$$C_p = \sum_{i=1}^{3} [(-1)^{p+i}\varphi_{0i} + (-1)^{p+i+1}\varphi_{1i}] \frac{\Delta_{ip}(k)\, e^{-i\mu_p(k)T}}{\Delta(k)\,(e^{-i\mu_p(k)T} - e^{i\mu_p(k)T})};$$

$$C_{3+p} = \sum_{i=1}^{3} [(-1)^{p+i+1}\varphi_{0i} + (-1)^{p+i}\varphi_{1i}] \frac{\Delta_{ip}(k)\, e^{i\mu_p(k)T}}{\Delta(k)\,(e^{-i\mu_p(k)T} - e^{i\mu_p(k)T})};$$

$\Delta(k) = \det \| R_i^p \|_{i,p=1}^3 = -k_1 (k,\ k)^{-\frac{1}{2}}$; $\Delta_{ip}(k)$ — алгебраическое дополнение элемента определителя $\Delta(k)$, который лежит на пересечении i-й строки и p-го столбца.

Теорема 4. Пусть существует такая положительная константа M_0 и натуральное число r_0, что для всех (кроме конечного числа) совокупностей целых чисел k_1, k_2, k_3 и $l \geqslant 0$ выполняются неравенства

$$\left| \alpha_j - \frac{l^2}{(k,\ k)} \right| \geqslant M_0 |k|^{-(r_0+\varepsilon)} \quad (0 < \varepsilon < 1; \quad j = 1,\ 2), \tag{27}$$

где $\alpha_1 = \frac{\mu^* T^2}{\sigma\pi^2}$; $\alpha_2 = \frac{(\lambda^* + 2\mu^*)\, T^2}{\sigma\pi^2}$, и пусть $\varphi_j(x) \in \overline{H}_{r+r_0}$. Тогда существует решение задачи (23), (2), которое принадлежит пространству $H_{l,r}$ $(r \geqslant 2)$ и является корректным относительно функций $\varphi_j(x)$.

Замечание 4. Если $r_0 = 4$, то согласно теореме Туэ — Зигеля — Рота (см. [3, 6]) неравенства (27) будут выполняться для почти всех в смысле меры Лебега чисел α_1 и α_2 для всех векторов $k \neq 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Берс Л., Джон Ф., Шехтер М.* Уравнения с частными производными. М., Мир, 1966. 351 с.
2. *Елементи* якісної теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними/ О. І. Бобик, П. І. Боднарчук, Б. Й. Пташник, В. Я. Скоробогатько. Київ, Наук. думка, 1972. 175 с.
3. *Бухштаб А. А.* Теория чисел М., Просвещение, 1966. 384 с.
4. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М., Наука, 1966. 576 с.
5. *Пташник Б. И.* Об одной краевой задаче для системы гиперболических уравнений с постоянными коэффициентами.— В кн.: Теоретические и прикладные вопросы алгебры и дифференциальных уравнений. Киев, 1976, с. 66—71.
6. *Roth K. F.* Rational approximations to algebraic numbers.— Mathematica, 1955, 2, p. 1—20.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 12.09.77

УДК 517.944

Б. О. Салыга

АНАЛОГ МНОГОТОЧЕЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСТРОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА С ПЕРЕМЕННЫМИ ПО t КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В данной работе в области $R = [0,\ T] \times D_m$, где D_m — m-мерный тор, полученный отождествлением противоположных граней параллелепипеда $\{x : 0 \leqslant x_s \leqslant 2\pi,\ s = 1,\ \ldots,\ m\}$, изучен аналог многоточечной задачи для нестрого гиперболического по И. Г. Петровскому оператора с переменными по t коэффициентами, распадающегося на линейные множители первого порядка, и установлены условия существования, единственности и корректности классического решения и решения почти всюду рассматриваемой задачи, которые формулируются в теоретико-числовых терминах.

