ЛИТЕРАТУРА

1. *Берс Л., Джон Ф., Шехтер М.* Уравнения с частными производными. М., Мир, 1966. 351 с.
2. *Елементи* якісної теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними /О. І. Бобик, П. І. Воднарчук, Б. Й. Пташник, В. Я. Скоробогатько. Київ, Наук. думка. 1972. 175 с.
3. *Ладыженская О. А.* Смешанная задача для гиперболического уравнения. М., Гостехиздат, 1953. 279 с.
4. *Скоробогатько В. Я.* Разложение линейных и нелинейных дифференциальных операторов на действительные сомножители. Сообщение I.— Укр. мат. журн., 1963, 15, № 2, с. 217—223.
5. *Grošev A.* Un théoréme sur les systémes de formes linéaires.— Докл. АН СССР, 1938, 19, № 3, с. 151—152.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 20.09.77

УДК 517.52

Х. И. Кучминская

РАЗЛОЖЕНИЕ ДВОЙНОГО СТЕПЕННОГО РЯДА В СООТВЕТСТВУЮЩУЮ И ПРИСОЕДИНЕННУЮ ВЕТВЯЩИЕСЯ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ

Ряд исследований, рассматривающих вопросы приближения функций цепными дробями, основаны на существенных связях цепных дробей с рядами [1, 2].

Для степенного ряда $\sum\limits_{i=0}^{\infty} a_i x^i$ можно найти такую цепную дробь, разложение произвольной n-й подходящей дроби которой в степенной ряд будет совпадать с исходным степенным рядом до члена x^n включительно. Такую цепную дробь называют соответствующей данному ряду. Если разложение произвольной n-й подходящей дроби цепной дроби в степенной ряд совпадает с исходным степенным рядом до члена x^{2n} включительно, то такую дробь называют присоединенной к степенному ряду. Оказывается, что при приближении функций многих переменных ветвящимися цепными дробями можно установить связь ветвящихся цепных дробей с кратными степенными рядами.

Построение алгоритма преобразования двойного степенного ряда в ветвящуюся цепную дробь. Пусть существует ряд

$$\sum_{i+j=0}^{\infty} a_{ij} x^i y_j. \tag{1}$$

Запишем его следующим образом:

$$\sum_{i+j=0}^{\infty} a_{ij} x^i y^j = a_{00} + X_1 + Y_1 + a_{11} xy Z_1, \tag{2}$$

где

$$X_1 = \sum_{i=1}^{\infty} a_{i0} x^i; \quad Y_1 = \sum_{j=1}^{\infty} a_{0j} y^j; \quad Z_1 = \sum_{i+j=0}^{\infty} \frac{a_{i+1,j+1}}{a_{11}} x^i y^j.$$

Ряды X_1 и Y_1 как обыкновенные степенные ряды можно разложить в соответствующие и присоединенные цепные дроби по формулам, приведенным в монографии О. Перрона [1].

Представим Z_1 в виде $Z_1' = \frac{1}{Z_1}$, где

$$Z_1' = \sum_{i+j=0}^{\infty} (-1)^{i+j} \gamma_{ij}^{(1)} x^i y^j, \quad \gamma_{00}^{(1)} = 1. \tag{3}$$

Коэффициенты ряда (3) однозначно находим из следующего рекуррентного соотношения:

$$\gamma_{ij}^{(1)} = \sum_{p+k=1}^{i+j} (-1)^{p+k-1} \gamma_{i-p,j-k}^{(1)} \frac{a_{p+1,k+1}}{a_{11}}, \tag{4}$$

причем $\gamma_{i-p,j-k}^{(1)} = 0$, если $i-p<0$ или $j-k<0$. Тогда ряд (3) можно записать как сумму

$$\sum_{i+j=0}^{\infty} (-1)^{i+j} \gamma_{ij}^{(1)} x^i y^j = 1 + X_2 + Y_2 + \gamma_{11}^{(1)} xy Z_2, \tag{5}$$

