловленного заданным тензором несовместных деформаций, и его приложения к определению сварочных напряжений.— Физ.-хим. механика материалов, 1968, 4, № 4, с. 400—407.
8. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Федюк Е. М., Николишин М. М.* Метод дисторсий в теории тонких оболочек с трещинами.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 29—41.
9. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. Київ, Вид-во АН УРСР, 1961. 212 с.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
10.10.77

УДК 539.377

И. М. Зашкильняк, Г. С. Кит, В. С. Колесов, И. И. Федик

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ДИСКА С КРУГОВЫМИ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

В настоящее время важное значение для практики имеет исследование термоупругого состояния тепловыделяющих элементов. Распределение напряжений в композите с тепловыделяющими включениями, его прочность и характер разрушения зависят от многих факторов, в том числе от физико-механических и теплофизических характеристик материала включений и связующего, а также от интенсивности тепловыделения включений.

Если тепловыделяющие включения, наполняющие матрицу, расположены неравномерно и близко друг к другу, то температурные поля и поля напряжений взаимодействуют, вследствие чего возникают большие трудности при анализе напряженного состояния даже в случае плоской задачи. Эти трудности увеличиваются еще вследствие большого количества параметров, которые необходимо учитывать при расчете (отношение модулей упругости, коэффициентов Пуассона, теплопроводности и линейного расширения материалов, плотность источников тепла, геометрические характеристики композита, включений и их расположения). В то же время в случае композита, представляющего собой цилиндр с круговыми включениями, когда материал матрицы и включений имеет одинаковые характеристики, за исключением коэффициента теплового расширения, можно получить точное решение задачи и сделать некоторые выводы, относящиеся к полям напряжений в матрице и включениях.

Рассмотрим упругий диск радиуса R с n впаянными включениями радиусов r_j $(j = \overline{1, n})$. Выберем декартову систему координат $x0y$ с началом в центре диска и введем комплексную переменную $z = x + iy = \rho e^{i\theta}$. Область, занятую j-м включением, обозначим через S_j, область матрицы — через S_0, координату центра j-го включения — через z_j. В дальнейшем все величины с индексом j будут относиться к j-му включению, а с индексом 0 — к матрице. Контуры спая обозначим через γ_j, границу диска — через Γ.

Предположим, что материалы включений и матрицы имеют разные коэффициенты линейного теплового расширения, а остальные физико-механические характеристики у них одинаковы. Включения выделяют тепло с постоянной интенсивностью W_j. На линиях спая имеют место условия идеального теплового и механического контакта, граница диска поддерживается при постоянной температуре T^* и свободна от внешних усилий.

Для определения температурного поля воспользуемся уравнением теплопроводности

$$\Delta T_j(x, y) = Q_j S\left[-\prod_{j=1}^{n}(|z - z_j| - r_j)\right] \quad (j = \overline{0, n}) \tag{1}$$

при граничных условиях

$$T_0(\tau) = T^*, \ \tau \in \Gamma, \tag{2}$$

$$T_j(\sigma) = T_0(\sigma), \ \frac{\partial T_j}{\partial n_j} = \frac{\partial T_0}{\partial n_j}, \ \sigma \in \gamma_j, \tag{3}$$

где Δ — оператор Лапласа; $Q_j = -\frac{W_j}{\lambda}$; $S(\xi)$ — функция Хевисайда; λ — коэффициент теплопроводности; n_j — внешняя нормаль к контуру γ_j.

Уравнение (1) и граничные условия (2), (3) удовлетворяются, если функции, описывающие температурное поле, выбрать в виде

$$T_0(x, y) = \mathrm{Re} \sum_{j=1}^{n} A_j \ln \frac{R(z - z_j)}{R^2 - z\bar{z}_j} + T^*,$$

$$T_k(x, y) = \mathrm{Re}\left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j \ln \frac{z - z_j}{r_j} - \sum_{j=1}^{n} A_j \ln \frac{R^2 - z\bar{z}_j}{Rr_j}\right] +$$

$$+ \frac{Q_k}{4}[(z - z_k)(\bar{z} - \bar{z}_k) - r_k^2] + T^*, \tag{4}$$

где $A_j = \frac{Q_j r_j^2}{2R}$; штрих возле суммы означает, что в ней отсутствует k-й член.

