4. Кит Г. С., Хай М. В. Термоупругое состояние плоскости, ослабленной произвольно ориентированными теплоизолированными трещинами.— В кн.: Математические методы и физико-механические поля, 1. «Наукова думка», К., 1975.
5. Осадчук В. А., Подстригач Я. С. К определению напряженного состояния в замкнутой цилиндрической оболочке и бесконечной пластинке с трещинами.— Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1973, 3.
6. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. «Наукова думка», К., 1968.
7. Maenaka H., Kitamura S., Nagai K., Ikeda K., Kajimoto K., Minami N. Характеристики хрупкого разрушения образца с множеством разрезов (при параллельном и параллельно-ступенчатом их расположении).— Mitsubishi juko giho, 1973, 10, 3.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР,
Украинский полиграфический институт

Поступила в редколлегию
в октябре 1974 г.

О ПРИМЕНЕНИИ СИЛОВОЙ НАГРУЗКИ В ПРОЦЕССЕ СВАРКИ С ЦЕЛЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ СВАРОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Ю. Д. Зозуляк

Одним из эффективных технологических приемов уменьшения уровня остаточных напряжений при сварке тонкостенных элементов конструкций является предварительное нагружение свариваемых элементов. Проведенные в этом направлении экспериментальные исследования [2] показали, что предварительное нагружение конструкции обеспечивает также достаточную сохраняемость после сварки ее первоначальной формы. Естественно, что при прочих одинаковых условиях сварки эффективность применения силовой нагрузки будет в первую очередь зависеть от способа ее выбора.

В настоящей работе сделана попытка построения методики определения предварительного силового нагружения, обеспечивающего низкий уровень сварочных напряжений в цилиндрической оболочке.

Рассмотрим осесимметричный случай стыкования кольцевым швом длинных однородных цилиндрических оболочек радиуса срединной поверхности R и толщины $2h$. Ставится задача об определении такой нормальной силовой нагрузки $q_n(x)$ (места ее приложения и интенсивности), которой необходимо предварительно нагрузить цилиндрические оболочки, чтобы после их сварки и снятия этой нагрузки уровень остаточных сварочных напряжений в составной оболочке был минимальным.

Представим безразмерную функцию прогибов w $\left(w = \frac{w_0}{R}\right)$ в виде трех составляющих:

$$w = w_1 + w_2 + w_3, \tag{1}$$

где w_1 — функция прогибов нагруженных усилиями $q_n(x)$ полубесконечных оболочек со свободными краями $x = \pm\eta$; w_2 — функция прогибов длинной цилиндрической оболочки при заданной на участке $-\eta \leqslant x \leqslant \eta$ величине остаточных деформаций $\varepsilon_2^0(x)$, которые возникают в зоне сварного кольцевого шва при сварке свободных от силовой нагрузки оболочек; w_3 — функция прогибов бесконечной оболочки, находящейся под воздействием силовой нагрузки интенсивности $-q_n(x)$; $x = \frac{az}{R}$; $a^4 = \frac{3(1-\nu^2)R^2}{4h^2}$; z — осевая координата, отсчитываемая от оси шва; ν — коэффициент Пуассона.

В качестве функционального критерия оптимальности принимается условие минимума энергии упругой деформации [1], которую с учетом соотношений (1) можно записать так:

$$K = \frac{\pi D_0 R^2}{4a}\left\{\int\limits_{-\infty}^{-\eta}\left[\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 + 4w^2\right]dx + \int\limits_{-\eta}^{\eta}\left[\left(\frac{d^2w_2}{dx^2} + \frac{d^2w_3}{dx^2}\right)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 4\left(w_2 - \overset{0}{\varepsilon}_2 + w_3\right)^2\right]dx + \int\limits_{\eta}^{\infty}\left[\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)^2 + 4w^2\right]dx\right\}. \qquad (2)$$

При этом функции прогибов должны удовлетворять следующей системе разрешающих уравнений:

$$\text{для } |\eta| > a \quad \frac{d^4w_1}{dx^4} + 4w_1 = \frac{4R}{D_0}q_n,$$

$$\frac{d^4w_2}{dx^4} + 4w_2 = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{d^4w_3}{dx^4} + 4w_3 = -\frac{4R}{D_0}q_n;$$

$$\text{для } |\eta| < a \quad \frac{d^4w_2}{dx^4} + 4w_2 = 4\overset{0}{\varepsilon}_2,$$

$$\frac{d^4w_3}{dx^4} + 4w_3 = 0, \qquad (4)$$

условиям ограниченности решений на бесконечности и таким граничным условиям:

$$\frac{d^2w_1}{dx^2}/_{x=\pm(\eta+0)} = 0, \quad \frac{d^3w_1}{dx^3}/_{x=\pm(\eta+0)} = 0,$$

$$\frac{d^iw_2(\eta+0)}{dx^i} = \frac{d^iw_2(\eta-0)}{dx^i}, \qquad (5)$$

$$\frac{d^iw_3(\eta+0)}{dx^i} = \frac{d^iw_3(\eta-0)}{dx^i} \quad (i = 0,\ 1,\ 2,\ 3).$$

Здесь $D_0 = 2Eh$, E — модуль упругости.

