УДК 550.837.6

И. Н. Павлосюк

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ ГЛУБИН ЗЕМЛИ ПО ДАННЫМ ВАРИАЦИЙ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В настоящей работе рассмотрен один из возможных способов получения информации об электрических свойствах глубин Земли, исходя из магнитных вариаций, в частности S_q-вариаций (суточных вариаций по так называемым спокойным дням) с использованием в основном методики, изложенной в работе [3] и несколько усовершенствованной в работах [1, 4], только в отличие от работы [3] здесь не наложены ограничения на электрическую проводимость нижней среды. Нами получена простая и удобная для практического вычисления формула.

Исходными данными служат суточные хода H_x и H_z ($T = 24$ ч), которые достаточно хорошо представляются первой гармоникой и LT, компоненты [5] которых обладают тем же свойством. Поскольку до настоящего времени в работах подобного рода использовалась система единиц CGSM, для удобства сравнения результатов здесь использована та же система.

Рассмотрим простейшую электрическую модель Земли: верхняя непроводящая оболочка толщины h_0, соответствующая слабопроводящим горным породам, составляющим земную кору [6], и внутренняя часть — проводящая среда с удельной проводимостью σ_0. Так как рассматривается ограниченная область, задачу будем решать в прямоугольных координатах: ось Z направим вниз, ось X — вверх. В соответствии с принятой электрической моделью Земли будем считать, что полупространство $z < h_0$ является непроводником (диэлектриком), а полупространство $z > h_0$ — проводящей средой.

В дальнейшем будем рассматривать отдельную гармонику переменного магнитного поля (Земли), зависящую от времени посредством множителя $e^{-i\omega t}$. Будем также полагать, что вектор напряженности магнитного поля $\vec{H} = \vec{H}(x, z, t)$, т. е. $\vec{H}$ не зависит от y.

Тогда в случае отсутствия свободных зарядов скалярный потенциал V, связанный с $\vec{H}$ соотношением $\vec{H} = -\mathrm{grad}\, V$ в непроводнике, в пренебрежении токами смещения должен удовлетворять уравнению

$$\Delta V = 0 \tag{1}$$

и граничным условиям (при $z = 0$)

$$\left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{z=0} = -H_x^0 e^{-i(\omega t - \varphi_x)} \sin(\tau x + \varphi_x'), \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial V}{\partial z}\right|_{z=0} = H_z^0 e^{-i(\omega t - \varphi_z)} \cos(\tau x + \varphi_z'), \tag{3}$$

где Δ — оператор Лапласа. Правые части уравнений (2) и (3) представляют собой наблюдаемое на поверхности Земли ($z = 0$) поле магнитных вариаций H_x и H_z (B_z) соответственно [3].

Вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в проводнике можно представить в виде $\mu\vec{H} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$, где $\vec{A}$ — векторный потенциал, удовлетворяющий уравнению $\Delta\vec{A} + k^2\vec{A} = 0$. Здесь $k^2 = 4\pi i\omega\mu\sigma_0$; μ — магнитная проницаемость среды. В предположении, что $\vec{H} = \vec{H}(x, z, t)$, получаем $A_x = A_y = 0$ (т. е. вектор-потенциал $\vec{A}$ имеет только одну компоненту [3]).

Задачу об определении напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в области проводящей среды можно сформулировать следующим образом: найти решение уравнения

$$\Delta \vec{A}_y + k^2 \vec{A}_y = 0, \tag{4}$$

удовлетворяющее краевым условиям

$$\left.\frac{\partial A_y}{\partial z}\right|_{z=h_0} = \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{z=h_0}, \quad \left.\frac{\partial A_y}{\partial x}\right|_{z=h_0} = -\left.\frac{\partial V}{\partial z}\right|_{z=h_0}. \tag{5}$$

Здесь учтена непрерывность касательной составляющей вектора на границе раздела диэлектрик — проводящая среда; V — скалярный потенциал поля в диэлектрике; $\mu = 1$ (система CGSM). Если на основании сформулированной задачи определить компоненту A_y, то вектор $\vec{H}$ можно найти по формуле

$$\vec{H} = \left(-\frac{\partial A_y}{\partial z}, \quad 0, \quad \frac{\partial A_y}{\partial x}\right).$$