где

$$X_2 = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \gamma_{i0}^{(1)} x^i;$$

$$Y_2 = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \gamma_{0j}^{(1)} y^j; \quad Z_2 = \sum_{i+j=0}^{\infty} (-1)^{i+j} \frac{\gamma_{i+1,j+1}^{(1)}}{\gamma_{11}^{(1)}} x^i y^j.$$

Ряды X_2 и Y_2 как обыкновенные степенные ряды разложим в соответствующие и присоединенные цепные дроби по известным формулам [1]. Ряд Z_2 представим в виде

$$Z_2 = \sum_{i+j=0}^{\infty} \gamma_{ij}^{(2)} x^i y^j = \frac{1}{\sum\limits_{i+j=0}^{\infty} (-1)^{i+j} \frac{\gamma_{i+1,\,j+1}^{(1)}}{\gamma_{11}^{(1)}} x^i y^j}, \quad \gamma_{00}^{(2)} = 1, \tag{6}$$

где коэффициенты $\gamma_{ij}^{(2)}$ удовлетворяют соотношению

$$\gamma_{ij}^{(2)} = \sum_{p+k=1}^{i+j} (-1)^{p+k-1} \gamma_{i-p,j-k}^{(2)} \frac{\gamma_{p+1,k+1}^{(1)}}{\gamma_{11}^{(1)}}, \tag{7}$$

причем $\gamma_{i-p,j-k}^{(2)} = 0$, если $i-p<0$ или $j-k<0$.

Продолжая этот процесс, получаем для степенного ряда (1) ветвящиеся цепные дроби специального вида

$$a_{00} + \cfrac{\omega_{10}^{(1)} x}{1 - \cfrac{\omega_{20}^{(1)} x}{1 + \cfrac{\omega_{30}^{(1)} x}{1 - \vdots}}} + \cfrac{\omega_{01}^{(1)} y}{1 - \cfrac{\omega_{02}^{(1)} y}{1 + \cfrac{\omega_{03}^{(1)} y}{1 - \vdots}}} +$$

$$+ \cfrac{\gamma_{11}^{(0)} xy}{1 - \cfrac{\omega_{10}^{(2)} x}{1 + \cfrac{\omega_{20}^{(2)} x}{1 - \vdots}} - \cfrac{\omega_{01}^{(2)} y}{1 + \cfrac{\omega_{02}^{(2)} y}{1 - \vdots}} + \cfrac{\gamma_{11}^{(1)} xy}{1 + \cfrac{\omega_{10}^{(3)} x}{1 - \vdots} + \cfrac{\omega_{01}^{(3)} y}{1 - \vdots} + \cfrac{\gamma_{11}^{(2)} xy}{1 + \vdots}}} \tag{8}$$

и

$$a_{00} + \cfrac{k_{10}^{(1)} x}{1 + l_{10}^{(1)} x - \cfrac{k_{20}^{(1)} x^2}{1 + l_{20}^{(1)} x - \cfrac{k_{30}^{(1)} x^2}{1 + l_{30}^{(0)} x - \vdots}}} +$$

$$
+\cfrac{k_{01}^{(1)}y}{1+l_{01}^{(1)}y-\cfrac{k_{02}^{(1)}y^2}{1+l_{02}^{(1)}y-\cfrac{k_{03}^{(1)}y^2}{1+l_{03}^{(1)}y-\vdots}}}+
$$

$$
+\cfrac{\gamma_{11}^{(0)}xy}{1-\cfrac{k_{10}^{(2)}x}{1-l_{10}^{(2)}x-\cfrac{k_{20}^{(2)}x^2}{1-l_{20}^{(2)}x-\vdots}}-\cfrac{k_{01}^{(2)}y}{1-l_{01}^{(2)}y-\cfrac{k_{02}^{(2)}y^2}{1-l_{02}^{(2)}y-\vdots}}+\cfrac{\gamma_{11}^{(1)}xy}{1+\vdots}}. \tag{9}
$$

