

Р. А. Марчук

### ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ МАТЕРИАЛА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

В настоящей работе приводятся численные результаты о влиянии анизотропии материала оболочки на величину скорости распространения волн в цилиндрической оболочке, которая заполнена сжимаемой жидкостью. Если движение цилиндрической оболочки описано уравнениями типа Тимошенко [2, 3], а движение жидкости — потенциалом скоростей [1], то дисперсионное уравнение записывается в виде [3]

$$\lambda^4 k^2 (1 - c^2)^2 \left[ 1 - \frac{\eta^*}{k^2} c^2 (1 + m_0) \right] + \lambda^2 c^2 (1 - c^2) [\eta^* m (1 - v_{12} v_{21} - c^2) - c^2 (1 + m_0)] + c^4 m (1 - v_{12} v_{21} - c^2) = 0; \quad (1)$$

где

$$m_0 = \frac{\delta}{k} F_0(\beta); \quad \beta^2 = \lambda^2 \left( \frac{1}{c^2} - \frac{1}{\mu^2} \right); \quad F_0(\beta) = \frac{I_0(\beta)}{\beta I_1(\beta)} \quad \text{при } \beta^2 > 0;$$

$$F_0(\beta) = -\frac{J_0(i\beta)}{i\beta J_1(i\beta)} \quad \text{при } \beta^2 < 0;$$

$c, \lambda, \mu$  — безразмерные фазовая скорость, частота и скорость распространения звука в жидкости. Здесь и далее приняты обозначения работы [3].

На рис. 1, 2 приведены зависимости безразмерной фазовой скорости  $c$  от безразмерной частоты  $\lambda$  для первых типов колебаний ортотропной, изотропной и трансверсально-изотропной оболочек. При этом принималось  $\frac{h}{R} = \frac{1}{16}$ ,  $k' = \frac{5}{6}$ ,  $\rho = \frac{1}{7,8}$ .

Сплошные линии на рис. 1 характеризуют колебания ортотропной ( $m = 0,5$ ;  $v_{12} = 0,3$ ;  $v_{21} = 0,15$ ;  $E_1 = 40 G_{13}$ ), штриховые — изотропной ( $m = 0,5$ ;  $v_{12} = v_{21} = v = 0,3$ ;  $E_1 = 2 G_{13} (1 + v)$ ), а штрихпунктирные —

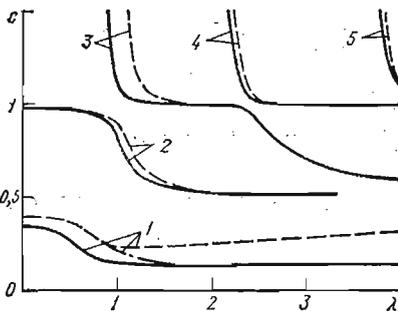


Рис. 1

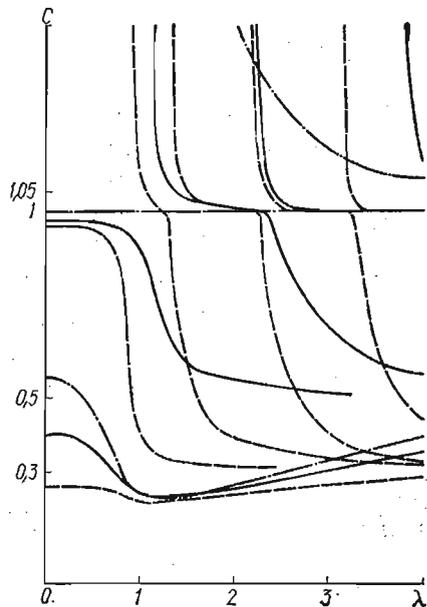


Рис. 2

трансверсально-изотропной ( $m = 1$ ;  $v_{12} = v_{21} = 0,3$ ;  $E_1 = 40 G_{13}$ ) оболочек при  $\mu = 0,5$ . Дисперсионные кривые изотропной оболочки для всех типов колебаний, кроме нулевого (кривые 1), совпадают с дисперсионными кривыми трансверсально-изотропной оболочки. Для нулевого типа колебаний эти кривые совпадают только в интервале низких частот ( $\lambda < 1$ ). Для частот более высоких нулевой тип колебаний трансверсально-изотропной

оболочки приближается к нулевому типу колебаний ортотропной оболочки и при  $\lambda > 1,7$  они совпадают. На всем интервале частот для нулевого типа колебаний фазовые скорости изотропной оболочки больше фазовых скоростей ортотропной. Критические частоты (наименьшая частота, при которой возникает данный тип колебаний) второго, третьего, четвертого типов колебаний (кривые 3—5) изотропной и трансверсально-изотропной оболочек больше критических частот ортотропной оболочки, причем с увеличением частоты эта разность уменьшается. Для первого типа это различие заметно в интервале тех частот, при которых фазовая скорость резко падает.

На изменение первого, второго и последующих типов колебаний оказывает влияние величина  $m = \frac{E_2}{E_1}$ , а на изменение нулевого — величина  $m$  и отношение  $\frac{E_1}{G_{13}}$ , причем действие величины  $m$  ограничивается низкими частотами, а изменение отношения  $\frac{E_1}{G_{13}}$  ведет к изменению скорости при высоких частотах. Увеличение отношения  $\frac{E_2}{E_1}$  ведет к увеличению фазовой скорости, а увеличение  $\frac{E_1}{G_{13}}$  — к ее уменьшению. Влияние коэффициента Пуассона  $\nu_{21}$  в исследуемом диапазоне частот несущественно для всех типов колебаний.

На рис. 2 показаны дисперсионные кривые для изотропной оболочки при разных величинах  $\mu$  (безразмерная скорость прохождения звука в жидкости). Сплошные линии соответствуют случаю, когда  $\mu = 0,5$ , штриховые —  $\mu = 0,3$ , а штрихпунктирные —  $\mu = 1,05$ . При  $\mu < 1$  прямая  $c = \mu$  служит асимптотой для всех типов колебаний, начиная с первого. Она также служит асимптотой для нулевого типа, если оболочка изотропна. При  $\mu > 1$  первый тип колебаний вырождается в прямую  $c = 1$ , а кривые высших порядков — в гиперболы, асимптотически приближающиеся к прямой  $c = \mu$ . Увеличение  $\mu$ , кроме того, ведет к тому, что кривые всех типов колебаний, начиная со второго, располагаются реже.

Таким образом, анизотропные свойства материала оболочки в сочетании с акустическими свойствами жидкости существенно влияют на скорости распространения волн в системе оболочка — жидкость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин И. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Т.1. М., Гостехиздат, 1955.
2. Лунь Е. И., Швец Р. Н. Термоупругие колебания анизотропных цилиндрических оболочек с учетом инерции вращения и поперечного сдвига. — В кн.: Распространение упругих и упругопластических волн. Алма-Ата, «Наука», 1973.
3. Швец Р. Н., Марчук Р. А. Колебания ортотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко, соприкасающейся со слоем жидкости. — Математические методы и физико-механические поля, 1975, вып. 1, с. 135—140.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию 3.Х 1974 г.

УДК 532. 546

**А. А. Лопатьев**

## ОБ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ ТЕРМОУПРУГОЙ ВОЛНЫ ОТ ГРАНИЦЫ ЖИДКОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Вопрос о распространении плоских гармонических упругих волн в слоистых средах подробно исследован в работе [1]. В последнее время появилось ряд работ, учитывающих влияние термоупругого эффекта на распространение волн в твердых телах [5] и жидкостях [3]. В работе [4] изучается распро-