$$a_{x} = \left(\frac{i_{xx}}{\delta_{x}}\right)^{2}; \quad a_{y} = \left(\frac{i_{yy}}{\delta_{y}}\right)^{2}; \quad \Lambda_{\alpha}^{(i)} = \lambda_{\alpha}^{(i)} 2\delta_{i}; \quad \Lambda_{\beta}^{(i)} = \lambda_{\beta}^{(i)} 2\delta_{i}; \\ \varkappa_{x} = \delta_{y}k\cos\varphi; \quad \varkappa_{y} = \delta_{x}k\sin\varphi;$$

L — линия пересечения поверхности S_{m+1} плоскостью поперечного сечения стержня; *i_{xx}*, *i_{uq}* — радиусы инерции области *D* относительно соответствующих осей; x_i^{0, \tilde{y}_i^0} — координаты центра тяжести отрезка Γ_i , образуемого пересечением поверхности S_i (i = 1, 2, 3, ..., m) плоскостью поперечного сечения.

Интегрирование по Г_і второй группы условий (3) с учетом формул (1), (7) и (8) приводит к следующим соотношениям:

$$T + \frac{x_i^o}{\delta_y} \theta_y + \frac{y_i^o}{\delta_x} \theta_x = T_i, \quad \frac{\delta_i}{\delta_x} \theta_x \cos \varphi - \frac{\delta_i}{\delta_y} \theta_y \sin \varphi = \theta_i \quad (11)$$
$$(i = 1, 2, 3, \dots, m).$$

Краевые условия на T, θ_x и θ_p получаем непосредственным интегрированием условий (5) и (6): на S,

$$\Lambda_{s} \frac{\partial T}{\partial s} + E_{r} \left(T - \frac{1}{F} \int_{D} f_{r}^{(c)} dF \right) = 0,$$

$$\Lambda_{s} \frac{\partial \theta_{x}}{\partial s} + E_{r} \left(\theta_{x} - \frac{\delta_{x}}{I_{xx}} \int_{D} f_{r}^{(c)} y dF \right) = 0,$$

$$\Lambda_{s} \frac{\partial \theta_{y}}{\partial s} + E_{r} \left(\theta_{y} - \frac{\delta_{y}}{I_{yy}} \int_{D} f_{r}^{(c)} x dF \right) = 0,$$
(12)

при
$$\tau = 0$$

$$T = \frac{1}{F} \iint_{D} t_0 dF, \quad \theta_x = \frac{\delta_x}{I_{xx}} \iint_{D} t_0 y dF, \quad \theta_y = \frac{\delta_y}{I_{yy}} \iint_{D} t_0 x dF.$$
(13)

Таким образом, для определения температурного поля *m*-слойной оболочки с подкрепленным краем необходимо решить систему дифференциальных уравнений на T_i и θ_i (i = 1, 2, 3, ..., m) [1, 4] совместно с системой уравнений (9) на T, θ_x и θ_u при условиях сопряжения (11) и краевых условиях (13).

 $E_r = \varepsilon_r F$ (r = m + 2, m + 3);

ЛИТЕРАТУРА

- Береговой С. П., Подстригач Я. С., Чернуха Ю. А. Об уравнениях теплопроводности многослойных оболочек. Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 3, с. 105—110.
 Григолок Э. И., Чулков П. П. Уравнения поля температур для трехслойных оболочек. Изв. АН СССР. Техника, 1964, 6, № 2, с. 88—92.
 Смирнов И. В. Курс высшей математики. Т. 2. Физматгиз, М., 1954. 628 с.
 Чернуха Ю. А. Задача теплопроводности для облучаемых многослойных оболочек. Математики и физ. мах. 1975. рын. 1. с. 104. 109.

- Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, с. 104-109.

Львовский филиал	математической	Поступила	в редк	оллег	ию
физики Института	математики	-	15.V	1975	г.
АН УССР	·				

УДК 539.3

В. А. Осадчук, Е. И. Труш, Е. М. Федюк

влияние неоднородности по толщине НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОИСТОЙ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ТРЕЩИНОЙ

Использование в инженерной практике тонкостенных элементов конструкций, изготовленных из новых композитных материалов (армированных пластмасс и др.) требует разработки методики расчета на прочность этих

элементов, учитывающей их специфические особенности. В настоящей работе рассмотрена задача о напряженном состоянии неоднородной по толщине пологой сферической оболочки с прямолинейной трещиной. Неоднородность оболочки заключается в том, что упругие характеристики *E* и v изменяются с изменением нормальной к поверхности оболочки координаты, причем так, что характеристики материала удовлетворяют обобщенному закону Гука и остается в силе гипотеза недеформируемых нормалей.