Для определения термоупругого состояния запишем условия на контурах Γ и γ_j:

$$\sigma_{nn}^0 + i\sigma_{n\tau}^0 = 0 \ \text{ на } \Gamma, \tag{5}$$

$$\sigma_{nn}^j + i\sigma_{n\tau}^j = \sigma_{nn}^0 + i\sigma_{n\tau}^0, \ \frac{\partial}{\partial \tau}(u_j + iv_j) = \frac{\partial}{\partial \tau}(u_0 + iv_0) \ \text{ на } \gamma_j. \tag{6}$$

При решении задачи используем метод комплексной переменной [2—4] Выберем комплексные потенциалы Колосова—Мусхелишвили для областей S_k $(k = \overline{0, n})$ в виде

$$\Phi_k(z) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{n} \frac{(-1)^{\delta_{jk}} r_j}{\rho_j} \int_{\gamma_j} \frac{\mu_j(\sigma)\, d\sigma}{\sigma - z} + \sum_{j=1}^{n}{}' B_j \ln \frac{\rho_j}{r_j} + \varphi_k(z) + \Phi^*(z),$$

$$\Psi_k(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{n} \frac{(-1)^{\delta_{jk}} r_j}{\rho_j} \int_{\gamma_j} \left\{\frac{\overline{\mu_j(\sigma)}}{\sigma - z} + \frac{\mu_j(\sigma)}{\rho_j(\sigma - z)}\left[\frac{r_j^2 + \rho_j \bar{z}_j}{\sigma - z} - \frac{2r_j^2 + \rho_j \bar{z}_j}{\rho_j}\right]\right\} d\sigma -$$

$$- \sum_{j=1}^{n}{}' B_j \frac{r_j^2 + \rho_j \bar{z}_j}{\rho_j^2} + \psi_k(z) + \Psi^*(z), \tag{7}$$

где

$$\varphi_0(z) = \psi_0(z) = 0; \quad \varphi_k(z) = \frac{H_k Q_k r_k^2}{8} - a_{01}^k;$$

$$\psi_k(z) = \left(\frac{H_k Q_k r_k^2}{8} - a_{01}^k - \overline{a_{01}^k}\right) \frac{r_k^2}{(z - z_k)^2} \quad (k = \overline{1, n});$$

$$a_{01}^k = \frac{r_k}{2\pi i} \int_{\gamma_k} \frac{\mu_k(\sigma)}{(\sigma - z_k)^2} d\sigma + \varphi_k(z_k);$$

$\rho_j = z - z_j$, $B_j = -A_j H_0$, $\mu_j(\sigma)$ $(j = \overline{1, n})$ — неизвестные комплексные функции контуров спая γ_j, которые удовлетворяют условию Гельдера; $\Phi^*(z)$, $\Psi^*(z)$ — голоморфные внутри области $S = \bigcup\limits_{j=0}^{n} S_j$ функции; $H = \frac{\alpha E}{4(1-\nu^2)}$, $\varkappa = 3 - 4\nu$, $\alpha = \alpha_t(1-\nu)$ для плоской деформации, $H = \alpha E/4$, $\varkappa = (3 - \nu)/(1+\nu)$, $\alpha = \alpha_t$ для плоского напряженного состояния; E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона; α_t — коэффициент линейного теплового расширения; δ_{jk} — символ Кронекера.

Выражения для функций $\Phi^*(z)$ и $\Psi^*(z)$ найдем, решив первую основную задачу теории упругости для диска [2] и использовав при этом выражения (7) и условие (5). Тогда