Из решения задачи (1) — (3) для области $z < h_0$ найдем отношение модулей внешней (E) и внутренней (I) частей геомагнитных вариаций, а также разности их аргументов $\varphi_E - \varphi_I$ по формулам

$$\frac{|E_0|}{|I_0|} = \sqrt{\frac{(H_T^0)^2 - 2F}{(H_T^0)^2 + 2F}} \tag{6}$$

и

$$\varphi_{E_0} - \varphi_{I_0} = \operatorname{arctg} \frac{2\,(a_k^x b_k^z - a_k^z b_k^x)}{(H_x^0)^2 - (H_z^0)^2}, \tag{7}$$

где $F = a_k^x a_k^z + b_k^x b_k^z$; $(H_T^0)^2 = (H_x^0)^2 + (H_z^0)^2$; a_k^x, b_k^x, a_k^z, b_k^z — коэффициенты k-й гармоники магнитных компонент H_x и H_z. Как обычно, принимаем, что $\dot{I} = \dot{I}_0 e^{-i\omega t}$ и $E = E_0 e^{-i\omega t}$.

Проделав аналогичные случаю непроводника операции, после несложных преобразований получим формулы разделения магнитного поля в проводящей среде, т. е.

$$\frac{|E_0|}{|I_0|} = e^{2\tau h_0} \frac{\sqrt{1 + s^*} - \sqrt{2}}{\sqrt{1 + s^*} + \sqrt{2}} \tag{8}$$

и

$$\varphi_{E_0} - \varphi_{I_0} = -\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{2}{s^* - 1}}\right), \tag{9}$$

где τ — градиент магнитной вариации по оси X', повернутой относительно оси X на угол —45° (более подробно об этом см. в работе [3]); e — основание натуральных логарифмов; $s^* = \sqrt{1 + s^2}$, а $s = 16\pi^2\omega \left(\frac{\sigma_0}{\tau}\right)^2$.

В качестве примера практического применения изложенного используем суточные хода магнитных компонент H_x, H_y и H_z обсерваторий Львова ($\varphi = 49° 54'$; $\lambda = 23° 44'$) и Фырстенфельдбрука (ФРГ) ($\varphi = 48° 10'$; $\lambda = 11° 17'$) за 14.XI 1964 г. Ограничившись первой гармоникой, для первой обсерватории получим

$$\frac{|E_0|}{|I_0|} = 1{,}20, \quad \varphi_{E_0} - \varphi_{I_0} = -37° 30', \tag{10}$$

для второй обсерватории —

$$\frac{|E_0|}{|I_0|} = 1{,}02, \quad \varphi_{E_0} - \varphi_{I_0} = -38° 20'. \tag{11}$$

С учетом поворота системы координат на угол —45° $\tau = 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ Э/см и для суточной волны ($T = 24$ ч) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$. Используя соотношения (8), (9) и (10), (11), находим σ_0 и h_0 для района каждой обсерватории. Львов — $9{,}4 \cdot 10^{-13}$ эл.-магн. ед.; 320 км, Фырстенфельдбрук — $8{,}9 \cdot 10^{-13}$ эл.-магн. ед.; 260 км. Полученные результаты близки к приведенным в работе [7] ($\sigma_0 = 3{,}6 \cdot 10^{13}$ и $h_0 = 250$ км) как средним для всей Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бобров В. Н.* Теория электромагнитной индукции внутри проводников, обладающих неоднородной проводимостью, и ее применение к вычислению электрической проводимости внутри Земли.— Труды НИИЗМ, 1959, вып. 15 (25), с. 3—28.
2. *Заборовский А. И.* Переменные электромагнитные поля в электроразведке. М., 1960. 186 с.
3. *Калинин Ю. Д.* Об определении электрической проводимости Земли по наблюдениям вариаций магнитного поля Земли в ограниченной области.— Труды НИИЗМ, 1952, вып. 8 (18), с. 10—18.
4. *Левадный В. Т.* Глубинное распределение электропроводности по данным о вариациях магнитного поля.— Исследования по геомагнетизму, 1969, вып. 5, с. 61—66.
5. *Погребной В. Н.* Разделение поля S_q (H) вариаций на LT- и UT-компоненты.— Геомагнетизм и аэрономия, 1974, **14**, № 2, с. 377—378.
6. *Вжевский В. В., Новик Г. Я.* Основы физики горных пород. Ч. 2. М., 1964. 159 с.
7. *Chapman S.* The solar and lunar diurnal variations of terrestrial magnetism.— Phil. Trans., 1919, **218 A**, p. 1—118.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
11.VIII 1975 г.