В дальнейшем будем использовать такие обозначения: $x = (x_1,\ \ldots$ $\ldots,\ x_m)$, $k = (k_1,\ \ldots,\ k_m)$, $|k| = |k_1| + \cdots + |k_m|$, $(k,\ x) = k_1x_1 + \cdots$ $\cdots + k_mx_m$; $H_q\ (q = 0,\ 1,\ \ldots)$ — гильбертово пространство 2π-периодических по всем переменным функций $v(x) = \sum_k v_k \exp i(k, x) (v_{-k} = v_k)$ со скалярным произведением, индуцирующим норму

$$\|v\|_q^2 = (2\pi)^m \sum_k [1 + (k, k)]^q |v_k|^2.$$

Пространство H_q является пространством периодических функций, у которых обобщенные производные до порядка q суммируемы с квадратом [1], $H_{q,t}$ $(q \geqslant n)$ — пространство функций $u(t, x)$, таких, что $\forall t \in [0, T]$ производная $\frac{\partial^j u(t, x)}{\partial t^j} \in H_{q-j}$ $(j = 0, 1, \ldots, n)$ и непрерывна в норме этого пространства. Пространство $H_{q,t}$ станет гильбертовым, если в нем ввести скалярное произведение, индуцирующее норму

$$\|u(t, x)\|_{H_{q,t}}^2 = \int_0^T \sum_{j=0}^n \left\| \frac{\partial^j u(t, x)}{\partial t^j} \right\|_{H_q}^2 dt.$$

В области R рассмотрим задачу

$$L[u] \equiv \prod_{p=1}^q \left[\frac{\partial}{\partial t} - \sum_{s=1}^m \lambda_{sp}(t) \frac{\partial}{\partial x_s} - b_p(t) \right]^{m_p} u(t, x) = 0, \tag{1}$$

$$u(t_j, x) = \varphi_j(x) \quad (j = 1, \ldots, n; \quad 0 \leqslant t_1 < \cdots < t_n \leqslant T), \tag{2}$$

где $\lambda_{sp}(t)$, $b_p(t)$ — действительные функции аргумента t, $\left(\sum_{r=1}^p m_r - 1\right)$ раз непрерывно дифференцируемые в $[0, T]$; $m_1 + \ldots + m_q = n$; $\varphi_j(x) \in H_N$ (N — достаточно большое натуральное число). Отметим, что для случая, когда в разложении оператора L все множители различные, аналогичная задача изучена в работе [2].

Решение задачи (1), (2) ищем в пространстве $H_{N,t}$ $(N \geqslant n)$ в виде ряда

$$u(t, x) = \sum_{|k| \geqslant 0} u_k(t) \exp i(k, x). \tag{3}$$

Тогда при $N = n + \left[\frac{m}{2}\right] + 1$ согласно теореме Соболева о вложении пространств [1] получаем классическое решение задачи (1), (2), причем $\|u(t, x)\|_{C^n(R)} \leqslant M \|u(t, x)\|_{H_{N,t}}$. Если $N = n$, то получаем решение почти всюду [3], т. е. такую функцию $u(t, x)$, которая почти всюду в R удовлетворяет уравнению (1) и $\lim_{t \to t_j} \int_{D_m} [u(t, x) - \varphi_j(x)]^2 dx = 0$, $j = 1, \ldots, n$.

Подставляя ряд (3) в уравнение (1) и условия (2), для определения каждой из функций $u_k(t)$ получаем многоточечную задачу

$$\prod_{p=1}^q \left[\frac{d}{dt} - \sigma_p(t) \right]^{m_p} u_k(t) = 0, \tag{4}$$

$$u_k(t_j) = \varphi_{jk}, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{5}$$

где $\sigma_p(t) = b_p(t) + i \sum_{s=1}^m k_s \lambda_{sp}(t)$ $(p = 1, \ldots, q)$; φ_{jk} — коэффициенты Фурье функции $\varphi_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$. Интегрируя уравнение (4), находим его общее решение

$$u_k(t) = \sum_{p=1}^q \sum_{s_p=1}^{m_p} C_{kps_p} f_{kps_p}(t), \tag{6}$$

где C_{kps_p} $(p=1, \ldots, q;\ s_p=1, \ldots, m_p)$ — произвольные константы, а функции $f_{kps_p}(t)$ определяются формулами

$$f_{kqs_q}(t) = t^{m_q-s_q} \exp \int_0^t \sigma_q(\tau)\, d\tau, \quad s_q = 1, \ldots, m_q, \tag{7}$$

