

Б. П. Галапац, П. Г. Столярчук, И. М. Мойсяк

О ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ В ТЕРМОЭЛЕКТРОДАХ ТЕРМОПАРЫ

При нестационарном и неравномерном нагреве термометра, реакторном облучении и других воздействиях в элементах конструкции термометра возникают напряжения, которые при определенных условиях являются причиной его разрушения. Механические напряжения в чувствительном элементе термоэлектрического термометра приводят к возникновению наведенной термоэлектродвижущей силы и в конечном счете к погрешности измерения температуры. В настоящей работе приводится оценка напряжений, которые возникают в термоэлектродах при измерении мгновенно изменяющихся температур в условиях облучения.

Определение и исследование динамических температурных напряжений. Если скорость изменения температуры во времени весьма велика, то при исследовании тепловых напряжений в элементах конструкции следует учитывать динамические эффекты, обусловленные движением частиц твердого тела при быстром тепловом расширении, т. е. рассматривать динамическую задачу термоупругости.

Одной из первых динамических задач термоупругости была задача о тепловом ударе на поверхности полупространства, впервые поставленная и решенная В. И. Даниловской [1] в 1950 г. В 1961 г. ею рассмотрена задача о тепловом ударе на поверхности слоя и с учетом ранее полученных результатов для полупространства, а именно, того факта, что температурные напряжения быстро затухают, дано приближенное решение задачи о температурных напряжениях в слое, вызванных тепловым ударом на его поверхности [2].

На основе полученного решения динамической задачи термоупругости исследуем температурные напряжения, возникающие в ограниченном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью вследствие теплового удара на конце.

Имеем металлический цилиндрический стержень длины l и радиуса R ($R \ll l$) при температуре T_0 . В начальный момент времени конец стержня $x = 0$ имеет температуру T_1 , которая поддерживается затем постоянной в течение всего процесса теплопроводности. Температура конца $x = l$ поддерживается равной T_0 . Боковая поверхность стержня теплоизолирована. Необходимо определить нестационарное температурное поле в стержне и соответствующие динамические температурные напряжения.

Нестационарное температурное поле $T(x, \tau)$ определяется решением следующего уравнения [5]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (1)$$

удовлетворяющим начальному

$$T(x, 0) = T_0 \quad (2)$$

и граничным

$$T(0, \tau) = T_1, \quad T(l, \tau) = T_0 \quad (3)$$

условиям. Здесь κ — коэффициент теплопроводности; ρ — плотность материала стержня; c — удельная теплоемкость.

Для стержней, изготовленных из материалов WRe5, WRe20, коэффициенты κ , ρ , c незначительно изменяются в широком диапазоне температур. В дальнейшем примем их постоянными, взятыми при определенной температуре.

Динамические тепловые напряжения в стержне будем определять в предположении, что вектор перемещения имеет отличную от нуля лишь

компоненту $u_x(x, \tau)$ и, следовательно, компоненты тензора деформации $e_{rr}, e_{\theta\theta}, e_{r\theta}, e_{x\theta}, e_{xr}$, а также компоненты тензора напряжений $\sigma_{r\theta}, \sigma_{x\theta}, \sigma_{xr}$ равны нулю. В этом случае динамическая задача термоупругости сводится к решению системы уравнений [4]

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial \tau^2} = 0, \quad (4)$$

$$e_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} \sigma_{xx} + \frac{\alpha(1+\nu)}{3(1-\nu)} (T - T_0), \quad (5)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{xx} - \frac{\alpha E}{3(1-\nu)} (T - T_0) \quad (6)$$

при начальных

$$\sigma_{xx}(x, 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = 0 \quad (7)$$

и граничных

$$\sigma_{xx}(0, \tau) = 0, \quad \sigma_{xx}(l, \tau) = 0 \quad (8)$$

условиях. Здесь r, θ — полярные координаты в области поперечного сечения стержня; ν — коэффициент Пуассона; E — изотермический модуль упругости; α — температурный коэффициент объемного расширения. Коэффициенты α, ν, E в первом приближении будем считать постоянными.