Коэффициенты дробей (8) и (9) определяются по формулам

$$
\omega_{(2i+1)j,(2i+1)(1-j)}^{(k)}=-\frac{\varphi_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k-1)}\psi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}}{\varphi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}\psi_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k-1)}},
$$

$$
\omega_{2ij,2i(1-j)}^{(k)}=\frac{\varphi_{(i-1)j,(i-1)(1-j)}^{(k-1)}\psi_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k-1)}}{\varphi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}\psi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}},
$$

$$
k_{ij,i(1-j)}^{(k)}=\frac{\varphi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}\psi_{(i-2)j,(i-2)(1-j)}^{(k-1)}}{[\varphi_{(i-1)j,(i-1)(1-j)}^{(k-1)}]^2},\quad l_{ij,i(1-j)}^{(k)}=\frac{\chi_{(i-1)j,(i-1)(1-j)}^{(k-1)}}{\varphi_{(i-1)j,(i-1)(1-j)}^{(k-1)}}-\frac{\chi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}}{\varphi_{ij,i(1-j)}^{(k-1)}},
$$

$$
k_{1j,1(1-j)}^{(k)}=\varphi_{1j,1(1-j)}^{(k-1)},\ l_{1j,1(1-j)}^{(k)}=-\frac{\chi_{1j,1(1-j)}^{(k-1)}}{\varphi_{1j,1(1-j)}^{(k-1)}}, \tag{10}
$$

$$
\omega_{1j,1(1-j)}^{(k)}=\varphi_{1j,1(1-j)}^{(k-1)},\quad \chi_{1j,1(1-j)}^{(k)}=\psi_{2j,2(1-j)}^{(k-1)},
$$

$$
k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots;\quad i=1,\ 2,\ \ldots;\quad j=0,\ 1;
$$

$$
\varphi_{ij,i(1-j)}^{(k)}=\begin{vmatrix}
\gamma_{1j,1(1-j)}^{(k)} & \gamma_{2j,2(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)}\\
\gamma_{2j,2(1-j)}^{(k)} & \gamma_{3j,3(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)}\\
\dots & \dots & \dots & \dots\\
\gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)} & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(2i-1)j,(2i-1)(1-j)}^{(k)}
\end{vmatrix},
$$

$$
\psi_{ij,i(1-j)}^{(k)}=\begin{vmatrix}
\gamma_{2j,2(1-j)}^{(k)} & \gamma_{3j,3(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)}\\
\gamma_{3j,3(1-j)}^{(k)} & \gamma_{4j,4(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)}\\
\dots & \dots & \dots & \dots\\
\gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)} & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(2i-2)j,(2i-2)(1-j)}^{(k)}
\end{vmatrix}, \tag{11}
$$

$$
\chi_{ij,i(1-j)}^{(k)}=\begin{vmatrix}
\gamma_{1j,1(1-j)}^{(k)} & \gamma_{2j,2(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(i-1)j,(i-1)(1-j)}^{(k)} & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)}\\
\gamma_{2j,2(1-j)}^{(k)} & \gamma_{3j,3(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)} & \gamma_{(i+2)j,(i+2)(1-j)}^{(k}\\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\
\gamma_{ij,i(1-j)}^{(k)} & \gamma_{(i+1)j,(i+1)(1-j)}^{(k)} & \cdots & \gamma_{(2i-2)j,(2i-2)(1-j)}^{(k)} & \gamma_{2ij,2i(1-j)}^{(k)}
\end{vmatrix},
$$

$$
\varphi_{00}^{(k)}=\psi_{10}^{(k)}=\psi_{01}^{(k)}=1,\quad k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ j=0,\ 1;
$$

$$
\gamma_{ij}^{(k)}=\sum_{p+m=1}^{i+j}(-1)^{p+m-1}\gamma_{i-p,j-m}^{(k)}\frac{\gamma_{p+1,m+1}^{(k-1)}}{\gamma_{11}^{(k-1)}},\quad \gamma_{00}^{(k)}=1,\ \gamma_{ij}^{(0)}=a_{ij}, \tag{12}
$$

$\gamma_{i-p,j-m}^{(k)}=0$, если $i-p<0$ или $j-m<0$, $k=1,\ 2,\ \ldots,\ i,\ j=1,\ 2,\ \ldots$

