

оболочки приближается к нулевому типу колебаний ортотропной оболочки и при  $\lambda > 1,7$  они совпадают. На всем интервале частот для нулевого типа колебаний фазовые скорости изотропной оболочки больше фазовых скоростей ортотропной. Критические частоты (наименьшая частота, при которой возникает данный тип колебаний) второго, третьего, четвертого типов колебаний (кривые 3—5) изотропной и трансверсально-изотропной оболочек больше критических частот ортотропной оболочки, причем с увеличением частоты эта разность уменьшается. Для первого типа это различие заметно в интервале тех частот, при которых фазовая скорость резко падает.

На изменение первого, второго и последующих типов колебаний оказывает влияние величина  $m = \frac{E_2}{E_1}$ , а на изменение нулевого — величина  $m$  и отношение  $\frac{E_1}{G_{13}}$ , причем действие величины  $m$  ограничивается низкими частотами, а изменение отношения  $\frac{E_1}{G_{13}}$  ведет к изменению скорости при высоких частотах. Увеличение отношения  $\frac{E_2}{E_1}$  ведет к увеличению фазовой скорости, а увеличение  $\frac{E_1}{G_{13}}$  — к ее уменьшению. Влияние коэффициента Пуассона  $\nu_{21}$  в исследуемом диапазоне частот несущественно для всех типов колебаний.

На рис. 2 показаны дисперсионные кривые для изотропной оболочки при разных величинах  $\mu$  (безразмерная скорость прохождения звука в жидкости). Сплошные линии соответствуют случаю, когда  $\mu = 0,5$ , штриховые —  $\mu = 0,3$ , а штрихпунктирные —  $\mu = 1,05$ . При  $\mu < 1$  прямая  $c = \mu$  служит асимптотой для всех типов колебаний, начиная с первого. Она также служит асимптотой для нулевого типа, если оболочка изотропна. При  $\mu > 1$  первый тип колебаний вырождается в прямую  $c = 1$ , а кривые высших порядков — в гиперболы, асимптотически приближающиеся к прямой  $c = \mu$ . Увеличение  $\mu$ , кроме того, ведет к тому, что кривые всех типов колебаний, начиная со второго, располагаются реже.

Таким образом, анизотропные свойства материала оболочки в сочетании с акустическими свойствами жидкости существенно влияют на скорости распространения волн в системе оболочка — жидкость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин И. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Т.1. М., Гостехиздат, 1955.
2. Лунь Е. И., Швец Р. Н. Термоупругие колебания анизотропных цилиндрических оболочек с учетом инерции вращения и поперечного сдвига. — В кн.: Распространение упругих и упругопластических волн. Алма-Ата, «Наука», 1973.
3. Швец Р. Н., Марчук Р. А. Колебания ортотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко, соприкасающейся со слоем жидкости. — Математические методы и физико-механические поля, 1975, вып. 1, с. 135—140.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 3. X 1974 г.

УДК 532. 546

**А. А. Лопатьев**

## ОБ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ТЕРМОУПРУГОЙ ВОЛНЫ ОТ ГРАНИЦЫ ЖИДКОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Вопрос о распространении плоских гармонических упругих волн в слоистых средах подробно исследован в работе [1]. В последнее время появилось ряд работ, учитывающих влияние термоупругого эффекта на распространение волн в твердых телах [5] и жидкостях [3]. В работе [4] изучается распро-

странение и рассеивание плоских гармонических термоупругих волн в среде жидкость — твердое тело. В настоящей статье рассматривается влияние теплопроводности на коэффициент отражения термоупругой волны от границы жидкого полупространства.

Рассмотрим жидкое термоупругое полупространство, в котором распространяется плоская гармоническая волна. Потенциал перемещения зададим в виде

$$\Phi = A e^{i[k(x \sin \theta - z \cos \theta) + \omega t]} \quad (1)$$

и ограничимся случаем малых частот  $\omega \ll \omega^*$ , где  $\omega^* = \frac{c^2}{a}$  — характеристическая для данной среды частота;  $c$  — изотермическая скорость распространения волн сжатия;  $a$  — температуропроводность;  $\theta$  — угол падения.

Известно, что учет взаимодействия полей деформации и температуры приводит к распространению в среде двух взаимосвязанных волн: квазиупругой и квазитепловой с волновыми числами

$$k = \frac{\omega}{c_s} - i \frac{\varepsilon \omega^2}{2c_s(1+\varepsilon)^2 \omega^*},$$

$$k_T = \left[ \sqrt{\frac{\omega}{2a}} + \frac{\varepsilon}{4} \frac{\omega^2}{c_s^2} \sqrt{\frac{2a}{\omega}} \right] - i \left[ \sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \frac{\varepsilon}{4} \frac{\omega^2}{c_s^2} \sqrt{\frac{2a}{\omega}} \right], \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — параметр, характеризующий превращение механической энергии в тепловую;  $c_s = c\sqrt{1+\varepsilon}$  — адиабатическая скорость распространения волны.