Решение уравнения теплопроводности (1), удовлетворяющее условиям (2), (3), имеет вид

$$T(x, \tau) = T_1 - (T_1 - T_0) \left(\frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-bn^2\tau} \sin \frac{n\pi x}{l} \right), \quad (9)$$

где

$$b = \frac{\pi^2 \kappa}{\rho c l^2}.$$

Результаты численных исследований приведены на рис. 1, где показано изменение температуры по длине стержня для моментов времени $\tau = 1 - 5$ сек (кривые 1—5 соответственно). При вычислениях принималось $b = 0,97$ 1/сек. Проведенный анализ показывает, что в рассматриваемой задаче стационарный режим практически устанавливается через 5 сек после теплового удара.

Дифференцируя уравнение (4) по x и используя соотношение (5), находим

$$M^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial \tau^2} = \frac{\alpha E}{3(1-2\nu)} \frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2}, \quad (10)$$

где $M = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$ — скорость распространения упругой волны в материале стержня.

Подставляя решение (9) в уравнение (10), получаем следующее уравнение для определения температурных напряжений, возникающих вследствие теплового удара на конце стержня:

$$M^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial \tau^2} = -\frac{2E_t}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} b^2 n^3 e^{-bn^2\tau} \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (11)$$

где

$$E_t = \frac{\alpha E (T_1 - T_0)}{3(1-2\nu)}.$$

Решение уравнения (11), удовлетворяющее нулевым граничным условиям (8), ищем в виде ряда

$$\sigma_{xx}(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(\tau) \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (12)$$

Подставляя соотношение (12) в уравнение (11) и приравнявая выражения при одинаковых $\sin \frac{n\pi x}{l}$, находим уравнения для определения коэффициентов разложения $f_n(\tau)$ ($n = 1, 2, \dots$):

$$\frac{d^2 f_n(\tau)}{d\tau^2} + \left(\frac{n\pi M}{l} \right)^2 f_n(\tau) = \frac{2E_t}{\pi} b^2 n^2 e^{-bn^2\tau}. \quad (13)$$

Таким образом, задача об определении температурных напряжений сведена к решению уравнений (13) относительно функций $f_n(\tau)$, удовлетворяющих согласно (7) следующим условиям:

$$f_n|_{\tau=0} = 0, \quad \frac{df_n}{d\tau} \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (14)$$

Функции $f_n(\tau)$, удовлетворяющие уравнениям (13) и условиям (14), имеют вид

$$f_n(\tau) = \frac{2E_t}{\pi} \frac{n}{n^2 + g^2} \left(e^{-bn^2\tau} + \frac{n}{g} \sin \frac{n\pi M}{l} \tau - \cos \frac{n\pi M}{l} \tau \right), \quad (15)$$

где $g = \frac{\pi M}{bl}$. При этом выражение (12) запишется так:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \frac{E_t}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2n}{n^2 + g^2} \left[e^{-bn^2\tau} \sin \frac{n\pi x}{l} - \frac{1}{2} \sin \frac{n\pi}{l} (\tau M + x) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \sin \frac{n\pi}{l} (\tau M - x) \right] - \frac{1}{g} \frac{n^2}{n^2 + g^2} \left[\cos \frac{n\pi}{l} (\tau M + x) - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \frac{n\pi}{l} (\tau M - x) \right] \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Суммируя соответствующие ряды, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = \frac{2E_t}{\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + g^2} \exp \left[-\frac{n^2}{2g} (x_* + \tau_*) \right] \sin \frac{n}{2} (x_* - \tau_*) + \right. \\ \left. + f(x_*) - f(\tau_*) \right\}. \quad (17) \end{aligned}$$

Здесь $x_* = \frac{\pi}{l} (\tau M + x)$; $\tau_* = \frac{\pi}{l} (\tau M - x)$; $f(z) = \frac{\pi}{2} \frac{\exp(gz)}{\exp(2\pi g) - 1}$ ($0 < z < 2\pi$) — периодическая функция с периодом 2π .