$$\begin{aligned}
\Phi^*(z) &= \frac{1}{2\pi i}\sum_{j=1}^{n} r_j \int\limits_{\gamma_j}\left\{\frac{\mu_j(\sigma)\,p_j}{\xi_j\zeta(\sigma,z)} + \overline{\mu_j(\sigma)}\left[\frac{z}{\zeta(\sigma,z)} - \frac{R^2\xi_j(z-\sigma)}{\zeta^2(\sigma,z)} - \frac{R^2}{\eta_j^2}\right]\right\}d\sigma - \\
&\quad - \sum_{j=1}^{n} B_j\left[\ln\frac{\eta_j}{Rr_j} - \frac{R^2 - z_j\bar{z}_j}{\eta_j} + \frac{R^2 r_j^2}{\eta_j^2}\right] + \overline{\overset{*}{a}_{01}}, \\
\Psi^*(z) &= \frac{1}{2\pi i}\sum_{j=1}^{n}\int\limits_{\gamma_j}\left\{\frac{\mu_j(\sigma)\,r_j p_j^3}{\xi_j^2\zeta^2(\sigma,z)} - \frac{\overline{\mu_j(\sigma)}\,r_j p_j}{\zeta(\sigma,z)}\left[\frac{2}{\xi_j} - \frac{(z-\sigma)\,p_j + 2R^2\xi_j}{\xi_j\zeta(\sigma,z)} + \right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \frac{2R^2(z-\sigma)\,p_j}{\zeta^2(\sigma,z)} + \left(1 + \frac{2R^2}{\eta_j}\right)\frac{\overline{\mu_j(\sigma)}\,r_j\bar{z}_j^2}{\eta_j^2}\right]\right\}d\sigma + \\
&\quad + \sum_{j=1}^{n} B_j\bar{z}_j^2\left[-\frac{1}{\eta_j} + \frac{r_j^2 + z_j\bar{z}_j}{\eta_j^2} - \frac{R^2}{\eta_j^2}\left(1 - \frac{2r_j^2}{\eta_j}\right)\right].
\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь

$$\overset{*}{a}_{01} = \Phi^*(0) = -\frac{1}{4\pi i}\sum_{j=1}^{n}\frac{r_j^2}{R^2}\int\limits_{\gamma_j}\frac{\mu_j(\sigma)\,d\sigma}{\xi_j^2} + \sum_{j=1}^{n}\left(1 - \frac{z_j\bar{z}_j + r_j^2}{R^2}\right);$$

$$\xi_j = \sigma - z_j; \quad p_j = r_j^2 + \xi_j\bar{z}_j; \quad \zeta(\sigma, z) = r_j^2 z - \xi_j\eta_j; \quad \eta_j = R^2 - z\bar{z}_j.$$

При выборе функций напряжений в виде (7), (8) первое граничное условие (6) выполняется автоматически. Удовлетворяя второму условию (6), получаем систему сингулярных интегральных уравнений для определения функций $\mu_j(\sigma)$. В рассматриваемом нами случае эта система распадается на n независимых сингулярных интегральных уравнений первого рода (в случае различных механических характеристик включений и матрицы получается система сингулярных интегральных уравнений второго рода):

$$\frac{1}{\pi i}\int\limits_{\gamma_k}\frac{\mu_k(\sigma)\,d\sigma}{\sigma - t_k} = A_k(t_k), \quad t_k \in \gamma_k, \tag{9}$$

где

$$A_k(t_k) = \frac{\tau_k}{r_k}\left[H_0F_0(t_k) - H_kF_k(t_k) + L_k + B_k\ln\frac{\tau_k}{r_k}\right],$$

$$\tau_k = t_k - z_k, \quad L_k = \overline{\overset{k}{a}_{01}} - \frac{\varkappa - 1}{8(\varkappa + 1)}H_kQ_kr_k^2.$$

Применяя к уравнению (9) формулу обращения интеграла типа Коши [1], получаем

$$\mu_k(t_k) = \frac{\tau_k}{r_k}\left\{\left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j\ln\frac{R(t_k - z_j)}{R^2 - t_k\bar{z}_j} - A_k\ln\frac{R^2 - t_k\bar{z}_k}{Rr_k} + T^*\right](H_0 - H_k) + L_k\right\}. \tag{10}$$

Используя выражения (10), по формулам (7), (8) находим комплексные потенциалы Колосова — Мусхелишвили

$$\Phi_0(z) = \sum_{s=1}^{n} B_s \ln \frac{z - z_s}{r_s} + \Phi^*(z),$$

$$\Psi_0(z) = -\sum_{s=1}^{n} H_{0s} \frac{r_s^2}{(z - z_s)^2} \left\{ \sum_{j=1}^{n}{}' A_j \ln \frac{R\zeta_{3sj}}{\zeta_{4sj}} - A_s \ln \frac{\zeta_{4ss}}{Rr_s(z - z_s)} + T^* \right\} -$$

$$- \sum_{s=1}^{n} \frac{\overline{L}_s r_s^2}{(z - z_s)^2} - \sum_{s=1}^{n} B_s \frac{\beta_s}{(z - z_s)^2} + \Psi^*(z),$$

$$\Phi_k(z) = H_{0k} \left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j \ln \frac{R(z - z_j)}{\eta_j} - A_k \ln \frac{\eta_k}{Rr_k} + T^* \right] + L_k - \overline{a_{01}^{k}} +$$