$$\begin{gathered} f_{kps_p}(t) = \exp\left\{\int_0^t \sigma_q(\tau)\, d\tau\right\} \int_0^t \int_0^{\xi_1} \cdots \int_0^{\xi_{m_q-1}} \exp\left\{\int_0^{\xi_{m_q}} [\sigma_{q-1}(\tau_1) - \sigma_q(\tau_1)]\, d\tau_1\right\} \times \\ \times \int_0^{\xi_{m_q}} \cdots \int_0^{\xi_{m_q+m_{q-1}-1}} \exp\left\{\int_0^{\xi_{m_q+m_{q-1}}} [\sigma_{q-2}(\tau_1) - \sigma_{q-1}(\tau_1)]\, d\tau_1\right\} \cdots \\ \cdots \int_0^{\xi_{m_q+\cdots+m_{p+2}}} \cdots \int_0^{\xi_{m_q+\cdots+m_{p+1}-1}} \tau^{m_p-s_p} \exp\left\{\int_0^{\tau} [\sigma_p(\tau_1) - \sigma_{p+1}(\tau_1)]\, d\tau_1\right\} \times \\ \times\, d\tau\, d\xi_{m_q+\cdots+m_{p+1}-1} \ldots d\xi_2\, d\xi_1 \quad (p = 1, \ldots, q-1;\ s_p = 1, \ldots, m_p). \end{gathered} \tag{8}$$

Подставив (6) в условия (5), для определения коэффициентов C_{kps_p} получим систему уравнений

$$\sum_{p=1}^{q} \sum_{s_p=1}^{m_p} C_{kps_p} f_{kps_p}(t_j) = \varphi_{jk}, \quad j = 1, \ldots, n, \tag{9}$$

определитель которой обозначим через $\Delta(k)$.

Замечание. Для вектора $k = (0, \ldots, 0)$ задача (4), (5) всегда имеет единственное решение $u_0(t)$ [4].

Наряду с условиями (2) и (5) рассмотрим однородные условия (2*) и (5*), которые получаются из (2) и (5), если в них положить $\varphi_j(x) \equiv 0$ и $\varphi_{jk} \equiv 0$ $(j = 1, \ldots, n)$ соответственно.

Теорема 1. Для единственности решения задачи (1), (2) в пространстве $H_{n,t}$ необходимо и достаточно, чтобы для всех целочисленных векторов $k \neq 0$ выполнялось условие

$$\Delta(k) \neq 0. \tag{10}$$

Доказательство необходимости. Если $\Delta(k_0) = 0$ для некоторого вектора $k_0 = (k_{10}, \ldots, k_{m0})$, то задача (1), (2*) имеет в пространстве $H_{n,t}$, по крайней мере, одно нетривиальное решение вида

$$u_0(t) = u_{k_0}(t) \exp i(k_0, x),$$

где $u_{k_0}(t)$ — решение задачи (4), (5*), соответствующее вектору k_0. Поэтому решение задачи (1), (2), если оно существует, не будет единственным.

Доказательство достаточности. Предположим, что существуют два решения $u_1(t, x)$ и $u_2(t, x)$ задачи (1), (2), принадлежащие пространству $H_{n,t}$. Тогда $\bar{u} = u_1 - u_2$ есть решение задачи (1), (2*) и $\bar{u} \in H_{n,t}$. Следовательно, $\bar{u}$ представляется рядом

$$\bar{u}(t, x) = \sum_{|k| \geq 0} \bar{u}_k(t) \exp i(k, x) \quad (\bar{u}_{-k} = \bar{u}_k),$$

к которому можно применить оператор L. При этом каждая из функций $\bar{u}_k(t)$ есть решение задачи (4), (5*). Так как для всех целочисленных векторов $k \neq 0$ $\Delta(k) \neq 0$, то $\bar{u}_k(t) \equiv 0$. Учитывая замечание, получаем доказательство теоремы.