Рассмотрим неоднородную бесконечную пологую сферическую оболочку с прямолинейной в плане трещиной длины 2*l*, берега которой загружены самоуравновешивающими усилиями и моментами. Отнесем оболочку к декартовой прямоугольной системе координат *XOY*, начало которой совпадает со срединой, а ось *OX* — с линией трещины.

Исходя из представления компонент тензора $\{e_{ij}\}$ геометрически малой деформации в виде [3]

$$e_{ij} = e_{ij}^{(s)} + e_{ij}^{(0)} \quad (i, \ j = x, \ y), \tag{1}$$

где $e_{ij}^{(s)}$ — компоненты тензора упругой деформации, e_{ij}^{0} — компоненты тензора дисторсии, для неоднородной пологой сферической оболочки [4] получаем систему дифференциальных уравнений относительно функции напряжений φ и функции прогибов ω :

$$\frac{B}{l^2} \nabla^2 \nabla^2 \varphi + \frac{d_{22}}{l^2} \nabla^2 \nabla^2 \omega - \frac{1}{R} \nabla^2 \omega = -F_1^0(x, y),$$

$$\frac{A}{l^2} \nabla^2 \nabla^2 \omega - \frac{d_{22}}{l^2} \nabla^2 \nabla^2 \varphi + \frac{1}{R} \nabla^2 \varphi = -AF_2^0(x, y).$$
(2)

Здесь

$$\begin{split} F_{1}^{0} &= \nabla^{2} \left(e_{22}^{0} + d_{22} x_{11}^{0} + d_{11} x_{22}^{0} \right) + \partial_{2}^{2} \left[e_{11}^{0} - e_{22}^{0} + d_{12} \left(x_{11}^{0} - x_{22}^{0} \right) \right] - \\ &- \partial_{1} \partial_{2} \left(e_{12}^{0} + 2 d_{12} x_{12}^{0} \right), \\ F_{2}^{0} &= \nabla^{2} \left(x_{11}^{0} + \mu x_{22}^{0} \right) - (1 - \mu) \left[\partial_{2}^{2} \left(x_{11}^{0} - x_{22}^{0} \right) - 2 \partial_{1} \partial_{2} x_{12}^{0} \right]; \\ d_{11} &= \frac{C_{11} K_{11} - C_{22} K_{22}}{\Omega}; \quad d_{22} = \frac{C_{11} K_{22} - C_{22} K_{11}}{\Omega}; \quad d_{12} = \frac{K_{12}}{C_{12}}; \quad A = D_{11} - D_{11}^{0}; \\ B &= \frac{C_{11}}{\Omega}; \quad \mu = \frac{A_{1}}{A}; \quad A_{1} = D_{22} - D_{22}^{0}; \quad D_{11}^{0} = K_{11} d_{11} + K_{22} d_{22}; \\ D_{22}^{0} &= K_{11} d_{22} + K_{22} d_{11}; \quad \Omega = C_{11}^{2} - C_{22}^{2}; \\ C_{ij} &= \int_{-h}^{h} B_{ij} \left(Z \right) dZ; \quad K_{ij} = \int_{-h}^{h} B_{ij} \left(Z \right) Z dZ; \quad D_{ij} = \int_{-h}^{h} B_{ij} \left(Z \right) Z^{2} dZ \quad (i, j = 1, 2); \\ B_{11} &= \frac{E}{1 - v^{2}}; \quad B_{22} = v B_{11}; \quad B_{12} = \frac{E}{2 \left(1 + v \right)}; \quad E = E \left(Z \right); \quad v = v \left(Z \right); \\ \partial_{1} &= \frac{\partial}{\partial x}; \quad \partial_{2} = \frac{\partial}{\partial y}; \quad \nabla^{2} = \partial_{1}^{2} + \partial_{2}^{2}; \quad x = \frac{X}{l}; \quad y = \frac{Y}{l}; \end{split}$$

ε_{ij}⁰, κ_{ij}⁰ — осредненные по толщине оболочки компоненты тензора дисторсии [2]; *R* и 2*h* — радиус срединной поверхности и толщина оболочки; *Z* — координата, направленная по внешней нормали к срединной поверхности оболочки.

