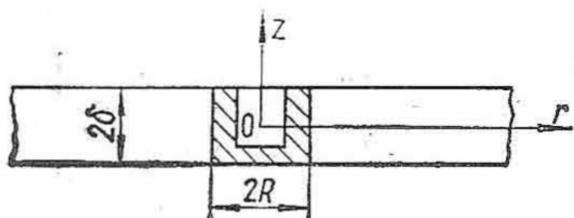


$$\Psi_i = \frac{\beta_0}{\delta \mu_0} \left\{ \frac{p_i^{*2}}{p_i^{*4} - p_w^4} \left[ p_i^{*3} \frac{J_1(p_i^* R)}{J_0(p_i^* R)} - p_w^3 \frac{J_1(p_w R)}{J_0(p_w R)} + p_w^2 q_i \frac{d_1^-(p_w, R)}{d_1^+(p_w, R)} \right] - p_i^* \frac{J_1(p_i^* R)}{J_0(p_i^* R)} \right\}, \quad i = 1, 2.$$



Разложив фигурирующие в (17) — (19) операторы в ряды и ограничившись членами, содержащими  $R$  не выше второй степени, получим такие приближенные граничные условия на крае  $r = R$  пластинки:

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{g_0}{1 - \nu_0} \left( \frac{u}{R} - \alpha_t^{(0)} T \right) + \frac{\Omega_0}{16\pi} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}, \\ M_2 &= -D_0 (1 + \nu_0) \left( \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\alpha_t^{(0)}}{\delta} T^* \right) + \frac{\Omega_0^*}{8\pi} \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}, \\ Q_2 &= \frac{\Omega_0^*}{2\pi} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\Omega_0 = \rho_0 S$ ,  $\Omega_0^* = \rho_0 V_0$ .

Сформулированные граничные термомеханические условия (6), (20) дают возможность определять динамические температурные напряжения в пластинках с круговыми включениями произвольной формы, симметричной относительно вертикальной оси. В частности, они могут быть использованы для изучения температурных напряжений в кинескопах, содержащих включения, представленной на рисунке формы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. «Мир», М., 1964.
2. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. «Наукова думка», К., 1972.

Львовский филиал математической физики  
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию  
в октябре 1974 г.

## ОБОБЩЕННАЯ ВЗАИМОСВЯЗАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ СФЕРЫ

Ф. В. Семерак, В. М. Бойко

Рассмотрим однородную изотропную упругую сферу радиуса  $R$ , находящуюся в ненапряженном и недеформированном состоянии. В начальный момент времени поверхность сферы  $r = R$  поддается тепловому или механическому воздействию. При решении задачи используем сферические координаты  $(r, \varphi, \theta)$ , отнесенные к центру сферы. Предположим, что перемещения можно представить в виде

$$u_r = u(r, \tau), \quad u_\varphi = u_\theta = 0. \quad (1)$$

Для определения нестационарного обобщенного температурного поля в сфере имеем уравнение теплопроводности [3]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{a} \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + \tau_r \frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} \right) - \eta \left( \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial \tau} + \tau_r \frac{\partial^2 \varepsilon_{kk}}{\partial \tau^2} \right) = 0, \quad (2)$$

где

$$\eta = \frac{\alpha_t E T_0}{\lambda (1 - 2\nu)}, \quad \varepsilon_{kk} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2}{r} u,$$

$\alpha_r$  — температурный коэффициент линейного расширения,  $T_0$  — температура сферы в ненапряженном состоянии;  $\lambda$ ,  $a$  — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности;  $\tau_r$  — время релаксации теплового потока,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $E$  — модуль Юнга.

Уравнение движения имеет вид [1]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right) - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = m \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (3)$$

где  $c_1^2 = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}$ ,  $m = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_r$ ,  $\rho$  — плотность. Начальные условия задачи имеют вид

$$u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \tau} = 0, \quad T = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \tau} = 0 \quad \text{при } \tau = 0. \quad (4)$$

Для решения задачи применим к уравнениям (2) и (3) интегральное преобразование Лапласа по переменной  $\tau$ . С учетом условий (4) получаем

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\bar{T}}{dr} - \frac{s}{a} (1 + \tau_r s) \bar{T} - \eta s (1 + \tau_r s) \bar{\epsilon}_{kk} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dr^2} + \frac{2}{r} \left( \frac{d\bar{u}}{dr} - \frac{\bar{u}}{r} \right) - \frac{s^2}{c_1^2} \bar{u} = m \frac{d\bar{T}}{dr}. \quad (6)$$

После исключения из уравнений (5) и (6)  $\bar{T}(s)$  получим следующее уравнение:

$$(\nabla_1^2 - \lambda_1^2)(\nabla_1^2 - \lambda_2^2) \bar{u} = 0, \quad (7)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — корни характеристического уравнения

$$\lambda^4 - \left[ \frac{s^2}{c_1^2} (1 + M^2) + \frac{s}{a} (1 + \varepsilon) \right] \lambda^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \left( \frac{s}{a} + \frac{s^2}{c_1^2} M^2 \right) = 0, \quad (8)$$

$M = \frac{c_1}{c_a}$ ,  $\varepsilon = \eta a m$ ,  $c_a = \sqrt{\frac{a}{\tau_r}}$  — скорость распространения тепла,  $\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} - \frac{2}{r^2}$ . Следует отметить, что  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  имеют положительные действительные части.