Тогда задача об оптимизации напряженного состояния составной оболочки сводится к нахождению экстремума функционала (2) на множестве допустимых функций w_i, q_n, удовлетворяющих соотношениям (3), (4) и условиям (5). Из решения этой задачи получаем следующие экстремальные условия на граничные значения функций прогибов в сечениях $x = \pm\eta$:

$$\frac{d^2w_2}{dx^2} + \frac{d^2w_3}{dx^2} = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{d^3w_2}{dx^3} + \frac{d^3w_3}{dx^3} = 0.$$

Если подставить в условия (6) выражения для функций прогибов w_2 и w_3, найденные из решения соответствующих уравнений систем (3), (4), придем к таким интегральным ограничениям на искомое распределение внешней силовой нагрузки:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[q_n(x_0) - \frac{D_0}{R}\overset{0}{\varepsilon}_2(x_0)\right]e^{-|x-x_0|}\left[\cos(x-x_0) - \sin|x-x_0|\right]dx_0 = 0, \qquad (7)$$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[q_n(x_0) - \frac{D_0}{R}\overset{0}{\varepsilon}_2(x_0)\right]e^{-|x-x_0|}\cos(x-x_0)\,\mathrm{sqn}(x-x_0)\,dx_0 = 0.$$

Полученные условия позволяют оптимизировать остаточные сварочные напряжения, используя при этом различные схемы предварительного силового нагружения.

В качестве примера рассмотрим случай, когда оболочка нагружена нормальной силовой нагрузкой постоянной интенсивности q_0. Примем, что величина остаточных деформаций постоянна по всей области $-\eta \leqslant x \leqslant \eta$, т. е.

$$\varepsilon_2^0 = \varepsilon_{20}^0 \text{ при } |x| \leqslant \eta, \ \varepsilon_2^0 = 0 \text{ при } |x| \geqslant \eta.$$

В данном случае из условий (7) получаем следующую величину интенсивности силовой нагрузки:

$$q_0 = -\frac{D_0\varepsilon_{20}^0}{R} e^{-2\eta} \sin 2\eta \, [e^{-(\eta_1-\eta)} \sin(\eta_1 - \eta) - e^{-(\eta_2-\eta)} \sin(\eta_2 - \eta) +$$
$$+ e^{-(\eta_1+\eta)} \sin(\eta_1 + \eta) - e^{-(\eta_2+\eta)} \sin(\eta_2 + \eta)]^{-1}. \qquad (8)$$

При этом параметры η_1 и η_2 ($\eta_1 \geqslant \eta$, $\eta_2 > \eta_1$), характеризующие начало и конец зоны силового нагружения, связаны между собой соотношением

$$e^{-(\eta_1+\eta)} [\cos(\eta_1 + \eta) - \sin(\eta_1 + \eta)] - e^{-(\eta_2+\eta)} [\cos(\eta_2 + \eta) - \sin(\eta_2 + \eta)] +$$
$$+ e^{-(\eta_2-\eta)} [\cos(\eta_2 - \eta) - \sin(\eta_2 - \eta)] - e^{-(\eta_1-\eta)} [\cos(\eta_1 - \eta) - \sin(\eta_1 - \eta)] =$$
$$= \frac{D_0\varepsilon_{20}^0}{Rq_0} [1 - e^{-2\eta} (\cos 2\eta - \sin 2\eta)]. \qquad (9)$$

Для рассматриваемого распределения остаточных деформаций предварительное силовое нагружение, удовлетворяющее условиям (8), (9), обеспечивает нулевой уровень остаточных напряжений после сварки.

Результаты численных расчетов проводились для цилиндрической оболочки с параметром $\frac{R}{h} = 40$ при $\nu = 0{,}3$; $\eta = \frac{a}{10}; \frac{a}{20}$. Величина интенсивности силовой нагрузки определялась для заданной ширины зоны ее приложения ($d \equiv \eta_2 - \eta_1$) и для случая, когда задано начало зоны приложения нагрузки. В частности, при $\eta_1 = \eta$ из условия (9) получаем $\sin d = 0$. Следовательно, ширина зоны приложения силовой нагрузки равна $d = k\pi$, $k = 1, 2, \ldots$ Соответствующая величина интенсивности силового нагружения имеет порядок $-0{,}05\, E\varepsilon_{20}^0$ и практически не зависит от ширины зоны нагружения.

При заданной ширине зоны приложения нагрузки из соотношения (9) получаем

$$\eta_1 = 1{,}1004 + k\pi \text{ при } d = \eta = \frac{a}{10},$$

$$\eta_1 = 0{,}9362 + k\pi \text{ при } d = \eta = \frac{a}{20}.$$

Следует отметить, что в последнем случае наименьшая величина интенсивности силовой нагрузки соответствует первым корням уравнения (9) и равна соответственно $q_0 = -0{,}139E\varepsilon_{20}^0$ и $q_0 = -0{,}271E\varepsilon_{20}^0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э. И., Бурак Я. И., Подстригач Я. С. Об одной экстремальной задаче термоупругости для бесконечной цилиндрической оболочки.— ДАН СССР, 1967, **174**, 3.
2. Жданов И. М. и др. Влияние предварительного выгиба на деформации сферической оболочки при сварке фланцев.— Автоматическая сварка, 1974, 6.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
в декабре 1974 г.