Случай, когда B_{li} (Z) имеет ступенчатый характер, т. е.

$$B_{ij}(Z) = \begin{cases} B_{ij}^{(1)} \operatorname{прн} -h \leqslant Z \leqslant \delta_1 - h, \\ B_{ij}^{(2)} \operatorname{прн} \delta_1 - h \leqslant Z \leqslant \delta_2 - h, \\ \vdots \\ B_{ij}^{(n)} \operatorname{прн} \delta_{n-1} - h \leqslant Z \leqslant h, \end{cases}$$
(3)

приводит к многослойным оболочкам, собранным из *n* однородных изотропных слоев при условии, что контакт между ними исключает взаимное про-

10

скальзывание и отставание, а ко всему пакету в целом применима гипотеза недеформируемых нормальных элементов. Выражения приведенных жесткостей C_{ii} , K_{ii} и D_{ii} в этом случае принимают следующий вид:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} B_{ij}^{(k)} (\delta_k - \delta_{k-1}), \quad K_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} B_{ij}^{(k)} [\delta_k^2 - \delta_{k-1}^2 - 2h (\delta_k - \delta_{k-1})],$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} B_{ij}^{(k)} [\delta_k^3 - \delta_{k-1}^3 - 3h (\delta_k^2 - \delta_{k-1}^2) + 3h^2 (\delta_k - \delta_{k-1})],$$
(4)

где δ_k — расстояние от внутренней поверхности, ограничивающей оболочку, до внешней поверхности k-го слоя.

Вводя комплексную функцию напряжений

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{A}{B}} w(x, y) + \frac{i}{R} \varphi(x, y), \qquad (5)$$

систему уравнений (2) приводим к уравнению

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 - \lambda^2 s^2 \right) \Phi \left(x, \ y \right) = -i\lambda^2 s^2 \left[F_2^0 \left(x, \ y \right) + i \sqrt{\frac{A}{B}} F_1^0 \left(x, \ y \right) \right].$$
(6)

Здесь

$$\lambda^2 = \frac{\sqrt{AB}l^2}{R(AB+C^2)}; \quad s^2 = \frac{C}{\sqrt{AB}} + i; \quad C = d_{22}; \quad i = \sqrt{-1}.$$

Используя интегральное преобразование Фурье, фундаментальное решение Φ_0 уравнения

$$\nabla^2 \left(\nabla^2 - \lambda^2 s^2 \right) \Phi_0 \left(x, \ y \right) = -i\lambda^2 s^2 \delta \left(x \right) \delta \left(y \right) \tag{7}$$

получаем в виде

$$\Phi_0 = \frac{i}{2\pi} \left[K_0 \left(\lambda s r \right) + \ln r \right], \tag{8}$$

где $\delta(x)$ и $K_0(x)$ — соответственно функции Дирака и Макдональда; $r^2 = x^2 + y^2$.

Для рассматриваемой оболочки с трещиной $|x| \leq 1$, y = 0 поле дисторсий, характеризующее разрывы перемещений и углов поворота на линии трещины, при симметричной относительно линии трещины нагрузке принимает вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22}^{0}(x, y) &= \varepsilon_{2}(x) \,\delta(y), \quad \varkappa_{22}^{0}(x, y) = \varkappa_{2}(x) \,\delta(y) \quad \text{при} \ |x| < 1, \\ \varepsilon_{22}^{0}(x, y) &= \varkappa_{22}^{0}(x, y) = 0 \quad \text{при} \ |x| \ge 1, \\ \varepsilon_{11}^{0}(x, y) &= \varepsilon_{12}^{0}(x, y) = \varkappa_{11}^{0}(x, y) = \varkappa_{12}^{0}(x, y) = 0, \end{aligned}$$
(9)

где $\varepsilon_2(x) = \frac{1}{l}(v^+ - v^-), \ \varkappa_2(x) = -\frac{1}{l}(\theta_2^+ - \theta_2^-).$ Знаками «+» и «--»

обозначены граничные значения соответствующей величины слева и справа от линии трещины.

Подставляя соотношения (9) в уравнение (6) и используя фундаментальное решение (8), находим выражение для функции $\Phi(x, y)$, на основании которого получим разрешающие функции ϕ и w.