Учитывая, что перемещения и температура в центре сферы должны быть величинами конечными, из (6) и (7) получаем

$$\bar{u}(r, s) = A(s) i_{3/2}(\lambda_1 r) + B(s) i_{3/2}(\lambda_2 r), \quad (9)$$

$$\bar{T}(r, s) = \frac{1}{\lambda_1} \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) A(s) i_{1/2}(\lambda_1 r) + \frac{1}{\lambda_2} \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) B(s) i_{1/2}(\lambda_2 r), \quad (10)$$

где  $i_\nu(x)$  — модифицированные сферические функции Бесселя [2]

$$i_\nu(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} I_\nu(x).$$

Неизвестные величины  $A(s)$  и  $B(s)$  определим из условий на поверхности сферы. Предположим, что граничные условия на поверхности сферы задаются в виде функциональной зависимости радиальной компоненты  $\sigma_{rr}$  и температуры  $T$  от времени:

$$\sigma_{rr} = -f_1(\tau), \quad T = f_2(\tau) S_+(\tau) \quad \text{при } r = R, \quad (11)$$

откуда для определения  $A(s)$  и  $B(s)$  получаем систему алгебраических уравнений

$$A(s) \omega(\lambda_1 R) + B(s) \omega(\lambda_2 R) = -\bar{f}_1(s), \quad (12)$$

$$\frac{1}{\lambda_1} A(s) \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) i_{1/2}(\lambda_1 R) + \frac{1}{\lambda_2} B(s) \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) i_{1/2}(\lambda_2 R) = \bar{f}_2(s),$$

где

$$\omega(\lambda_i R) = \frac{1}{\lambda_i} \frac{s^2}{c_1^2} i_{1/2}(\lambda_i R) + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1^2} i_{3/2}(\lambda_i R), \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Не уменьшая общности, принимаем  $f_1(\tau) = 0$ ,  $f_2(\tau) = T_0$ . При таком предположении из (12) следует, что

$$A(s) = \frac{\Delta_A(s)}{\Delta(s)}, \quad B(s) = \frac{\Delta_B(s)}{\Delta(s)}, \quad (14)$$

где

$$\Delta(s) = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu)(1-2\nu)} \frac{s^2}{c_1^2 \lambda_1 \lambda_2} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) i_{1/2}(\lambda_1 R) i_{3/2}(\lambda_1 R) + \\ + \frac{2E}{R(1+\nu)} \left[ \frac{1}{\lambda_1} \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) i_{1/2}(\lambda_1 R) i_{3/2}(\lambda_2 R) - \frac{1}{\lambda_2} \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) i_{1/2}(\lambda_2 R) \times \right. \\ \left. \times i_{3/2}(\lambda_1 R) \right],$$

$$\Delta_A(s) = \frac{mET_0}{s(1+\nu)} \left[ \frac{2}{R} i_{1/2}(\lambda_2 R) - \frac{(1-\nu)}{\lambda_2(1-2\nu)} \frac{s^2}{c_1^2} i_{1/2}(\lambda_2 R) \right],$$

$$\Delta_B(s) = \frac{mET_0}{s(1+\nu)} \left[ \frac{1-\nu}{\lambda_1(1-2\nu)} \frac{s^2}{c_1^2} i_{1/2}(\lambda_1 R) - \frac{2}{R} i_{1/2}(\lambda_1 R) \right].$$

Из формул (9), (10), (14) с учетом (13) получаем

$$\bar{u}(r, s) = \frac{[\omega(\lambda_1 R) i_{3/2}(\lambda_2 r) - \omega(\lambda_2 R) i_{3/2}(\lambda_1 R)] \lambda_1 \lambda_2}{s \lambda_1 \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_1 R) - s \lambda_2 \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_2 R)} T_0, \quad (15)$$

$$\bar{T}(r, s) = \frac{\lambda_1 \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_1 R) i_{1/2}(\lambda_2 R) - \lambda_2 \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_2 R) i_{1/2}(\lambda_1 R)}{s \lambda_1 \left( \lambda_2^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_1 R) - s \lambda_2 \left( \lambda_1^2 - \frac{s^2}{c_1^2} \right) \omega(\lambda_2 R)} T_0. \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) содержат полное решение для данной термоупругой задачи в изображениях. Точное обращение результатов встречается с существенными аналитическими трудностями.