Для $\frac{\tau M}{l} \leq 4$ в пренебрежении малыми величинами порядка $\frac{1}{g}$ по сравнению с единицей выражение (17) может быть записано в форме

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = E_t \left\{ \exp \left(-\pi g \frac{x}{l} \right) + \exp \left[-\pi g \left(2 - \frac{\tau M}{l} - \frac{x}{l} \right) \right] - \right. \\ \left. - \exp \left[-\pi g \left(-\frac{\tau M}{l} + \frac{x}{l} \right) \right] \right\} \text{ для } 0 \leq \frac{\tau M}{l} \leq \frac{x}{l}, \quad 2 \leq \frac{\tau M}{l} \leq 2 + \frac{x}{l}; \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} = E_t \left\{ \exp \left(-\pi g \frac{x}{l} \right) + \exp \left[-\pi g \left(2 - \frac{\tau M}{l} - \frac{x}{l} \right) \right] - \right. \\ \left. - \exp \left[-\pi g \left(2 - \frac{\tau M}{l} + \frac{x}{l} \right) \right] \right\} \text{ для } \frac{x}{l} \leq \frac{\tau M}{l} \leq 2 - \frac{x}{l}, \\ 2 + \frac{x}{l} \leq \frac{\tau M}{l} \leq 4 - \frac{x}{l}; \end{aligned}$$

$$\sigma_{xx} = E_t \left\{ \exp\left(-\pi g \frac{x}{l}\right) + \exp\left[-\pi g \left(4 - \frac{\tau M}{l} - \frac{x}{l}\right)\right] - \right. \\ \left. - \exp\left[-\pi g \left(2 - \frac{\tau M}{l} + \frac{x}{l}\right)\right] \right\} \text{ для } 2 - \frac{x}{l} \leq \frac{\tau M}{l} \leq 2, \\ 4 - \frac{x}{l} \leq \frac{\tau M}{l} \leq 4.$$

Результаты численных исследований приведены в виде графиков. При вычислениях принималось $g = 0,8 \cdot 10^6$. На рис. 2, а, б, в показано распределение температурных напряжений в стержне во времени для фиксированных сечений $\frac{x}{l} = 10^{-7}$; 10^{-5} ; $0,5$ соответственно. Напряжения, вычисленные по формулам (18), представлены сплошными линиями, а по приближенным формулам Даниловской [2] — штриховыми.

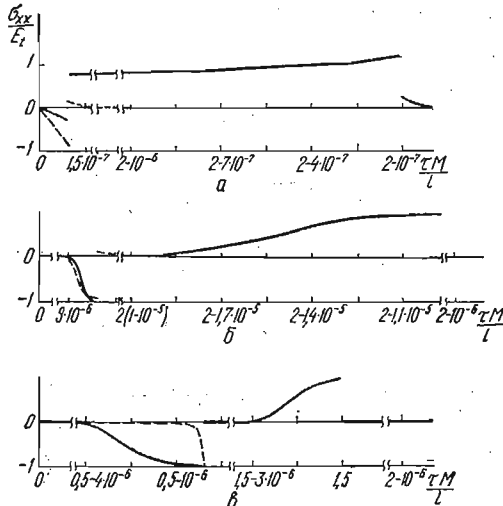


Рис. 2

Из графиков следует, что в фиксированном сечении $\frac{x}{l} = \text{const}$ стержня сжимающие напряжения возрастают от нуля при $\tau = 0$ до некоторого отрицательного значения при $\frac{\tau M}{l} = \frac{x}{l}$ (момент прихода упругой волны в фиксированное

сечение).

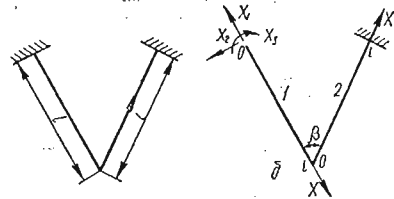


Рис. 3

сечение). В момент прихода упругой волны в фиксированное сечение происходит скачкообразное изменение напряжений на величину E_t . После прохождения упругой волны фиксированного сечения напряжения становятся растягивающими, монотонно возрастают во времени до момента прихода отраженной от конца стержня $x = l$ упругой волны в фиксированное сечение, затем скачкообразно уменьшаются на величину E_t и быстро затухают до нуля.

Максимальные динамические тепловые напряжения оцениваются формулой $\max \sigma_{xx} \approx E_t$. В частности, при $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5}$ 1/град, $\nu = 0,3$, $E = 3 \cdot 10^{11}$ н/м², $T_0 = 600^\circ \text{K}$, $T_1 = 840^\circ \text{K}$ $\max \sigma_{xx} = 9 \cdot 10^8$ н/м², что приблизительно равно пределу прочности рассматриваемых материалов WRe5, WRe20.

Определение и исследование конструктивных напряжений, возникающих в стержнях термодпары под воздействием температуры. Конструктивные напряжения будем определять исходя из расчетной схемы, показанной на рис. 3, а. Отбрасывая лишние связи и заменяя их действие лишними неизвестными, получаем основную, статически определимую систему (рис. 3, б).

