

**ВЛИЯНИЕ СДВИГОВОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ  
И ПРОЧНОСТЬ АРМИРОВАННОЙ ПЛАСТИНКИ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ  
ПРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ И КРУЧЕНИИ**

Результаты исследований по влиянию вязкоупругих свойств материала на концентрацию напряжений возле отверстий в изгибаемых пластинчатых элементах конструкций, изготовленных из традиционных материалов, приведены в монографии [7], где на основе теории вязкоупругой наследственности Вольтерра упругие константы в решениях на базе классической теории Кирхгофа заменялись интегральными операторами по времени.

Представляет интерес исследование влияния вязкоупругих свойств материала на концентрацию напряжений возле отверстий в пластинках из армированных пластиков. Эти материалы обладают рядом специфических особенностей, существенно отличающих их от традиционных материалов. В частности, на основе опытных данных установлено, что сдвиговые усилия вызывают в армированных пластинках значительно большие деформации ползучести по сравнению с нормальными усилиями в направлениях армирования. Поэтому при описании реологических свойств этих материалов предполагается, что объем материала во времени не изменяется, а происходит лишь изменение его формы [1]. Можно принять, что единственной упругой постоянной, зависящей от времени, будет модуль межслоевого сдвига. Замена этого модуля временным оператором в упругом решении для трансверсально-изотропной пластинки с круговым отверстием [2] связана с большими трудностями, поскольку этот модуль входит в аргумент функции Бесселя, и использование алгебры  $\mathcal{E}$ -операторов [5] в этом случае весьма затруднительно. В данной работе предложен теоретико-экспериментальный подход к вопросу об учете фактора времени при расчете концентрации напряжений в армированной пластинке с круговым отверстием.

**Решение упругой задачи.** Решение задачи о концентрации напряжений возле кругового отверстия в трансверсально-изотропной пластинке для цилиндрического изгиба моментами  $M$  имеет вид [2]

$$M_{\theta}(a, \theta) = M \left[ 1 - \frac{4(1+\nu)}{\Omega_0} \cos 2\theta \right], \quad (1)$$

$$N_{\theta}(a, \theta) = -\frac{4MtK_1(t)}{a\Omega_0 K_2(t)} \sin 2\theta$$

и для кручения моментами  $H$  —

$$M_{\theta}(a, \theta) = -\frac{8H(1+\nu)}{\Omega_0} \sin 2\theta, \quad (2)$$

$$N_{\theta}(a, \theta) = \frac{8HtK_1(t)}{a\Omega_0 K_2(t)} \cos 2\theta,$$

где  $M_{\theta}(a, \theta)$ ,  $N_{\theta}(a, \theta)$  — значения на контуре отверстия изгибающего момента и перерезывающей силы соответственно;

$$\Omega_0 = \frac{4\varepsilon_0 t^2 K_0(t)}{K_2(t)} + 2(1+\nu); \quad \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon(1-\nu)}{a^2}; \quad \varepsilon = \frac{h^2}{3k'(1-\nu^2)} \frac{E}{G'};$$

$$t = \delta a; \quad \delta^2 = 6k'(1+\nu) h^{-2} \frac{G'}{E};$$

$a$  — радиус отверстия;  $2h$  — толщина пластинки;  $E$ ,  $\nu$  — упругие постоянные в плоскости армирующей ткани;  $G'$  — модуль сдвига в плоскости, нормальной к срединной (модуль межслоевого сдвига);  $k'$  — коэффициент сдвига;  $K_j(t)$  — модифицированные функции Бесселя II рода.

**Экспериментальное определение изменения модуля сдвига во времени.** На основании методики, предложенной в работе [8], в лаборатории прочности Львовского филиала математической физики Института математики АН УССР проводился эксперимент по определению модуля сдвига при ползучести для армированного пластика, выполненного на основе базальто-

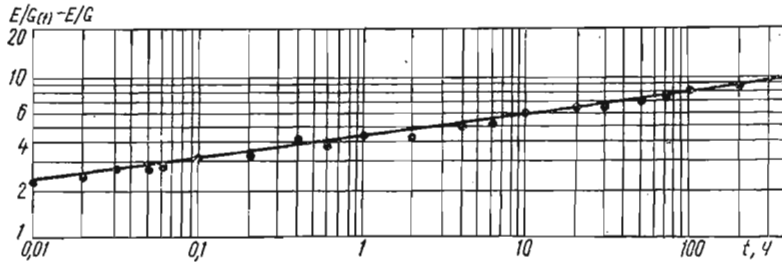


Рис. 1

вых волокон. Образец — балка из базальтопластика (базальтовое волокно + эпоксиполиэфирное связующее) — выдерживался под заданной нагрузкой в течение 400 ч.