Рассмотрим вопрос о существовании решения задачи (1), (2). Предположим, что $\Delta(k) \neq 0$ для всех целочисленных векторов $k \neq 0$. Тогда система (9) имеет единственное решение, представимое в виде

$$C_{kps_p} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta_{jps_p}(k)}{\Delta(k)} \varphi_{jk}, \quad p = 1, \ldots, q; \quad s_p = 1, \ldots, m_p, \tag{11}$$

где $\Delta_{jps_p}(k)$ — алгебраическое дополнение элемента $f_{kps_p}(t_j)$ в определителе $\Delta(k)$. На основании формул (3), (6) и (11) с учетом замечания решение задачи (1), (2) формально представляется рядом

$$u(t, x) = u_0(t) + \sum_{|k|>0} \sum_{p=1}^{q} \sum_{s_p=1}^{m_p} \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta_{jps_p}(k)}{\Delta(k)} f_{kps_p}(t)\, \varphi_{jk} \exp i(k, x). \qquad (12)$$

Теорема 2. Пусть существуют константа $M > 0$ и натуральное число υ, такие, что для всех (за исключением конечного числа) векторов k с целочисленными координатами выполняются неравенства

$$\left|\frac{\Delta_{jps_p}(k)}{\Delta(k)}\right| \leqslant M|k|^{\nu}, \quad j = 1, \ldots, n; \quad p = 1, \ldots, q; \quad s_p = 1, \ldots, m_p, \qquad (13)$$

и пусть $\varphi_j(x) \in H_{N+\upsilon}$. Тогда существует решение задачи (1), (2), принадлежащее пространству $H_{N,t}$ и корректное относительно функций $\varphi_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$.

Доказательство. Используя формулы (12), (13), получаем оценку

$$\| u(t, x)\|^2_{H_{N,t}} \leqslant C \sum_{j=1}^{n} \| \varphi_j(x)\|^2_{H_{N+\nu}} \quad (C = \text{const} > 0). \qquad (14)$$

Отсюда, учитывая замечание, получаем доказательство теоремы.

Более эффективные условия существования и единственности решения задачи (1), (2) получим, когда имеют место соотношения

$$\begin{gathered} t_{j+1} - t_j = t_0 > 0, \quad j = 0, 1, \ldots, n-1, \; t_1 = 0, \\ \lambda_{sp}(t) = \lambda_s(t) + a_{sp}, \; b_p(t) = \beta(t) + b_p, \; p = 1, \ldots, q; \; s = 1, \ldots, m, \end{gathered} \qquad (15)$$

где a_{sp}, b_p — действительные числа, а $\lambda_s(t)$, $\beta(t)$ — действительные функции, $(n-1)$ раз непрерывно дифференцируемые в $[0, T]$. В этом случае формулы (7), (8) для функций $f_{kps_p}(t)$ принимают вид

$$f_{kqs_q}(t) = t^{m_q - s_q} \exp\left[\alpha_q t + \int_0^t \omega(\tau)\, d\tau\right] \quad (s_q = 1, \ldots, m_q), \qquad (16)$$

$$\begin{gathered} f_{kps_p}(t) = \exp\left[\alpha_p t + \int_0^t \omega(\tau)\, d\tau\right] \sum_{r=0}^{m_p - s_p} \sum_{|e|_{q-p-1}=0}^{m_p - s_p - r} (-1)^{m_p - s_p - r} \times \\ \times A^{m_p - s_p - r}_{m_p - s_p} \frac{C^{m_{p+1}-1}_{m_{p+1} + m_p - s_p - r - |l|_{q-p-1} - 1}}{(\alpha_p - \alpha_{p+1})^{m_{p+1} + m_p - s_p - r - |l|_{q-p-1}}} \prod_{j=2}^{q-p} \frac{C^{m_{p+j}-1}_{m_{p+j} + l_{j-1} - 1}}{(\alpha_p - \alpha_{p+j})^{m_{p+j} + l_{j-1}}} t^r \\ (p = 1, \ldots, q-1; \; s_p = 1, \ldots, m_p), \end{gathered} \qquad (17)$$

где $\alpha_p = b_p + i \sum_{s=1}^{m} k_s a_{sp}$; $\omega(\tau) = \beta(\tau) + i \sum_{s=1}^{m} k_s \lambda_s(\tau)$; $|l|_{q-p-1} = l_1 + l_2 + \cdots + l_{q-p-1}$; A^m_n — число размещений из n по m, а C^m_n — число комбинаций из n по m. Определитель системы (9) имеет вид

$$\begin{gathered} \Delta(k) = C(k) \prod_{q \geqslant s > l \geqslant 1} \{[\exp(\alpha_s t_0) - \exp(\alpha_l t_0)]\, (\alpha_s - \alpha_l)^{-1}\}^{m_s m_l} \times \\ \times \exp\left[\sum_{r=0}^{n-1} \int_0^{r t_0} \omega(\tau)\, d\tau\right], \end{gathered} \qquad (18)$$

где $0 < |C(k)| \leqslant M$ для всех целочисленных векторов k $(M = \text{const} > 0)$.