$$+ \frac{1}{8} H_k Q_k r_k^2 + \sum_{j=1}^{n}{}' B_j \ln \frac{z - z_j}{r_j} + \Phi^*(z),$$

$$\Psi_k(z) = -\sum_{s=1}^{n}{}' H_{0s} \frac{r_s^2}{(z - z_s)^2} \left\{ \left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j \ln \frac{R\zeta_{3sj}}{\zeta_{4sj}} - A_s \ln \frac{\zeta_{4ss}}{Rr_s(z - z_s)} + T^* \right\} - \right.$$

$$- \sum_{s=1}^{n}{}' \frac{\overline{L}_s r_s^2}{(z - z_s)^2} + \frac{r_k^2 H_{0k}}{(z - z_k)^2} \left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j \ln \frac{(z - z_j)(R^2 - z_k \bar{z}_j)}{\eta_j (z_k - z_j)} - \right.$$

$$\left. - A_k \ln \frac{\eta_k}{R^2 - z_k \bar{z}_k} + T^* \right] -$$

$$- \frac{\beta_k H_{0k}}{z - z_k} \left[\sum_{j=1}^{n}{}' A_j \left(\frac{1}{z - z_j} + \frac{\bar{z}_j}{\eta_j} \right) + \frac{A_k \bar{z}_k}{\eta_k} \right] - \sum_{j=1}^{n}{}' B_j \frac{\beta_j}{(z - z_j)^2} + \Psi^*(z),$$

$$\Phi^*(z) = -\sum_{j=1}^{n} \frac{R^2 r_j^2}{\eta_j^2} \left\{ \left[\sum_{k=1}^{n}{}' A_k \ln \frac{R\zeta_{2kj}}{\zeta_{1kj}} - A_j \ln \frac{\zeta_{1jj}}{Rr_j \eta_j} + T^* \right] H_{0j} + L_j \right\} - \quad (11)$$

$$- \sum_{j=1}^{n} \frac{r_j^2}{2R^2} \left\{ \left[\sum_{k=1}^{n}{}' A_k \ln \frac{R(z_j - z_k)}{R^2 - z_j \bar{z}_k} - A_j \ln \frac{R^2 - z_j \bar{z}_j}{Rr_j} + T^* \right] H_{0j} + L_j \right\} -$$

$$- \sum_{j=1}^{n} B_j \left\{ \ln \frac{\eta_j}{Rr_j} - \frac{R^2 - z_j \bar{z}_j}{\eta_j} + \frac{R^2 r_j^2}{\eta_j^2} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_j^2 + z_j \bar{z}_j}{R^2} \right) \right\},$$

$$\Psi^*(z) = \sum_{j=1}^{n} \left\langle \frac{r_j^2 \bar{z}_j^2 (2R^2 + \eta_j)}{\eta_j^3} \left\{ \left[\sum_{k=1}^{n}{}' A_k \ln \frac{R\zeta_{2kj}}{\zeta_{1kj}} - A_j \ln \frac{\zeta_{1jj}}{Rr_j \eta_j} + T^* \right] H_{0j} + L_j \right\} + \right.$$

$$+ H_{0j} R^2 r_j^2 \left[\sum_{k=1}^{n}{}' A_k \frac{R^2 - z_k \bar{z}_k}{\zeta_{1kj} \zeta_{2kj}} + A_j \frac{\bar{z}_j}{\eta_j \zeta_{1jj}} \right] \left[\frac{z_j (R^2 + \eta_j)}{\eta_j^2} + \frac{1}{z} \right] -$$

$$\left. - \frac{r_j}{z^2} H_{0j} \left[\sum_{k=1}^{n}{}' A_k \ln \frac{\zeta_{2kj} (R^2 - z_j \bar{z}_k)}{\zeta_{1kj} (z_j - z_k)} - A_j \ln \frac{\zeta_{1jj}}{\eta_j (R^2 - z_j \bar{z}_j)} \right] \right\rangle +$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} B_j \bar{z}_j^2 \left[-\frac{1}{\eta_j} + \frac{r_j^2 + z_j \bar{z}_j}{\eta_j^2} - \frac{R^2}{\eta_j^2} \left(1 - \frac{2r_j^2}{\eta_j^2} \right) \right], \quad \beta_s = r_s^2 + (z - z_s) \bar{z}_s,$$

$$\zeta_{1sj} = (R^2 - z_s \bar{z}_j)(R^2 - z\bar{z}_s) - r_s^2 z \bar{z}_j, \quad \zeta_{2sj} = r_s^2 z - (z_j - z_s)(R^2 - z\bar{z}_s),$$

$$\zeta_{3sj} = (\bar{z}_s - \bar{z}_j)(z - z_s) + r_s^2, \quad \zeta_{4sj} = (z - z_s)(R^2 - z_j \bar{z}_s) - r_s^2 z_j, \quad H_{0j} = H_0 - H_j.$$