Изменение модуля сдвига во времени определяется по формуле

$$\frac{E}{G'(t)} - \frac{E}{G'} = \frac{\Delta w(t)}{\omega_0} \left( \frac{l}{h} \right)^2, \quad (3)$$

где  $\Delta w(t) = w(t) - \omega_0$  — изменение прогиба во времени;  $l$  и  $h$  соответственно длина и высота испытуемого образца. На рис. 1 показана экспериментальная кривая изменения модуля межслойного сдвига во времени в двойных логарифмических координатах.

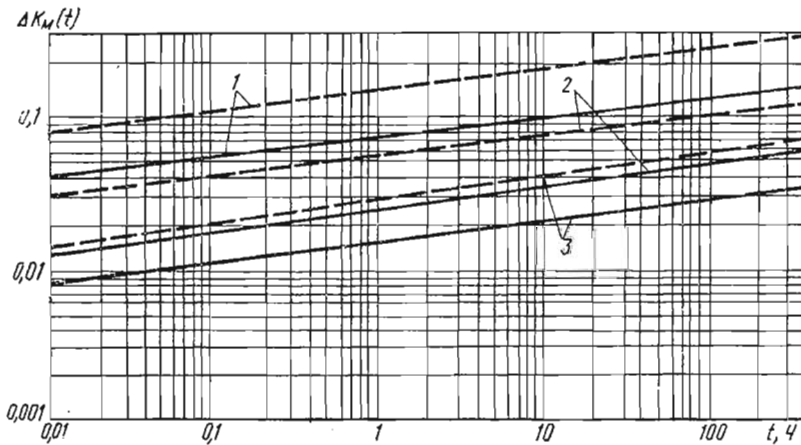


Рис. 2

**Изменение коэффициентов концентрации напряжений во времени для базальтопластиковой пластинки.** Исследуем влияние фактора времени на напряженное состояние армированной пластинки с круговым отверстием. На основании экспериментальных данных (кривая на рис. 1) и формул (1), (2) на рис. 2 построены (в двойных логарифмических координатах) кривые

$\Delta k_M(t) = \frac{M_\theta(t) - M_\theta(0)}{M}$  изменения коэффициента концентрации моментов  $M_\theta$ , а на рис. 3 — кривые изменения перерезывающих усилий  $N_\theta$   $\Delta k_N(t) =$

$= \frac{h}{M} [N_\theta(t) - N_\theta(0)]$  для таких параметров:  $al/h = 6$ ,  $E/G' = 2,2$  (1); 20 (2); 60 (3). Сплошные линии соответствуют случаю цилиндрического изгиба, штриховые — кручению. Как видно на рис. 2, с течением времени изгибающий момент на контуре отверстия увеличивается. Кривые рис. 2, 3

дают возможность определять напряжения на контуре отверстия и тем самым оценивать прочность пластинки с течением времени. На рис. 4 сплошными линиями показано изменение моментов  $M_0$  на контуре отверстия в зависимости от  $a/h$  для параметра  $E/G' = 20$  и времени  $t = 400$  ч

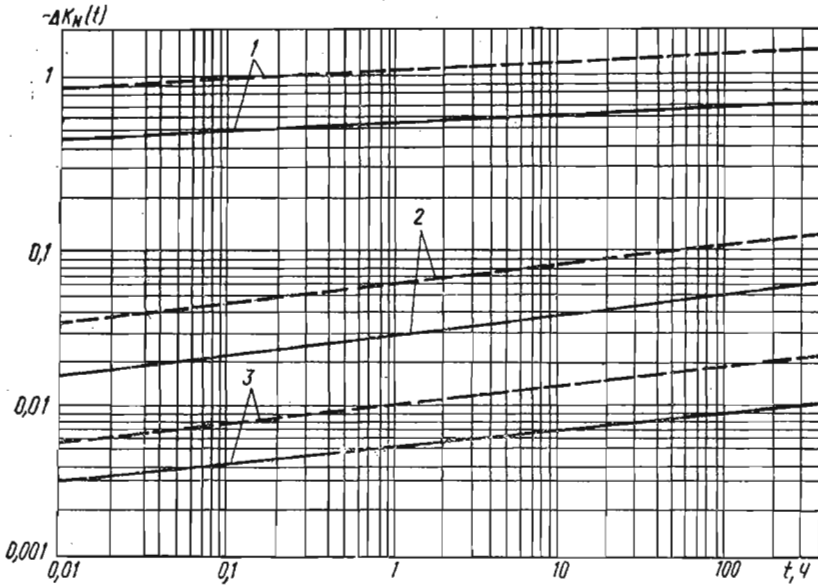


Рис. 3

(кривая 1 обозначает цилиндрический изгиб, 2 — кручение). Штриховые линии соответствуют времени  $t = 0$ .