Дроби (8) и (9), используя сокращенную форму записи, можно записать так:

$$a_{00}+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i-1}\omega_{i0}^{(1)}x\,|}{|\,1}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(-1)^{j-1}\omega_{0j}^{(1)}y\,|}{|\,1}+$$

$$+\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\gamma_{11}^{(i-1)}xy\,|}{\left|\,1+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i+j-1}\omega_{j0}^{(i+1)}x\,|}{|\,1}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(-1)^{i+j-1}\omega_{0j}^{(i+1)}y\,|}{|\,1}\right.} \tag{13}$$

и

$$a_{00}+\frac{k_{10}^{(1)}x}{1+l_{10}^{(1)}x}-\sum_{i=2}^{\infty}\frac{k_{i0}^{(1)}x^2\,|}{|\,1+l_{i0}^{(1)}x}+\frac{k_{01}^{(1)}y}{1+l_{01}^{(1)}y}-\sum_{i=2}^{\infty}\frac{k_{0i}^{(1)}y^2\,|}{|1+l_{0i}^{(1)}y}+$$

$$-\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\gamma_{11}^{(i-1)}xy\,|}{\left|\,1+\frac{(-1)^{i}k_{10}^{(i+1)}x}{1+(-1)^{i}l_{10}^{(i+1)}x}-\sum_{j=2}^{\infty}\frac{k_{j0}^{(i+1)}x^2\,|}{|\,1+(-1)^{i}l_{j0}^{(i+1)}x}+\frac{(-1)^{i}k_{01}^{(i+1)}y}{1+(-1)^{i}l_{01}^{(i+1)}y}-\right.}.$$

$$-\sum_{j=2}^{\infty}\frac{k_{0j}^{(i+1)}y^2\,|}{|\,1+(-1)^{i}l_{0j}^{(i+1)}y} \tag{14}$$

Подходящими дробями ветвящейся цепной дроби (8) назовем конечные дроби вида

$$\frac{P_n}{Q_n}=a_{00}+\sum_{p=1}^{n}\frac{(-1)^{p-1}\omega_{p0}^{(1)}x\,|}{|\,1}+\sum_{p=1}^{n}\frac{(-1)^{p-1}\omega_{0p}^{(1)}y\,|}{|\,1}+$$

$$+\sum_{k=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\frac{\gamma_{11}^{(k-1)}\,xy\,|}{\left|\,1+\sum_{p=1}^{n-2k}\frac{(-1)^{p+k-1}\omega_{p0}^{(k+1)}x\,|}{|\,1}+\sum_{p=1}^{n-2k}\frac{(-1)^{p+k-1}\omega_{0p}^{(k+1)}y\,|}{|\,1}\right.}, \tag{15}$$

а подходящими дробями ветвящейся цепной дроби (9) — конечные дроби вида

$$\frac{P_n}{Q_n}=a_{00}+\frac{k_{10}^{(1)}x}{1+l_{10}^{(1)}x}-\sum_{p=2}^{n}\frac{k_{p0}^{(1)}x^2\,|}{|\,1+l_{p0}^{(1)}x}+\frac{k_{01}^{(1)}y}{1+l_{01}^{(1)}y}-\sum_{p=2}^{n}\frac{k_{0p}^{(1)}y^2\,|}{|\,1+l_{0p}^{(1)}y}+$$

$$+\sum_{p=1}^{n}\frac{\gamma_{11}^{(p-1)}xy\,|}{\left|\,1+\frac{(-1)^{p}k_{10}^{(p+1)}x}{1+(-1)^{p}l_{10}^{(p+1)}x}-\sum_{j=2}^{n-p}\frac{k_{j0}^{(p+1)}x^2\,|}{|\,1+(-1)^{p}l_{j0}^{(p+1)}x}+\right.}, \tag{16}$$

$$+\frac{(-1)^{p}k_{01}^{(p+1)}y}{1+(-1)^{p}l_{0i}^{(p+1)}y}-\sum_{j=2}^{n-p}\frac{k_{0j}^{p+1}y^2\,|}{|\,1+(-1)^{p}l_{0j}^{(p+1)}y}$$

где $k_{01}^{(p+1)}=k_{10}^{(p+1)}=0$ при $p=n$.