Располагая комплексными потенциалами (11), можно определить напряженное состояние в любой точке диска. В частности, если диск нагрет до постоянной температуры T^*, то напряженное состояние определяем по формулам

$$\sigma_{\rho\rho}^k + \sigma_{\theta\theta}^k = -8T^* \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{n} H_{0j} \left[\frac{R^2 r_j^2}{(R^2 - z\bar{z}_j)^2} + \frac{r_j^2}{2R^2} - \frac{\delta_{jk}}{2} \right],$$

$$\sigma_{\rho\rho}^k + i\sigma_{\rho\theta}^k = -2T^* \sum_{j=1}^{n} H_{0j} \left\{ \left[2 \operatorname{Re} \frac{R^2 r_j^2}{(R^2 - z\bar{z}_j)^2} + \frac{r_j^2}{2R^2} - \frac{\delta_{jk}}{2} \right] + e^{2i\theta} r_j^2 \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{1 - \delta_{jk}}{(z - z_j)^2} + \frac{\bar{z}_j^2}{(R^2 - z\bar{z}_j)^2} - \frac{2R^2 \bar{z}_j (\bar{z} - \bar{z}_j)}{(R^2 - z\bar{z}_j)^3} \right] \right\} \quad (k = \overline{0, n}).$$

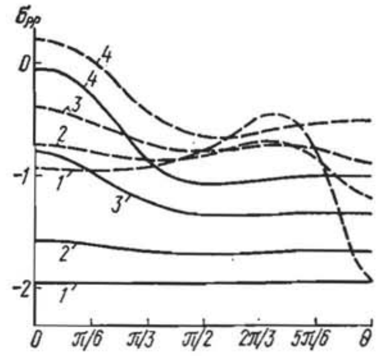

Рис. 1

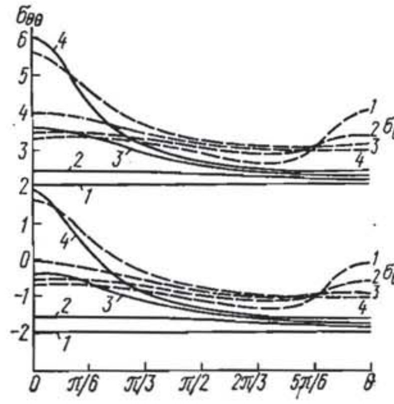

Рис. 2

На рис. 1—3 приведены зависимости величины напряжений $\sigma_{ij}^* = \frac{\sigma_{ij}(1+\varkappa)}{2\mu\alpha_0 T^*}$ на спае ($\sigma_{\rho\rho}^*$, $\sigma_{\theta\theta}^{(1)*}$, $\sigma_{\theta\theta}^{(0)*}$) и на границе диска ($\sigma_{\theta\theta}^*$) от угловой координаты θ для случая одного (сплошные линии) и двух симметрично размещенных на диаметре диска (штриховые линии) включений при постоян-