Тогда решение задачи (4), (5) представляется формулой (6), где функции

$f_{kps_p}(t)$ определяются формулами (16), (17), а константы C_{kps_p} имеют вид

$$C_{kqs_q} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^{q} [\exp(\alpha_q t_0) - \exp(\alpha_l t_0)]^{m_q + m_l - s_q} \right\}^{-1} \times$$

$$\times B_{qs_q}(k) \varphi_{jk} \quad (s_q = 1, \ldots, m_q), \tag{19}$$

$$C_{kps_p} = \sum_{j=1}^{n} \left\{ \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^{q} [\exp(\alpha_p t_0) - \exp(\alpha_l t_0)]^{m_p + m_l - s_p} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq p}}^{q} [\alpha_p - \alpha_l]^{m_l} \right\}^{-1} \times$$

$$\times B_{ps_p}(k) \varphi_{jk} \quad (p = 1, \ldots, q-1; \quad s_p = 1, \ldots, m_p), \tag{20}$$

где $|B_{ps_p}(k)|$ $(p = 1, \ldots, q;\ s_p = 1, \ldots, m_p)$ — равномерно ограниченные для всех векторов k величины.

Отметим, что для каждого вектора $k \neq 0$ выполняются неравенства

$$|\exp(\alpha_p t_0) - \exp(\alpha_l t_0)| \geqslant |\exp(b_p t_0) - \exp(b_l t_0)| \geqslant C_{pl} > 0 \quad (b_p \neq b_l), \tag{21}$$

$$|\exp(\alpha_p t_0) - \exp(\alpha_l t_0)| \geqslant A \left\| \sum_{s=1}^{m} \frac{(a_{sp} - a_{sl}) t_0}{2\pi} k_s \right\| \quad (b_p = b_l), \tag{22}$$

где A — положительная константа; $\|a\|$ — расстояние от числа a до ближайшего целого числа.

Лемма. Для почти всех в смысле меры Лебега действительных векторов $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_m)$ неравенство

$$\|\omega_1 k_1 + \cdots + \omega_m k_m\| < |k|^{-m-\varepsilon} \quad (\varepsilon > 0)$$

имеет конечное число решений в целых числах $k_1, \ldots, k_m$.

Доказательство леммы следует из результатов работы [5].

Теорема 3. Если имеют место соотношения (15), где b_p $(p = 1, \ldots, q)$ все различные, и если $\varphi_j(x) \in H_N$ $(N \geqslant n)$, $j = 1, \ldots, n$, то существует единственное решение $u(t, x)$ задачи (1), (2), принадлежащее пространству $H_{N,t}$ и корректное относительно функций $\varphi_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$.

Доказательство. Из формул (18) и (21) получаем, что $|\Delta(k)| \geqslant C > 0$, где C — некоторая константа, которая не зависит от k. Отсюда следует единственность решения задачи (1), (2). Используя формулы (3), (6), (16) — (21) и замечание, получаем оценку

$$\|u(t, x)\|^2_{H_{N,t}} \leqslant C_1 \sum_{j=1}^{n} \|\varphi_j(x)\|^2_{H_N} \quad (C_1 = \text{const} > 0).$$

Теорема доказана.

Предположим, что в соотношениях (15) для некоторых $p = p_0$, $l = l_0$ $b_{p_0} = b_{l_0}$ $(1 \leqslant p_0, l_0 \leqslant q)$. Тогда на основании (3), (6), (16) — (22), леммы, замечания и теорем 1 и 2 получаем такие утверждения.