Для определения лишних неизвестных X_1, X_2, X_3 имеем канонические уравнения метода сил [3]:

$$\sum_{j=1}^3 X_j \delta_{ij} + \Delta_{ii} = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (19)$$

Здесь

$$\delta_{ij} = \sum_{k=1}^2 \left(\int_0^l \bar{N}_i^{(k)} \frac{\bar{N}_j^{(k)}}{E_k F_k} dx + \int_0^l \bar{M}_i^{(k)} \frac{\bar{M}_j^{(k)}}{E_k J_k} dx + \int_0^l d^{(k)} \bar{Q}_i^{(k)} \frac{\bar{Q}_j^{(k)}}{G_k F_k} dx \right) = \delta_{ji} \quad (20)$$

перемещение в основной системе по направлению X_i , вызванное силой, равной единице и действующей по направлению X_j ;

$$\Delta_{ii} = \sum_{k=1}^2 \left(\int_0^l \bar{N}_i^{(k)} \Delta_{xi}^{(k)} + \int_0^l \bar{M}_i^{(k)} \Delta_{\phi i}^{(k)} + \int_0^l \bar{Q}_i^{(k)} \Delta_{yi}^{(k)} \right) dx \quad (21)$$

температурное перемещение в основной системе по направлению усилия X_i ; $\bar{N}_i^{(k)}$, $\bar{Q}_i^{(k)}$, $\bar{M}_i^{(k)}$ — продольная, поперечная силы и изгибающий момент в стержне k ($k = 1, 2$), вызванные силой, равной единице и действующей по направлению X_i ; E_k , G_k — модули упругости и сдвига стержня k ; F_k , J_k — площадь поперечного сечения и момент инерции площади поперечного сечения стержня k (в нашем случае $F_1 = F_2 = \pi R^2$, $J_1 = J_2 = \frac{\pi R^4}{4}$); $d^{(k)}$ — некоторый коэффициент, который для стержней круглого поперечного сечения равен $d^{(1)} = d^{(2)} = \frac{32}{27}$.

В рассматриваемом случае

$$\bar{N}_1^{(1)} = 1, \quad \bar{Q}_1^{(1)} = 0, \quad \bar{M}_1^{(1)} = 0, \quad \bar{N}_2^{(1)} = 0, \quad \bar{Q}_2^{(1)} = -1, \quad \bar{M}_2^{(1)} = x, \quad \bar{N}_3^{(1)} = 0, \quad \bar{Q}_3^{(1)} = 0, \quad \bar{M}_3^{(1)} = -1, \quad \bar{N}_1^{(2)} = -\cos \beta, \quad \bar{Q}_1^{(2)} = \sin \beta, \quad \bar{M}_1^{(2)} = x \sin \beta, \quad (22)$$

$$\bar{N}_2^{(2)} = \sin \beta, \quad \bar{Q}_2^{(2)} = \cos \beta, \quad \bar{M}_2^{(2)} = -l + x \cos \beta, \quad \bar{N}_3^{(2)} = 0, \quad \bar{Q}_3^{(2)} = 0,$$

$$\bar{M}_3^{(2)} = 1.$$

При линейном распределении температуры по длине стержней

$$\left(T^{(1)} = T_0 + (T_1 - T_0) \frac{x}{l}, \quad T^{(2)} = T_0 + (T_1 - T_0) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \right)$$

$$\Delta_{xi}^{(1)} = \frac{\alpha_1}{3} (T_1 - T_0) \frac{x}{l} dx, \quad \Delta_{\phi i}^{(1)} = 0, \quad \Delta_{yi}^{(1)} = 0,$$

$$\Delta_{xi}^{(2)} = \frac{\alpha_2}{3} (T_1 - T_0) \left(1 - \frac{x}{l} \right) dx, \quad \Delta_{\phi i}^{(2)} = 0, \quad \Delta_{yi}^{(2)} = 0. \quad (23)$$