Условия на контуре трещины запишем так:

$$N_{2}(x, 0) = f_{1}(x), \quad M_{2}(x, 0) = f_{2}(x) \quad \text{при} \quad |x| \leq 1;$$

$$v(x, 0) = 0, \qquad \theta_{2}(x, 0) = 0 \qquad \text{при} \quad |x| > 1;$$

$$S(x, 0) = 0, \qquad Q_{2}^{*}(x, 0) = 0 \qquad \text{при всех } x,$$
(10)

где N_2 , S, Q_2^* — соответственно нормальное, касательное и обобщенное поперечное усилия; M_2 — изгибающий момент, определяемые на контуре трєщины как сумма усилий и моментов в оболочке без трещины. Подставляя выражения для функций
 ϕ и wв формулы для определения усилия
 N_2 и момента M_2 :

$$N_{2} = \frac{1}{l^{2}} \partial_{1}^{2} \varphi, \quad M_{2} = -\frac{1}{l^{2}} \left[A_{1} \partial_{1}^{2} \omega + A \left(\partial_{2}^{2} \omega + l^{2} \varkappa_{22}^{0} \right) - \left(d_{11} \partial_{1}^{2} + d_{22} \partial_{2}^{2} \right) \varphi \right] \quad (11)$$

и удовлетворяя граничным условиям (10), для определения функций $\varepsilon_2(x)$ и $\varkappa_2(x)$ получаем систему сингулярных интегральных уравнений

$$\sum_{k=1}^{2} \int_{-1}^{1} \Psi_{k}(\xi) K_{ik}(x-\xi) d\xi = F_{i}(x), \quad |x| < 1 \quad (i = 1, 2).$$
(12)

Здесь

$$\begin{split} \Psi_{1}\left(\xi\right) &= \frac{d}{d\xi} \, \varepsilon_{2}\left(\xi\right); \quad \Psi_{2}\left(\xi\right) = \frac{d}{d\xi} \, \varkappa_{2}\left(\xi\right); \quad K_{11} = -\frac{1}{\eta} + K_{11}^{0}; \\ K_{12} &= -\frac{a_{1}}{\eta} + K_{12}^{0}; \quad K_{21} = K_{12}; \quad K_{22} = -\frac{a_{2}}{\eta} + K_{22}^{0}; \quad K_{11}^{0} = L_{1} + L_{2}; \\ K_{12}^{0} &= d_{12}L_{1} + d_{11}L_{2} + \sqrt{AB} \left[(1-\mu) \, L_{3} - \mu L_{4} \right]; \quad K_{22}^{0} = p_{1}L_{1} + p_{2}L_{2} + \\ &+ 2 \sqrt{AB} \left[(1-\mu) \, d_{12}L_{3} - (\mu d_{11} - C) \, L_{4} - CL_{5} \right] + 2C^{2}L_{6} - \\ &- b \left[(1-\mu)^{2} \, L_{1} - (1-\mu^{2}) \, L_{2} + L_{6} \right]; \\ L_{1} &= \left(\frac{2}{\tau} \, \Phi_{3} - a\Phi_{1} - \Phi_{2} - 1 \right) \frac{1}{\eta}; \quad L_{2} = (2 + \tau \Phi_{4} + a\tau \Phi_{3}) \frac{1}{\eta}; \\ L_{5} &= \left(\frac{4}{\tau^{2}} + \frac{2}{\tau} \, \Phi_{4} - a\Phi_{2} + \Phi_{1} - a \right) \frac{1}{\eta}; \\ L_{4} &= (2a + a\tau \Phi_{4} - \tau \Phi_{3}) \frac{1}{\eta}; \quad L_{5} = \lambda^{2} \int_{0}^{\eta} (a^{2}\Phi_{2} - 2a\Phi_{1} - \Phi_{2}) \, d\eta; \\ L_{6} &= \lambda^{2} \int_{0}^{\eta} (a^{2}\Phi_{1} + 2a\Phi_{2} - \Phi_{1}) \, d\eta; \quad \Phi_{1}(\tau) = -i \left[K_{0} \left(s\tau \right) - K_{0} \left(\bar{s\tau} \right) \right]; \end{split}$$

$$\begin{split} \Phi_{2}(\tau) &= K_{0}(s\tau) + K_{0}(\bar{s}\tau); \quad \Phi_{3}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \Phi_{1}(\tau), \quad \Phi_{4}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \Phi_{2}(\tau); \\ \tau &= \lambda |\eta|; \quad \eta = x - \xi; \quad a_{1} = d_{11} - \mu C; \quad a_{2} = a_{1}^{2} + (3 - 2\mu - \mu^{2}) b; \\ p_{1} &= d_{12}^{2} + (1 - \mu)^{2} C^{2}; \quad p_{2} = d_{11}^{2} - (2 - \mu^{2}) C^{2}, \quad b = AB + C^{2}; \\ F_{i} &= \frac{4\pi b}{A} f_{i}(x) \ (i = 1, 2); \quad s^{2} = a + i; \quad \bar{s}^{2} = a - i; \quad a = \frac{C}{\sqrt{AB}}. \end{split}$$

Функции K_{lk}^0 непрерывные для всего множества действительных значений *x* и ξ .