Разлагая корни уравнения (8) по степеням  $\frac{1}{s}$ , получаем такие их выражения:

$$\lambda_1^2 \approx \frac{s^2}{c_1^2} \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{1-M^2} \frac{1}{s} \right], \quad (17)$$

$$\lambda_2^2 \approx \frac{s^2}{c_1^2} M^2 \left[ 1 + \frac{c_1^2}{aM^2} \frac{1}{s} \right], \quad (18)$$

$$\lambda_1 \approx \frac{s}{c_1} \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{2a(1-M^2)} \frac{1}{s} \right], \quad (19)$$

$$\lambda_2 \approx \frac{s}{c_1} M + \frac{c_1}{2aM}. \quad (20)$$

Используя асимптотические разложения  $i_{1/2}(x)$  и  $i_{3/2}(x)$  при  $r \rightarrow \infty$  и выражения (17) — (20), из (15), (16) записываем

$$\bar{u}(r, s) = mT_0 \left( \frac{R}{r} \right) \frac{c_1}{1-M^2} \exp \left[ -\frac{c_1}{2a} \frac{\varepsilon}{1-M^2} (R-r) \right] \left\{ \frac{1}{s^2} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} + \frac{c_1^2}{2a} \frac{\varepsilon}{1-M^2} - \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} M \right] \frac{1}{s^3} + \right.$$

$$+ 0 \left( \frac{1}{s^4} \right) \left. \right\} \exp \left[ - (R-r) \frac{s}{c_1} \right] - m T_0 \left( \frac{R}{r} \right) \frac{c_1 M}{1-M^2} \exp \left[ - \frac{c_1}{2aM} (R-r) \right] \times \\ \times \left\{ \frac{1}{s^2} + \left[ \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{c_1^2}{2aM^2} \right] \frac{1}{s^3} + 0 \left( \frac{1}{s^4} \right) \right\} \exp \left[ - (R-r) \frac{sM}{c_1} \right], \quad (21)$$

$$\bar{T}(r, s) = T_0 \left( \frac{R}{r} \right) \frac{\varepsilon}{(1-M^2)^2} \frac{c_1^2}{a} \exp \left[ - \frac{c_1}{2a} \frac{\varepsilon}{1-M^2} (R-r) \right] \left\{ \frac{1}{s^2} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} M \right] \frac{1}{s^3} + 0 \left( \frac{1}{s^4} \right) \right\} \exp \left[ - (R-r) \frac{s}{c_1} \right] + \\ + T_0 \left( \frac{R}{r} \right) \exp \left[ - \frac{c_1 (R-r)}{2aM} \right] \left\{ \frac{1}{s} + \left[ \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} - \frac{c_1^2}{a(1-M^2)} \right] \frac{1}{s^2} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} + \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon}{1-M^2} + \frac{c_1^2}{2a} \frac{\varepsilon}{(1-M^2)(1+M)} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{c_1^2}{a} \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} \right) \left( \frac{2c_1^2}{a(1-M^2)} + \frac{4}{R} \frac{c_2^2}{c_1} \right) \right] \frac{1}{s^3} + 0 \left( \frac{1}{s^4} \right) \right\} \times \\ \times \exp \left[ - (R-r) \frac{s}{c_1} M \right], \quad (22)$$

где  $c_2^2 = \frac{E}{2(1+\nu)\rho}$ .

Применяя к (21) и (22) обратное преобразование Лапласа, находим выражения нестационарного обобщенного температурного поля и динамических температурных напряжений:

$$\frac{T(r, \tau)}{T_0} = \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{\varepsilon}{(1-M^2)^2} \exp \left[ - \frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \left\{ (f-h) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{4\beta^2 M}{P} \right] (f-h)^2 \right\} S_-(f-h) + \frac{P}{P-h} \exp \left[ - \frac{h}{2M} \right] \left\{ 1 + \right. \\ \left. + \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} - \frac{1}{1-M^2} \right] (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{4\beta^2}{P} \frac{1+\varepsilon}{1-M^2} + \frac{2\beta^2}{P} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\varepsilon}{(1-M^2)(1+M)} - \left( \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) \left( 2 \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{1}{1-M^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) \right] (f-hM)^2 \right\} S_-(f-hM), \quad (23)$$