Под алгоритмом образования ветвящихся цепных дробей (8) и (9) из двойного степенного ряда (1) понимаем последовательное получение подходящих дробей: первый шаг алгоритма — получение $\frac{P_1}{Q_1}$, второй — получение $\frac{P_2}{Q_2}$, ..., n-й шаг алгоритма — получение $\frac{P_n}{Q_n}$ и т. д.

СООТВЕТСТВУЮЩАЯ И ПРИСОЕДИНЕННАЯ ВЕТВЯЩИЕСЯ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ ДЛЯ ДВОЙНОГО СТЕПЕННОГО РЯДА

Определение 1. Ветвящаяся цепная дробь называется соответствующей для двойного степенного ряда (1), если разложение ее произвольной n-й подходящей дроби в двойной степенной ряд совпадает с рядом (1) до всех членов степени n включительно.

Определение 2. Ветвящаяся цепная дробь называется присоединенной для двойного степенного ряда (1), если разложение ее произвольной n-й подходящей дроби в двойной степенной ряд совпадает с рядом (1) до всех членов степени $2n$ включительно.

Справедлива такая теорема.

Теорема. 1) Двойной степенной ряд (1) разлагается в ветвящуюся цепную дробь (8) (или (9)) тогда и только тогда, когда все определители $\varphi^{(k)}_{ij,i(1-j)}$, $\psi^{(k)}_{ij,i(1-j)}$, $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots;\ i=1,\ 2,\ \ldots;\ j=0,\ 1$ (или все определители $\varphi^{(k)}_{ij,i(1-j)}$, $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots;\ i=1,\ 2,\ \ldots;\ j=0,\ 1$) отличны от нуля; 2) представление двойного степенного ряда (1) в виде ветвящихся цепных дробей (8) или (9) единственно; 3) ветвящаяся цепная дробь (8) является соответствующей, а ветвящаяся цепная дробь (9) — присоединенной ветвящейся цепной дробью для двойного степенного ряда (1).

Для доказательства двух первых частей теоремы используются результаты из теории обычных цепных дробей [1, 2]. Докажем лишь третье утверждение теоремы, используя метод полной математической индукции.

Пусть $N = 1,\ 2$. Тогда

$$\frac{P_1}{Q_1} = a_{00} + \frac{\omega^{(1)}_{10}x}{1} + \frac{\omega^{(1)}_{01}y}{1},$$

т. е. имеем полное совпадение с рядом (1) до членов первой степени включительно

$$\frac{P_2}{Q_2} = a_{00} + \frac{\omega^{(1)}_{10}x}{1-\omega^{(1)}_{20}x} + \frac{\omega^{(1)}_{01}y}{1-\omega^{(1)}_{02}y} + \frac{\gamma^{(0)}_{11}xy}{1};$$

как и в случае обычных цепных дробей, разложение в степенные ряды $\frac{\omega^{(1)}_{10}x}{1-\omega^{(1)}_{20}x}$ и $\frac{\omega^{(1)}_{01}y}{1-\omega^{(1)}_{02}y}$ будет совпадать со степенными рядами $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_{i0}x^i$ и $\sum\limits_{i=1}^{\infty} a_{0i}y^i$ до членов второй степени включительно, а значит, разложение в ряд $\frac{P_2}{Q_2}$ будет совпадать с рядом $\sum\limits_{i+j=0}^{\infty} a_{ij}x^iy^j$ до всех членов второй степени.