Подставляя выражения (22), (23) в формулы (20), (21) и пренебрегая малыми величинами порядка $\left(\frac{R}{l}\right)^2$ по сравнению с единицей, получаем

$$\delta_{11} = \frac{4 \sin^2 \beta}{3\pi \delta^3 E_2 R} \left[1 + \frac{3\delta^2}{4 \sin^2 \beta} (\varepsilon + \cos^2 \beta) \right], \quad \delta_{12} = -\frac{2 \sin \beta (3 - 2 \cos \beta)}{3\pi \delta^3 E_2 R},$$

$$\delta_{13} = \frac{2 \sin \beta}{\pi \delta^2 E_2 R^2}, \quad \delta_{22} = \frac{4 (3 - 3 \cos \beta + \cos^2 \beta + \varepsilon)}{3\pi \delta^3 E_2 R},$$

$$\delta_{23} = -\frac{2 (2 - \cos \beta + \varepsilon)}{\pi \delta^2 E_2 R^2}, \quad \delta_{33} = \frac{4 (1 + \varepsilon)}{\pi \delta E_2 R^3}, \quad (24)$$

$$\Delta_{1i} = \frac{\alpha_2 l (T_1 - T_0) (\varepsilon l - \cos \beta)}{6}, \quad \Delta_{2i} = \frac{\alpha_2 l (T_1 - T_0) \sin \beta}{6}, \quad \Delta_{3i} = 0.$$

Здесь $\delta = \frac{R}{l}$; $\varepsilon = \frac{E_2}{E_1}$; $\varepsilon_l = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$. При известных значениях перемещений из уравнений (19) находим искомые значения лишних неизвестных X_1 , X_2 , X_3 .

Для определения продольных сил и изгибающих моментов прикладываем к основной системе найденные лишние усилия и находим

$$N^{(1)} = X_1, \quad M^{(1)} = xX_2 - X_3, \quad N^{(2)} = -X_1 \cos \beta + X_2 \sin \beta, \quad M^{(2)} = X_3 - lX_2 + x(X_1 \sin \beta + X_2 \cos \beta). \quad (25)$$

При этом растягивающие напряжения $\sigma_{xx}^{(k)p}$ и максимальные изгибающие напряжения $\max \sigma_{xx}^{(k)u}$, которые достигаются в местах заземления стержней, определяются формулами

$$\sigma_{xx}^{(k)p} = \frac{N^{(k)}}{\pi R^2} = \delta \alpha_2 E_2 (T_1 - T_0) \sigma_{xx}^{*(k)p}, \quad \max \sigma_{xx}^{(k)u} = \frac{4 \max M^{(k)}}{\pi R^3} = \delta \alpha_2 E_2 (T_1 - T_0) \sigma_{xx}^{*(k)u}. \quad (26)$$

Результаты численных исследований зависимости максимальных изгибающих (сплошные линии) и растягивающих (штриховые линии) напряжений в стержнях термопары от угла β представлены на рис. 4. При вычислениях принималось, что один стержень изготовлен из WRe5, а второй — из

$$\text{WRe 20} \left(\varepsilon = \frac{E_2}{E_1} = 1,01, \quad \varepsilon_t = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 0,909 \right) \text{ и } \delta = \frac{R}{l} = 0,005.$$

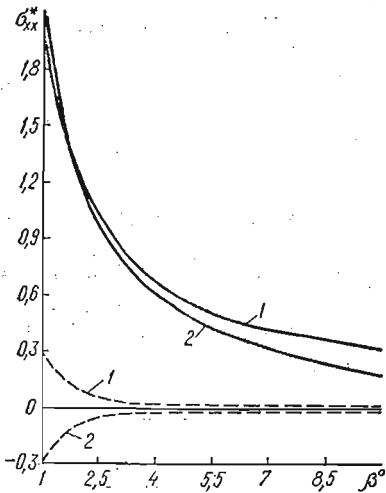


Рис. 4

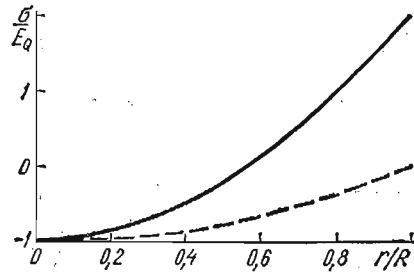


Рис. 5

Как следует из графиков, максимальные изгибающие и растягивающие напряжения уменьшаются с ростом угла β . Растягивающие напряжения на порядок меньше максимальных изгибающих. При $\alpha_2 = 1,5 \times 10^{-5} \text{ 1/град}$, $E_2 = 3 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2$, $T_0 = 600^\circ \text{ К}$, $T_1 = 840^\circ \text{ К}$, $\beta = 5^\circ$ $\max \sigma_{xx}^{(1)u} = 2,9 \cdot 10^6 \text{ н/м}^2$, что составляет 0,32% максимальных динамических тепловых напряжений.