$$\sigma_r(r, \tau) = \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} \exp \left[ - \frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \left\{ (f-h) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} - \frac{4\beta^2 M}{P} \right] (f-h)^2 \right\} S_-(f-h) - \\ - \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{1}{2(1-M^2)} \exp \left[ - \frac{h}{2M} \right] \left\{ (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2M} \right] (f-hM)^2 \right\} S_-(f-hM) - \left\{ \frac{P}{(P-h)^2} \frac{1}{1-M^2} \exp \left[ - \frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \times \right. \\ \left. \times \left\{ (f-h) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} - \frac{4\beta^2 M}{P} \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (f-h)^2 \right\} \right\} S_-(f-h) - \frac{2\nu}{1-\nu} \frac{P}{(P-h^2)} \frac{M^2}{1-M^2} \exp \left[ - \frac{h}{2M} \right] \left\{ (f-hM) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{1}{2M^2} \right] (f-hM)^2 \right\} S_-(f-hM) - \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{\varepsilon}{(1-M^2)^2} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left[ -\frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \left\{ (f-h) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{4\beta^2 M}{P} \right] \times \right. \\ & \times (f-h)^2 \left. \right\} S_-(f-h) + \frac{P}{P-h} \exp \left[ -\frac{h}{2M} \right] \left\{ 1 + \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{1}{1-M^2} \right] \times \right. \\ & \times (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{4\beta^2}{P} \frac{1+\varepsilon}{1-M^2} + \frac{2\beta^2}{P} \frac{\varepsilon}{(1-M^2)(1+M)} - \left( \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{4\beta^2}{P} \right) \left( 2 \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{8\beta^2}{P} + \frac{1}{1-M^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) \right] (f-hM^2) \left. \right\} S_-(f-hM), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(r, \tau) = & \frac{\nu}{1+\nu} \left\{ \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} \exp \left[ -\frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \left\{ (f-h) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} - \frac{4\beta^2 M}{P} \right] (f-h)^2 \right\} S_-(f-h) - \right. \\ & \left. - \frac{P}{(P-h)} \frac{1}{2(1-M^2)} \exp \left[ -\frac{h}{2M} \right] \left\{ (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2M^2} \right] (f-hM)^2 \right\} S_-(f-hM) \left. \right\} - \frac{P}{(P-h)^2} \frac{1}{1-M^2} \exp \left[ -\frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \times \\ & \times \left\{ (f-h) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{\varepsilon}{2(1-M^2)} - \frac{4\beta^2 M}{P} \right] (f-h)^2 \right\} \times \\ & \times S_-(f-h) - \frac{P}{(P-h)^2} \frac{M^2}{1-M^2} \exp \left[ -\frac{h}{2M} \right] \left\{ (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2M^2} \right] (f-hM)^2 \right\} S_-(f-hM) - \left( \frac{P}{P-h} \right) \frac{\varepsilon}{(1-M^2)^2} \exp \left[ -\frac{\varepsilon h}{2(1-M^2)} \right] \times \\ & \times \left\{ (f-h) + \frac{1}{2} \left[ \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} + \frac{4\beta^2 M}{P} \right] (f-h)^2 \right\} S_-(f-h) - \frac{P}{P-h} \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{h}{2M} \right] \left\{ 1 + \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{1}{1-M^2} \right\} (f-hM) + \frac{1}{2} \left[ \frac{4\beta^2}{P} \times \right. \\ & \times \frac{1+\varepsilon}{1-M^2} + \frac{2\beta^2}{P} \frac{\varepsilon}{(1-M^2)(1+M)} - \left( \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) \left( 2 \frac{1-\varepsilon-M^2}{(1-M^2)^2} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{8\beta^2}{P} + \frac{1}{1-M^2} + \frac{4\beta^2}{P} \right) \right] (f-hM)^2 \left. \right\} S_-(f-hM), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $f = \frac{c_1^2 \tau}{a}$ ,  $\beta = \frac{c_2}{c_1}$ ,  $P = \frac{c_1 R}{a}$ ,  $p = \frac{c_1 r}{a}$ ,  $h = P - p$ ,  $\sigma_i = \frac{\sigma_{ii}(1-2\nu)}{\alpha_i E T_0}$ ,  
 $i = r, \theta$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. «Наукова думка», К., 1970.
2. Арфкен Г. Математические методы в физике. Атомиздат, М., 1970.
3. Kaliski S. — Proc. Vib. Problems, 1965, 6, 3.

Львовский филиал математической физики  
 Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию  
 в сентябре 1974 г.

### ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ТЕЛА С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ РАЗРЕЗОВ

Г. С. Кит, М. П. Соколовский

Пусть в плоскости  $z = x + iy$  имеется теплоизолированная решетка профилей (разрезов), образованная  $n$  рядами отрезков  $L_{km} = a_{km} b_{km}$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $m = 0, \pm 1, \dots$ ) с центрами в точках  $z_{km} = 2mde^{i\beta} + \frac{1}{2}(a_{km} + b_{km})$  (рис. 1).