Отметим, что когда *E* и v неизменны по толщине оболочки, из системы интегральных уравнений (12) получим соответствующую систему интегральных уравнений для однородной пологой сферической оболочки с прямолинейной трещиной [3].

Решая систему интегральных уравнений (12) методом, предложенным в работе [1], для определения коэффициентов интенсивности

$$k_1 = \lim_{r \to 0} \sqrt{2r} N_2, \quad k_2 = \lim_{r \to 0} \sqrt{2r} M_2,$$
 (13)

где r — расстояние вдоль линии трещины от ее вершины, получим формулы

$$k_1 = d \sum_{m=0}^{n-1} (A_m + a_1 B_m), \quad k_2 = d \sum_{m=0}^{n-1} (a_1 A_m + a_2 B_m).$$
 (14)

Здесь

$$A_m = \frac{2}{n} \sum_{\nu=1}^n F_{\nu} \cos m\theta_{\nu}; \quad B_m = \frac{2}{n} \sum_{\nu=1}^n \Phi_{\nu} \cos m\theta_{\nu};$$

$$F_{\mathbf{v}} = F(x_{\mathbf{v}}); \quad \Phi_{\mathbf{v}} = \Phi(x_{\mathbf{v}}); \quad x_{\mathbf{v}} = \cos \theta_{\mathbf{v}}; \quad \theta_{\mathbf{v}} = \frac{2v - 1}{2n} \pi;$$

$$\Psi_{1}(x) = \frac{F(x)}{\sqrt{1 - x^{2}}}; \quad \Psi_{2}(x) = \frac{\Phi(x)}{\sqrt{1 - x^{2}}}; \quad d = -\frac{\sqrt{1}A}{4b}.$$

Величины F_v и Ф_v находим, решая систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{\nu=1}^{n} \alpha_{m\nu} F_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{n} \beta_{m\nu} \Phi_{\nu} = \varphi_{1m},$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} \beta_{m\nu} F_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{n} \overline{\beta_{m\nu}} \Phi_{\nu} = \varphi_{2m} \quad (m = 1, 2, ..., n),$$
 (15)

где

$$\alpha_{m\nu} = \frac{1}{2n} \left[K \left(\theta_m, \ \theta_\nu \right) + K_{11}^0 \left(\cos \theta_m, \ \cos \theta_\nu \right) \right];$$

$$\beta_{m\nu} = \frac{1}{2n} \left[a_1 K \left(\theta_m, \ \theta_\nu \right) + K_{12}^0 \left(\cos \theta_m, \ \cos \theta_\nu \right) \right];$$

$$\overline{\beta_{m\nu}} = \frac{1}{2n} \left[a_2 K \left(\theta_m, \ \theta_\nu \right) + K_{22}^0 \left(\cos \theta_m, \ \cos \theta_\nu \right) \right];$$

$$K \left(\theta_m, \ \theta_\nu \right) = \frac{1}{\sin \theta_m} \operatorname{ctg} \frac{\theta_m \mp \theta_\nu}{2}; \quad \varphi_{im} = \frac{2b}{A} f_{im} \quad (i = 1, \ 2).$$

Верхний знак берем, когда число | m - v | нечетно, а нижний — когда оно четно. Приведенные формулы позволяют исследовать вопрос об изменении коэффициентов интенсивности в зависимости от толщины и упругих характеристик оболочки.