Теорема 4. Для единственности решения задачи (1), (2) в пространстве $H_{N,t}$ необходимо и достаточно, чтобы уравнения

$$\sum_{s=1}^{m} (a_{sp_0} - a_{sl_0}) k_s t_0 - 2\pi r = 0 \tag{23}$$

не имели нетривиальных решений в целых числах $k_1, \ldots, k_m, r$.

Теорема 5. Если функции $\varphi_j(x) \in H_\sigma$ $(j = 1, \ldots, n;\ \sigma = \nu m(5\varkappa - 2) + N + 1$, где $\varkappa = \max\limits_{1 \leqslant p \leqslant q} \{m_p\}$; ν — число совпадающих между собой пар чисел b_p в соотношениях (15)), то для почти всех в смысле меры Лебега в R^m векторов $a = \left((a_{1p} - a_{1l}) \frac{t_0}{2\pi}, \ldots, (a_{mp} - a_{ml}) \frac{t_0}{2\pi}\right)$ $(p, l = 1, \ldots, q;\ p \neq l)$ существует решение задачи (1), (2), принадлежащее пространству $H_{N,t}$ $(N \geqslant n)$ и корректное относительно функций $\varphi_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Берс Л., Джон Ф., Шехтер М.* Уравнения с частными производными. М., Мир. 1966. 351 с.
2. *Елементи* якісної теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними /О. І. Бобик, П. І. Воднарчук, Б. Й. Пташник, В. Я. Скоробогатько. Київ, Наук. думка. 1972. 175 с.
3. *Ладыженская О. А.* Смешанная задача для гиперболического уравнения. М., Гостехиздат, 1953. 279 с.
4. *Скоробогатько В. Я.* Разложение линейных и нелинейных дифференциальных операторов на действительные сомножители. Сообщение I.— Укр. мат. журн., 1963, **15**, № 2, с. 217—223.
5. *Grošev A.* Un théoréme sur les systémes de formes linéaires.— Докл. АН СССР, 1938, **19**, № 3, с. 151—152.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 20.09.77

УДК 517.52

Х. И. Кучминская

РАЗЛОЖЕНИЕ ДВОЙНОГО СТЕПЕННОГО РЯДА В СООТВЕТСТВУЮЩУЮ И ПРИСОЕДИНЕННУЮ ВЕТВЯЩИЕСЯ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ

Ряд исследований, рассматривающих вопросы приближения функций цепными дробями, основаны на существенных связях цепных дробей с рядами [1, 2].

Для степенного ряда $\sum\limits_{i=0}^{\infty} a_i x^i$ можно найти такую цепную дробь, разложение произвольной n-й подходящей дроби которой в степенной ряд будет совпадать с исходным степенным рядом до члена x^n включительно. Такую цепную дробь называют соответствующей данному ряду. Если разложение произвольной n-й подходящей дроби цепной дроби в степенной ряд совпадает с исходным степенным рядом до члена x^{2n} включительно, то такую дробь называют присоединенной к степенному ряду. Оказывается, что при приближении функций многих переменных ветвящимися цепными дробями можно установить связь ветвящихся цепных дробей с кратными степенными рядами.

Построение алгоритма преобразования двойного степенного ряда в ветвящуюся цепную дробь. Пусть существует ряд

$$\sum_{i+j=0}^{\infty} a_{ij} x^i y_j. \tag{1}$$

Запишем его следующим образом:

$$\sum_{i+j=0}^{\infty} a_{ij} x^i y^j = a_{00} + X_1 + Y_1 + a_{11} xy Z_1, \tag{2}$$

где

$$X_1 = \sum_{i=1}^{\infty} a_{i0} x^i; \quad Y_1 = \sum_{j=1}^{\infty} a_{0j} y^j; \quad Z_1 = \sum_{i+j=0}^{\infty} \frac{a_{i+1,j+1}}{a_{11}} x^i y^j.$$

Ряды X_1 и Y_1 как обыкновенные степенные ряды можно разложить в соответствующие и присоединенные цепные дроби по формулам, приведенным в монографии О. Перрона [1].

Представим Z_1 в виде $Z_1' = \frac{1}{Z_1}$, где

$$Z_1' = \sum_{i+j=0}^{\infty} (-1)^{i+j} \gamma_{ij}^{(1)} x^i y^j, \quad \gamma_{00}^{(1)} = 1. \tag{3}$$