**Влияние сдвиговой ползучести на прочность армированной пластинки с круглым отверстием.** В работах [3, 4] показано влияние деформаций поперечного сдвига на прочность армированной пластинки с отверстием. Вероятность разрушения пластинки от сдвигов (ее расслоение) возрастает

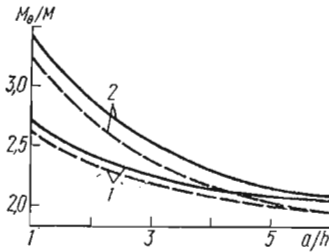


Рис. 4

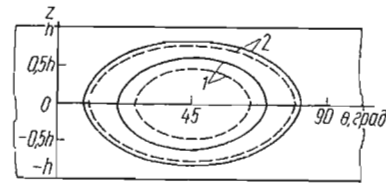


Рис. 5

с увеличением параметра податливости на сдвиг  $E/G'$ . Поскольку с течением времени этот параметр возрастает, то вероятность расслоения пластинки со временем увеличивается по сравнению со случаем кратковременного воздействия нагрузки. На рис. 5 показаны размеры возможных зон расслоения пластинки при  $a/h = 10$ ,  $E/G' = 20$  для значения времени  $t = 100$  ч (сплошная линия) (1 — цилиндрический изгиб, 2 — кручение). Для сравнения штриховой линией показано то же для времени  $t = 0$ . Здесь принято, что отношение пределов прочности по касательным и нормальным напряжениям с течением времени изменяется пропорционально изменению параметра  $E/G'$ .

Следует отметить, что учет сдвиговой ползучести при решении данной задачи в рамках классической теории [6] невозможен, так как в этом решении вообще отсутствует величина модуля межслойного сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брызгалин Г. М. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластиков.— ЖПМТФ, 1963, № 4, с. 132—136.
2. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. К., «Наук. думка», 1973. 248 с.
3. Пелех Б. Л., Лазько В. А. Об особенностях разрушения в зонах вырезов деталей из податливых на сдвиг армированных материалов.— В кн.: Тезисы докладов III Всесоюзной конференции по композиционным материалам. М., 1974, с. 47—48.
4. Пелех Б. Л., Лазько В. А. Некоторые особенности расчета прочности слабо сопротивляющихся сдвигу трансверсально-изотропных пластинок, ослабленных отверстиями.— Проблемы прочности, 1975, № 2, с. 62—64.
5. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последствием.— ПММ, 1948, 12, № 1, с. 53—62.
6. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. М.— Л., Гостехиздат, 1951. 496 с.
7. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. К., «Наук. думка», 1968. 887 с.
8. Томашевский В. Т., Туник А. Л. Экспериментальное определение модуля межслойного сдвига при ползучести стеклопластика, изготовленного намоткой.— Механика полимеров, 1969, № 2, с. 370—372.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 17.IX 1974 г.

УДК 539.377

В. Н. Гнатыкив

**ТЕРМОУПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОЯ С НЕСКВОЗНЫМ СТЕРЖНЕВЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ**

Рассмотрим слой толщиной  $2\delta$ , сопряженный с круглым стержнем радиуса  $R$  и длиной  $l_0$ , как показано на рис. 1. Температура поверхности  $z = -\delta$  слоя предполагается заданной функцией времени, а поверхность  $z = +\delta$  слоя и поверхность стержня (кроме поверхности контакта) предполагаются теплоизолированными. Между стержнем и слоем осуществляется идеальный тепловой контакт. Предполагается, что теплофизические характеристики стержня существенно отличаются от характеристик слоя, а механические характеристики являются одинаковыми. Такие задачи встречаются при изготовлении цветных кинескопов.

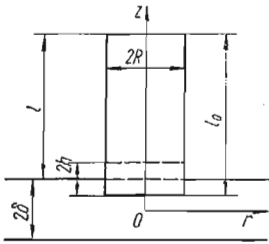


Рис. 1

Для решения поставленной задачи теплопроводности и соответствующей квазистатической задачи термоупругости предлагается следующая расчетная модель. Выделив в стержне слой (цилиндр конечной длины) толщиной  $2h$ , будем считать, что между стержнем длиной  $l$  и слоем толщиной  $2\delta$  осуществляется неидеальный тепловой контакт.

В этом случае краевая задача теплопроводности формулируется следующим образом. Нестационарное температурное поле определяем из уравнений теплопроводности [1, 4]: для пластинки

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau}, \tag{1}$$

для стержня

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial z^2} = \frac{1}{a_0} \frac{\partial t_0}{\partial \tau} \tag{2}$$