Предположим, что утверждение теоремы справедливо для всех $N \leqslant n$, и докажем, что оно верно для $N = n + 1$. Пусть $n = 2k$. Тогда

$$\frac{P_{2k+1}}{Q_{2k+1}} = a_{00} + \sum_{p=1}^{2k+1} \frac{(-1)^{p-1}\omega^{(1)}_{p0}x\,|}{|\,1} + \sum_{p=1}^{2k+1} \frac{(-1)^{p-1}\omega^{(1)}_{0p}y\,|}{|\,1} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{k} \frac{\gamma^{(p-1)}_{11}xy\,|}{\left|\,1 + \sum\limits_{j=1}^{2k-2p+1} \frac{(-1)^{j+p-1}\omega^{p+1}_{j0}x\,|}{|\,1} + \sum\limits_{j=1}^{2k-2p+1} \frac{(-1)^{j+p-1}\omega^{(p+1)}_{0j}y\,|}{|\,1}\right.},$$

но по предположению индукции дробь

$$1+\sum_{j=1}^{2k-1}\frac{(-1)^j\omega_{j0}^{(2)}x\,|}{|\,1}+\sum_{j=1}^{2k-1}\frac{(-1)^j\omega_{0j}^{(2)}y\,|}{|\,1}+$$

$$+\sum_{p=1}^{k-1}\frac{\gamma_{11}^{(p)}xy\,|}{\left|\,1+\sum\limits_{m=1}^{2k-2p-1}\frac{(-1)^{m+p}\omega_{m0}^{(p+2)}x\,|}{|\,1}+\sum\limits_{m=1}^{2k-2p-1}\frac{(-1)^{m+p}\omega_{0m}^{(p+2)}y\,|}{|\,1}\right.}$$

раскладывается в двойной степенной ряд $1+\sum\limits_{i+j=1}^{\infty}\beta_{ij}x^iy^j$, коэффициенты которого при степенях $(2k-1)$ включительно совпадают с коэффициентами при таких же степенях ряда $\sum\limits_{i+j=0}^{\infty}(-1)^{i+j}\gamma_{ij}^{(1)}x^iy^j$, $\gamma_{00}^{(1)}=1$, связанного с исходным рядом (1) соотношениями

$$\frac{1}{1+\sum\limits_{i+j=1}^{\infty}(-1)^{i+j}\gamma_{ij}^{(1)}x^iy^j}\equiv\sum_{i+j=0}^{\infty}\frac{a_{i+1,j+1}}{a_{11}}x^iy^j,$$

причем коэффициенты $\gamma_{ij}^{(1)}$ определяются по формулам (4). Коэффициенты β_{ij} и $(-1)^{i+j}\gamma_{ij}^{(1)}$ совпадают до $i+j=2k-1$ включительно, и поскольку $\gamma_{ij}^{(1)}$ выражаются через комбинацию коэффициентов $a_{21}, a_{12}, a_{31}, a_{13}, \ldots, a_{2k,1}$; $a_{1,2k}$, то третье слагаемое подходящей дроби P_{2k+1}/Q_{2k+1} разлагается в степенной ряд $\sum\limits_{i+j=0}^{\infty}\tilde{a}_{i+1,j+1}x^{i+1}y^{j+1}$ и совпадает с рядом $\sum\limits_{i+j=0}^{\infty}a_{i+1,j+1}x^{i+1}y^{j+1}$ до членов степени $2k+1$ включительно. Первые два слагаемые являются дробями, соответствующими рядам $\sum\limits_{i=1}^{\infty}a_{i0}x^i$ и $\sum\limits_{j=1}^{\infty}a_{0j}y^j$, и поэтому их разложения в соответствующие степенные ряды совпадают до членов степени $2k+1$. Аналогично получаем утверждение теоремы и для $n=2k+1$. Следовательно, доказано, что ветвящаяся цепная дробь (8) есть соответствующая ветвящаяся цепная дробь для двойного степенного ряда (1). Подобными рассуждениями можно показать, что дробь (9) является присоединенной дробью для ряда (1).

Замечание 1. Используя эту же методику, можно получить соответствующую и присоединенную ветвящиеся цепные дроби для n-кратного $(n>2)$ степенного ряда.

Замечание 2. Ветвящиеся цепные дроби (8) и (9) в случае степенного ряда одной переменной совпадают с известными [1] соответствующей и присоединенной цепными дробями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Perron O.* Die Lehre von der Kettenbrüchen. Bd. 2, Stuttgart, 1957. 524S.
2. *Wall H. S.* Analytic theory of Continued Fractions, New York, 1948. 433 p.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 04.10.77