Распространяющаяся в среде волна перемещений вызывает волну давления, причем имеет место соотношение

$$p = \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\rho \omega^2 \Phi. \quad (3)$$

На границе полупространства происходит отражение волн. Коэффициент отражения волны давления можно подсчитать по формуле [2, 4]

$$V = \frac{\cos \theta - \rho c Y}{\cos \theta + \rho c Y}. \quad (4)$$

Здесь  $\rho$  — плотность среды;  $Y$  — проводимость границы, определяемая как отношение нормальной скорости частиц на границе  $v_z$  к давлению  $p$ .

При малых частотах распространение волн происходит при условиях, близких к адиабатическим, а адиабатическое изменение температуры определяется по формуле

$$T - T_0 = \frac{1}{\beta_l} \left( \frac{1}{c_s^2} - \frac{1}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (5)$$

причем потенциал  $\Phi$  удовлетворяет уравнению

$$\left( \Delta - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Phi = 0, \quad (6)$$

где  $\beta_l$  — объемный коэффициент температурного расширения.

Если на границе потребовать, например, постоянства температуры, то можно считать, что от границы распространяется квазитепловая волна, описываемая следующим выражением:

$$T - T_0 = -\frac{\varepsilon}{\beta_l} \frac{\rho(z=0)}{K_{ад}} e^{(\xi_1 - i\xi_2)z + i\omega t}. \quad (7)$$

Здесь  $K_{ад}$  — адиабатический модуль объемного сжатия:

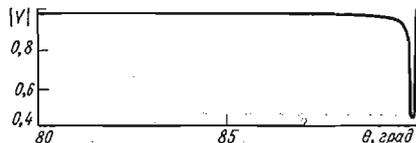
$$\xi_{1,2} = \sqrt{\frac{\omega}{2a}} \pm \frac{\varepsilon}{4} \frac{\omega^2}{c_s^2} \sqrt{\frac{2a}{\omega}}.$$

Так как распространение волны вида (7) эквивалентно движению границы с некоторой нормальной скоростью [2], то, вычисляя нормальную составляющую скорости и учитывая определение проводимости  $Y$ , по формуле (4) находим коэффициент отражения:

$$V = \frac{\cos \theta - \varepsilon \frac{\xi_1 - i\xi_2}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \frac{\omega}{c}}{\cos \theta + \frac{\xi_1 - i\xi_2}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \frac{\omega}{c}} \quad (8)$$

При малых углах падения коэффициент отражения близок к плюс единице, так как величины  $\frac{\varepsilon \xi_1 \omega}{(\xi_1^2 + \xi_2^2) c}$ ,  $\frac{\varepsilon \xi_2 \omega}{(\xi_1^2 + \xi_2^2) c}$  малы по сравнению с

единицей. При  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$  коэффициент отражения стремится к минус единице. Переход от  $V = +1$  к  $V = -1$  происходит при углах падения близких к  $\frac{\pi}{2}$ .



На рисунке приведена зависимость модуля коэффициента отражения  $|V|$  от угла падения при  $\omega = 10^{11}$  гц,  $\varepsilon = 0,03$ ,  $c = 1457$  м/сек,  $a = 0,13 \times 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/сек. Результаты вычислений для различных частот показали, что модуль коэффициента отражения незначительно отличается от  $|V|$  при  $\xi_1 = \xi_2 = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$ . В последнем случае нетрудно установить, что при  $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \varepsilon \frac{V a \omega}{c}$  достигается минимум коэффициента отражения. Угол  $\theta_1$  очень близок к  $\frac{\pi}{2}$ , так при  $\omega = 10^{11}$  гц он отличается от  $\frac{\pi}{2}$  приблизительно на  $50''$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.
2. Исакович М. А. Общая акустика. М., «Наука», 1973.
3. Физическая акустика. Под ред. У. Мэзона. Ч. А. Т. 1. М., «Мир», 1966.
4. Швец Р. Н., Лопатев А. А. Распространение плоских волн в теплопроводящей слоистой среде жидкость — твердое тело. — Математические методы и физико-механические поля, вып. 1, 1975, с. 131—135.
5. Chadwick P., Sneddon J. N. Plane Waves in an Elastic Solid Conducting Heat. — J. Mech. Phys. Sol., 1958, 6, N 3.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 3.X 1974 г.

УДК 699. 539. 319

М. И. Мойса

#### НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА, ОБРАБОТАННОГО ЛУЧОМ ЛАЗЕРА

Обработка поверхности металлов лучом лазера позволяет получить хорошее сочетание твердости поверхностного слоя с износостойкостью и устойчивостью против коррозии в кислой среде [1, 2, 5]. Одновременно лазерная обработка обуславливает остаточные напряжения, величина и характер распределения которых существенно влияют на прочностные свойства обработанных поверхностей. Изучение структуры и физико-механических свойств оплавленной лазерным излучением части металла было предметом исследова-