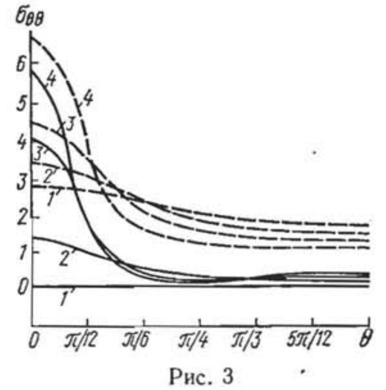

Рис. 3

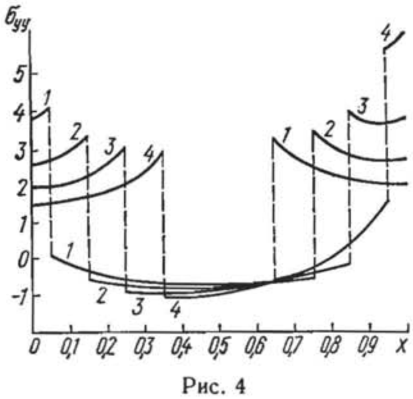

Рис. 4

ной температуре T^*. Подсчеты произведены для следующих параметров: $\alpha_1/\alpha_0 = 2$, $z_1/r_1 = 3$, $\delta = \frac{r_1}{R - z_1} = 0{,}1$; $0{,}4$; $0{,}7$; $0{,}9$ для случая одного включения, $\alpha_1/\alpha_0 = 2$, $\frac{r_1}{R} = \frac{r_2}{R} = 0{,}3$; $\frac{z_1}{R} = \frac{z_2}{R} = a = 0{,}35$; $0{,}45$; $0{,}55$; $0{,}65$ для случая двух включений. Кривые *1* на всех рисунках соответствуют параметрам $\delta = 0{,}1$ для одного включения, $a = 0{,}35$ для двух включений, кривые *2* для $\delta = 0{,}4$, $a = 0{,}45$, кривые *3* для $\delta = 0{,}7$, $a = 0{,}55$ и кривые *4* для $\delta = 0{,}9$, $a = 0{,}65$.

Как видно из графиков, напряжения $\sigma_{\theta\theta}^{(1)*}$, $\sigma_{\rho\rho}^{*}$ почти для всех случаев δ и a отрицательны, а напряжения $\sigma_{\theta\theta}^{(0)*}$, $\sigma_{\theta\theta}^{*}$ — положительны, причем для одного включения по мере приближения его к границе диска напряжения увеличиваются и достигают максимального значения при $\theta = 0$. Если же в диске имеются два включения, то максимальные значения достигаются при $\theta = 0$, когда включения находятся в непосредственной близости от границы диска. По мере их сближения (т. е. отдаления от границы диска) напряжения уменьшаются в окрестности этой точки и увеличиваются в окрестности точки $\theta = \pi$.

Подсчеты произведены также для большего числа циклически размещенных включений ($n = 3, 4, 5, 6$). Из анализа полученных результатов следует, что с увеличением числа включений напряжения на спае возрастают, а кольцевые напряжения на границе диска имеют колебательный характер, причем с тем большей амплитудой, чем больше n.

На рис. 4 приведены значения напряжений σ_{yy}^{*} на диаметре диска в случае двух включений. Как видно из графика, максимального значения напряжение достигает при приближении включения к границе диска в точке $x = 1$ (кривая *4*).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи. М., Физматгиз, 1963. 640 с.
2. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., Наука, 1966. 708 с.
3. *Прусов И. А.* Некоторые задачи термоупругости. Минск, Изд-во Белорус. ун-та, 1972. 198 с.
4. *Савин Г. Н.* Распределение напряжений около отверстий. Киев, Наук. думка, 1968. 888 с.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 10.10. 77

УДК 539.377

М. Г. Кривцун

ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ПЛОСКОСТИ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННЫХ ТРЕЩИН ВДОЛЬ ДУГ ЭЛЛИПСОВ

Напряженное состояние плоскости с периодической системой прямолинейных разрезов исследовано в работах [1, 2]. В работе [3] получены интегральные уравнения стационарных задач теплопроводности и термоупругости для бесконечной изотропной плоскости с периодической системой криволинейных разрезов и указан метод их решения численным путем. В настоящей работе исследовано напряженное состояние плоскости с периодической системой теплоизолированных трещин, расположенных вдоль дуг эллипсов, обусловленное возмущением однородного теплового потока q, направленного под углом β к оси Ox. Пусть берега трещин свободны от внешних усилий, а на бесконечности заданы главные значения напряжений $N_1 = p$ и $N_2 = \lambda_p p$. Угол между осью Ox и линией действия напряжений N_1 обозначаем через θ. Температурное поле ищем в виде

$$T(x, y) = 2\,\mathrm{Re}\,F(z),\ \ F(z) = \frac{1}{2} q e^{-i\beta} z + \frac{1}{2di} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \gamma(\tau) \operatorname{ctg} \frac{\pi(\tau - z)}{d}\, d\tau, \quad (1)$$

где d — расстояние между центрами соседних эллипсов (период задачи); τ_1, τ_2 — комплексные координаты вершин трещины, расположенной вдоль дуги эллипса с центром в начале координат, точки которой выражаются