Определение и исследование температурных напряжений, вызванных облучением. Пусть длинный тонкий цилиндрический стержень, боковая поверхность которого поддерживается при температуре T_c , подвергается действию облучения. В результате взаимодействия излучений с веществом часть энергии излучения рассеивается в виде тепла и эквивалентна энергии тепловых источников, распределенных по определенному закону.

Учитывая, что стержень длинный и тонкий и пренебрегая влиянием торцов на распределение тепловых источников, принимаем, что количество тепла Q , которое выделяется в единицу времени в единице объема, величина постоянная. При этом распределение температуры в установившемся режиме по радиусу стержня определяется решением уравнения теплопроводности

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = -\frac{Q}{\kappa} \quad (27)$$

при граничном условии

$$T|_{r=R} = T_c. \quad (28)$$

Функция, удовлетворяющая уравнению (27) и граничному условию (28), имеет вид

$$T = T_c + \frac{Q(R^2 - r^2)}{4\kappa}. \quad (29)$$

При заданном температурном поле в длинном цилиндрическом теле возникает плоская деформация. В случае отсутствия контурных усилий при свободных торцевых поверхностях цилиндра кольцевые $\sigma_{\theta\theta}$ и радиальные σ_{rr} напряжения определяются формулами

$$\sigma_{\theta\theta} = -E_Q \left[1 - 3 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad \sigma_{rr} = -E_Q \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad (30)$$

где $E_Q = \frac{\alpha E Q R^2}{48(1-\nu)\kappa}$.

Распределение кольцевых (сплошная линия) и радиальных (штриховая) напряжений по радиусу показано на рис. 5. Максимальное значение радиальных напряжений в два раза меньше максимального значения кольцевых. При $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/град}$, $\nu = 0,3$, $\kappa = 100 \text{ н/сек} \cdot \text{град}$, $E = 3 \cdot 10^{11} \text{ н/м}^2$, $R = 10^{-4} \text{ м}$, $Q = 2,9 \cdot 10^9 \text{ дж/м}^3 \cdot \text{сек}$ величина $\max \sigma_{\theta\theta} = 7,8 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2$, что на четыре порядка ниже от максимальных динамических тепловых напряжений.

Таким образом, при одновременном воздействии на термодатчик мгновенно изменяющихся высоких температур и реакторного облучения определяющими оказываются динамические тепловые напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Даниловская В. И. Температурные напряжения в упругом полупространстве, возникающие вследствие внезапного нагрева его границы. — ПММ, 1950, 14, № 3, с. 316—318.
2. Даниловская В. И. Динамические температурные напряжения в бесконечной плите. — Инж. физ. журн., 1961, 1, № 4, с. 86—94.
3. Дарков А. В., Кузнецов В. И. Строительная механика. М., Трансжелдориздат, 1956.
4. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. К., «Наук. думка», 1970.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., «Высш. школа», 1967.

Львовский филиал математической
физики Института математики
АН УССР

Поступила в редколлегию
18.IX 1974 г.

УДК 539. 377

Я. М. Кизыма

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ В НАПРЯЖЕНИЯХ И ТЕМПЕРАТУРНОМ ГРАДИЕНТЕ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДР—ПОЛУПРОСТРАНСТВО

В работах [3—6] решены задачи о давлении упругого цилиндра радиуса R и конечной длины L на полупространство и слой конечной толщины H . В последнее время получено также решение температурных и термоупругих задач для системы цилиндр — полупространство. В граничных точках области контакта упомянутых задач нормальные напряжения σ_z и температурный градиент $\partial T / \partial z$ имеют особенности. Так как окончательные формулы для данных величин получены в виде функциональных рядов, то особенность проявляется в их расхождении при $r \rightarrow R$.

На основании исследований [10, 11] можно заключить, что особенность названных величин должна быть степенной порядка $O(\rho_R^{1-\lambda})$, где ρ_R — расстояние от точки тела до граничной точки области контакта; λ — параметр, определяемый из некоторого трансцендентного уравнения и зависящий от упругих постоянных контактирующих тел и их конфигурации.