

УДК 539.377

В. А. Волос, А. М. Марголин

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ  
В ГАЗОНАПОЛНЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ  
ПРИ ВНЕШНЕМ НАГРЕВЕ**

При откачке цветных кинескопов иногда применяют режим их вакуумного обезгаживания, при котором форвакуумные насосы включают после подъема температуры внешней поверхности оболочки до 189° С. При этом воздух, находящийся внутри оболочки, изолирован последней и системой вакуумного затвора от нагревателей. Этот режим является наиболее опасным в связи с образованием больших термонапряжений, чем при обычной откачке или термообработке в электрических печах.

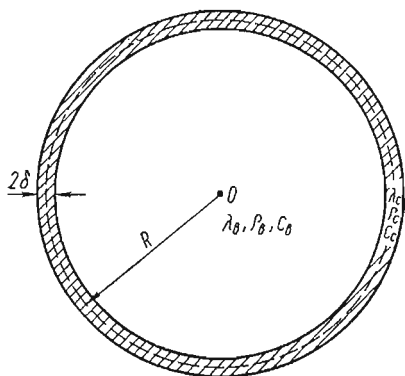


Рис. 1

Рассмотрим сферическую оболочку, заполненную воздухом (рис. 1). Начальная температура такой системы равна  $t_0$ . Температура поверхности  $r = R$  предполагается заданной функцией времени. Рассматривая оболочку как покрытие, для определения нестационарного температурного поля в воздушном шаре имеем уравнение теплопроводности [1]

$$\frac{\partial^2 t_b}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t_b}{\partial r} = \frac{1}{a_b} \frac{\partial t_b}{\partial \tau} \quad (1)$$

и краевые условия

$$\frac{C_c}{2} \frac{\partial t_b}{\partial \tau} = -\lambda_b \frac{\partial t_b}{\partial r} + h_c (t_c^+ - t_b) \text{ при } r = R, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial t_b}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (3)$$

$$t_c^+ = t_0 = 30^\circ \text{С при } \tau = 0. \quad (4)$$

Здесь  $a_b = \frac{\lambda_b}{c_b^v}$  — коэффициент температуропроводности воздуха;  $\lambda_b, \lambda_c$  — коэффициенты теплопроводности воздуха и стекла соответственно;  $c_b^v, c_c^v$  — их объемные теплоемкости;  $C_c = 2\delta c_c^v, h_c = \lambda_c (2\delta)^{-1}$  — приведенная теплоемкость и теплопроводность материала покрытия;  $2\delta$  — толщина покрытия;  $R$  — срединный радиус.

Здесь и далее индексами «в», «с» обозначены величины, относящиеся соответственно к воздуху и стеклу, а индексами «+» и «-» — граничные значения соответствующих величин на внешней и внутренней поверхностях оболочки.

Применяя к уравнениям (1) — (3) преобразование Лапласа по  $\tau$  с учетом условия (4), получаем

$$\frac{d^2 \bar{t}_b}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d \bar{t}_b}{dr} = \frac{s}{a_b} \bar{t}_b - \frac{t_0}{a_b}, \quad (5)$$

$$-\frac{C_c}{2} (s\bar{t}_b - t_0) = -\lambda_b \frac{d\bar{t}_b}{dr} + h_c (\bar{t}_c^+ - \bar{t}_b) \text{ при } r = R, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{t}_b}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (5) представим в виде

$$\bar{t}_b = \frac{A}{r} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a_b}} r + \frac{B}{r} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_b}} r + \frac{t_0}{s}. \quad (8)$$

Определяя постоянные неизвестные  $A$  и  $B$  из граничных условий (6) и (7), для изображения температуры получаем следующее выражение:

$$\bar{t}_b = \frac{\left(\bar{t}_c^+ - \frac{t_0}{s}\right) R \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_b}} r}{r \left[ \left(1 + \frac{C_c}{2h_c} s - \frac{\lambda_b}{h_c R}\right) \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a_b}} R + \frac{\lambda_b}{h_c} \sqrt{\frac{s}{a_b}} \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a_b}} R \right]} + \frac{t_0}{s}. \quad (9)$$

Пусть температура среды на границе  $r = R$  имеет вид

$$t = t_c^+(\tau) = t_a + \frac{t_1 - t_0}{\tau_1} \tau S_-(\tau_1 - \tau), \quad (10)$$

где  $\tau$ ,  $t_1$  — фиксированные моменты времени и температуры;

$$S_-(\tau_1 - \tau) = \begin{cases} 1, & \tau_1 \geq \tau, \\ 0, & \tau_1 < \tau. \end{cases}$$