Для определения напряженно-деформированного состояния неоднородной бесконечной пластинки ($R \to \infty$) с прямолинейной трещиной $|x| \leqslant$ $\leqslant 1, y = 0$ из системы интегральных уравнений (12) получим

$$\int_{-1}^{1} \Phi_{i0}(\xi) \frac{d\xi}{x-\xi} = -F_i(x), \quad |x| < 1 \quad (i = 1, 2),$$
(16)

где $\Phi_{10}(\xi) = \Psi_1(\xi) + a_1 \Psi_2(\xi)$, $\Phi_{20}(\xi) = a_1 \Psi_1(\xi) + a_2 \Psi_2(\xi)$. Решая систему интегральных уравнений (16) и используя выражения функций $\varepsilon_2(x)$ и $\varkappa_2(x)$ через разрывы перемещений и углов поворота, находим перемещение v(x) и угол поворота $\theta_2(x)$ берегов трещины. Когда к берегам трещины приложены равномерно распределенные по ее длине усилие и момент ($f_1 = -N_2^0$, $f_2 = -M_2^0$), эти величины имеют вид

$$v(x) = (a_2 N_2^0 - a_1 M_2^0) q(x), \quad \theta_2(x) = (a_1 N_2^0 - M_2^0) q(x), \tag{17}$$

где

$$q(x) = \frac{2l\sqrt{1-x^2}}{(3-2\mu-\mu^2)A}.$$

Условие отсутствия контакта берегов трещины под действием данной нагрузки получим в виде

$$q(x) [(a_2 + a_1 h) N_2^0 - (a_1 + h) M_2^0] > 0.$$
(18)

Рассмотрим пластинку, составленную из трех изотропных слоев, симметричных относительно срединной поверхности в геометрическом и физическом отношениях. В этом случае жесткость взаимного влияния $K_{ij} = 0$, а условие (18) при неизменном по толщине пластинки коэффициенте Пуассона принимает вид

$$\frac{M_2^0}{N_2^0 h} < f(v, k), \tag{19}$$

13

где $f(v, k) = \frac{3-2v-v^2}{3(1-v^2)h^2} \frac{\alpha}{\beta}$; $\alpha = (1-k)(h-\delta_1)^3 + kh^3$; $\beta = (k-1)\delta_1 + h$; $k = \frac{E_1}{E}$; δ_1 — толщина внешнего (внутреннего) слоя; E и E_1 — соответственно модули упругости среднего и внешнего (внутреннего) слоев пластинки.

Числовые расчеты произведены для различных значений параметра kпри $v = 0,3; \delta_1 = 0,2; 0,7; 0,9h$. При этом

$$f(0,3; k) = 0.846 \frac{\alpha_0}{\beta_0}, \quad (20)$$

 $\alpha_0 = 0,999k + 0,001, \quad \beta_0 = 0,9k + 0,1$ при $\delta_1 = 0,9h.$

На рисунке кривыми 1, 2, 3 изображены графики изменения функции f(k) для значений толщины $\delta_1 = 0,2; 0,7; 0,9h$ соответственно. Как видно из графиков, с увеличением модуля упругости E_1 контакт берегов трещины при k > 1 наступает раньше в пластинке с более толстыми наружными слоями для всех значений параметра k, а при k < 1 — в пластинке с толстыми и тонкими наружными слоями в зависимости от конкретного значения k.

ЛИТЕРАТУРА

- Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. М., «Наука», 1973. 303 с.
 Осадчук В. А., Подстригач Я. С. К определению напряженного состояния в замкнутой цилиндрической оболочке и бесконечной пластине с трещинами.— МТТ, 1973, № 3, c. 69—78.
- 3. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Федюк Е. М., Николишин М. М. Метод дисторсий в теории тонких оболочек с трещинами. Мат. методы и физ.-мех. поля, 1975, вып. 1, c. 29-41.
- 4. Труш Е. И. Многослойные сферические оболочки под действием нагрузки, равномерно распределенной по площадке.— Прикл. механика, 1970, 6, № 7, с. 64-72.

Львовский филиал математической физнки Института математики ÂH YCCP

Поступила в редколлегию 16.IX 1975 r.

УДК 539.377

Р. Н. Швец, В. М. Флячок

РЕАКЦИЯ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Исследуем динамическое поведение замкнутой круговой цилиндрической оболочки при действии мгновенно приложенных и вращающихся температурных нагрузок. Термоупругое движение оболочки будем описывать взаимосвязанными линейными уравнениями теории термоупругости тонких ортотропных оболочек, учитывающих инерцию вращения и поперечные сдвиги.

Исходные уравнения и соотношения. Уравнения нестационарной теплопроводности тонкой цилиндрической оболочки постоянной толщины 2h и радиуса R, учитывающие термоупругое рассеяние энергии, при кубиче-