Рассмотрим изменение температуры воздуха на границе  $r = R$  в промежутке времени  $0 < \tau \leq \tau_1$ . Применяя к выражению (9) формулу обращения с учетом (10), находим

$$\begin{aligned} t_b|_{r=R} = t_c^- &= \frac{t_1 - t_0}{\tau_1} \left\{ \tau S_-(\tau_1 - \tau) + \frac{R^2}{a_b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n^3} \sin \mu_n \times \right. \\ &\times \left[ e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} \tau} - S_-(\tau_1 - \tau) - S_+(\tau - \tau_1) e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} (\tau - \tau_1)} \right] + \\ &\left. + \tau_1 S_+(\tau - \tau_1) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} (\tau - \tau_1)} \right\} + t_0, \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_n = (-1)^{n+1} &\frac{2h_c R^2 \sqrt{\left(\frac{h_c R}{\lambda_b} - \frac{C_c a_b \mu_n^2}{2\lambda_b R} - 1\right)^2 + \mu_n^2}}{\lambda_b R \left[ \frac{h_c^2 R^2}{\lambda_b^2} - \frac{h_c R}{\lambda_b} + \mu_n^2 + \frac{C_c a_b \mu_n^2}{2\lambda_b R} + \frac{C_c^2 a_b^2 \mu_n^4}{4\lambda_b^2 R^2} - \frac{h_c C_c a_b \mu_n^2}{\lambda_b^2} \right] + \\ &+ C_c a_b \mu_n^2}; \quad (12) \end{aligned}$$

$$S_+(\tau - \tau_1) = \begin{cases} 1, & \tau > \tau_1, \\ 0, & \tau \leq \tau_1; \end{cases}$$

$\mu_n$  — корни характеристического уравнения

$$\operatorname{ctg} \mu_n = \frac{C_c a_b}{2\lambda_b R} \mu_n + \left(1 - \frac{h_c R}{\lambda_b}\right) \frac{1}{\mu_n}. \quad (13)$$

Поскольку температурное поле по толщине оболочки изменяется по линейному закону

$$t_c = T_c + \frac{\gamma}{\delta} T_c^*, \quad (14)$$

то меридиальное  $\sigma_s$  и кольцевое  $\sigma_\beta$  температурные напряжения в свободной от внешней нагрузки сферической оболочке определяются по формулам [2]

$$\sigma_s = \sigma_\beta \equiv \sigma = \frac{\alpha_i^c E_c}{1 - \nu_c} (T_c - t_c) = - \frac{\alpha_i^c E_c}{1 - \nu_c} \frac{\gamma}{2\delta} (t_c^+ - t_c^-), \quad (15)$$

где  $\alpha_i^c$  — температурный коэффициент линейного расширения;  $E_c$  — модуль упругости;  $\nu_c$  — коэффициент Пуассона;

$$T_c = \frac{t_c^+ + t_c^-}{2}, \quad T_c^* = \frac{t_c^+ - t_c^-}{2}.$$

Подставляя формулу (11) в (15), получаем выражения для температурных напряжений на внешней и внутренней поверхностях оболочки соответственно в виде

$$\begin{aligned} \sigma^\pm = \pm \frac{\alpha_c E_c}{1 - \nu_c} \frac{t_1 - t_0}{2\tau_1} \frac{R^2}{a_b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n^3} \sin \mu_n \left[ e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} \tau} - \right. \\ \left. - S_- (\tau_1 - \tau) - S_+ (\tau - \tau_1) e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} (\tau - \tau_1)} \right] \pm \frac{\alpha_i^c E_c}{1 - \nu_c} (t_1 - t_0) \times \\ \times S_+ (\tau - \tau_1) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} e^{-\frac{a_b \mu_n^2}{R^2} (\tau - \tau_1)}. \end{aligned} \quad (16)$$

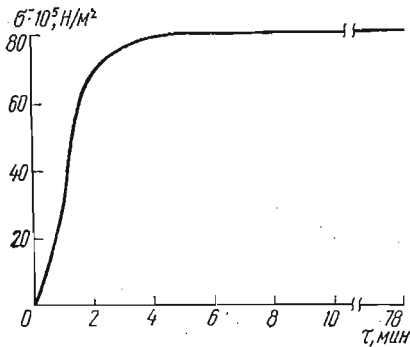


Рис. 2

Расчеты температурных напряжений (16) произведены при  $t_0 = 30^\circ \text{C}$ ,  $t_1 = 189^\circ \text{C}$ ,  $\tau_1 = 78$  мин,  $E_c = 6,272 \times 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>,  $\alpha_i^c = 98,6 \cdot 10^{-7}$  1/град,  $2\delta = 0,01$  м,  $\lambda_c = 1,62864$  Вт/м · град,  $c_c = 795,49$  Дж/кг · град,  $\lambda_b = 0,023664$  Вт/м · град,  $c_b = 1004,2458$  Дж/кг · град,  $\rho_c = 2,56 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_b = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $R = 0,202$  м,  $\nu_c = 0,22$  двадцати значений корней  $\mu_1, \dots, \mu_{20} = 3,13847; 5,93303; 6,321; 9,42932; 12,569; 15,710; 18,851; 21,992; 25,134; 28,2752; 31,415; 34,556; 37,698; 40,840; 43,981; 47,123; 50,264; 53,4; 56,54; 59,68$ .

Результаты вычислений показывают, что на внешней и внутренней поверхностях возникают равные по величине, но противоположные по знаку напряжения, на внешней поверхности — сжимающие, на внутренней — растягивающие. За 7 мин оба напряжения достигают максимального значения  $\mp 80,2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, оставаясь в дальнейшем постоянными. На рис. 2 представлено распределение напряжения на внутренней поверхности оболочки кинескопа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р. Температурные поля и напряжения в телах с тонкими покрытиями. — Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1967, вып. 7, с. 227—233.
2. Підстригач Я. С., Ярема С. Я. Температурні напруження в оболонках. К., Вид-во АН УРСР, 1961. 212 с.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 5.I 1976 г.