

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^{(1)+} - \sigma_{xx}^{(2)-} &= -\frac{1}{8\delta(1+\nu_0)} \left\{ \left[g_0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{(1-\nu_0)g_0^*}{2} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right] (u_2^- + u_1^+) - \right. \\
&\quad \left. - 4\delta E_0 \frac{\partial (v_2^- - v_1^+)}{\partial y} \right\}, \\
\sigma_{xy}^{(1)+} + \sigma_{xy}^{(2)-} &= \frac{1}{8\delta(1+\nu_0)} \left\{ 4\delta E_0 \frac{\partial (u_2^- + u_1^+)}{\partial y} - \left[4E_0 \varepsilon - \frac{(3+\nu_0)g_0}{6} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{(5\nu_0^2 + 6\nu_0 - 3)g_0^*}{60} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right] (v_2^- - v_1^+) + \frac{(1+\nu_0)\alpha_l^{(0)}}{3} \left[g_0 \frac{\partial}{\partial y} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{g_0^*}{2} \left((1-\nu_0) \frac{\partial^3}{\partial y^3} - \frac{1}{a_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial \tau} - \kappa_0^* \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] (T_1^+ - T_2^-) \right\}, \quad (16) \\
\sigma_{xy}^{(1)+} - \sigma_{xy}^{(2)-} &= \frac{1}{2\delta(1-\nu_0)} \left\{ 2\delta\nu_0 E_0 \frac{\partial (u_2^- - u_1^+)}{\partial y} - \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{g_0}{2} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{g_0^*}{1-\nu_0} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) (v_2^- + v_1^+) + \frac{(1+\nu_0)\alpha_l^{(0)}}{2} \times \right. \\
&\quad \left. \times \left[g_0 \frac{\partial}{\partial y} + g_0^* \left(\frac{3-\nu_0}{1-\nu_0} \frac{\partial^3}{\partial y^3} - \frac{1}{a_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial \tau} - \kappa_0^* \frac{\partial}{\partial y} \right) \right] (T_1^+ + T_2^-) \right\},
\end{aligned}$$

где $g_0 = E_0 F$, $g_0^* = E_0 I$, $F = 4\delta h$, $I = \frac{4}{3} \delta h^3$ — соответственно жесткость промежуточного слоя на растяжение — сжатие, его жесткость на изгиб, его площадь поперечного сечения и момент инерции, E_0 — модуль Юнга слоя, $\varepsilon = \frac{\delta}{h}$.

В случае, когда температура внешней среды не зависит от координаты y , условия (16) запишутся так:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx}^{(1)+} + \sigma_{xx}^{(2)-} &= -\frac{2G_0}{\delta(1-\nu_0)} \left[\varepsilon (u_2^- - u_1^+) + \delta(1+\nu_0)\alpha_l^{(0)} (T_1^+ + T_2^-) \right], \\
\sigma_{xx}^{(1)+} - \sigma_{xx}^{(2)-} &= 0, \\
\sigma_{xy}^{(1)+} + \sigma_{xy}^{(2)-} &= -\frac{G_0 \varepsilon}{\delta} (v_2^- - v_1^+), \\
\sigma_{xy}^{(1)+} - \sigma_{xy}^{(2)-} &= 0.
\end{aligned} \quad (17)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. «Наука», М., 1968.
2. Новацкий В. Вопросы термоупругости. Изд-во АН СССР, М., 1962.
3. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. «Наукова думка», К., 1972.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
в ноябре 1974 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ДЕФОРМИРУЕМОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ТВЕРДОГО РАСТВОРА

Б. М. Гнидец

Система уравнений, описывающая взаимосвязь и протекание механических тепловых, электромагнитных и диффузионных процессов в электропроводных неферромагнитных твердых растворах предложена в работе [4]. В частности, для трехкомпонентного раствора (положительно заряженная решетка:

основного металла, ионы растворенного вещества и электроны в пренебрежении массой электронов по сравнению с массой ионов) в изотермическом случае при отсутствии внешних электромагнитных полей получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \lambda \left[\frac{\omega}{\varepsilon_0} - \Delta \varphi + \mu_0 \operatorname{div} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} \times \vec{H} \right) \right] + \rho D^E \Delta \mu &= 0, \\ \frac{\partial c}{\partial \tau} &= D \Delta c + D^e \Delta e + D^\varphi \Delta \varphi + D^E \left[\frac{\omega}{\varepsilon_0} + \mu_0 \operatorname{div} \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} \times \vec{H} \right) \right], \\ G \Delta \vec{u} + \left(K + \frac{G}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - \beta_1 K \operatorname{grad} c - \beta K \operatorname{grad} \varphi + \mu_0 (\vec{j} \times \vec{H}) + \\ &+ \omega \vec{E} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial \tau^2}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial \tau} + \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial \tau}, \quad \varepsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = \omega; \quad (2) \\ \omega = \rho C \varphi + \beta K e - \rho \eta c, \\ \mu = dC - \frac{\beta_1 K}{\rho} e + \eta \varphi, \\ \sigma_{ij} = \left[\left(K - \frac{2}{3} G \right) e - \beta K \varphi - \beta_1 K c \delta_{ij} + 2G e_{ij} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

и для уравнений Максвелла в области внешней среды V_0 , которую примем в приближении вакуума,

$$\operatorname{rot} \vec{H}_0 = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial \tau}, \quad \operatorname{div} \vec{H}_0 = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E}_0 = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_0}{\partial \tau}, \quad \operatorname{div} \vec{E}_0 = 0. \quad (4)$$

Здесь ω — распределенный объемный заряд единицы объема раствора, c — отклонение концентрации ионов растворенного вещества от начального равновесного значения C_0 ; φ , μ — отклонение электрического и химического потенциалов от их начальных значений Φ_0 , M_0 ; \vec{u} — вектор перемещений; $\hat{\sigma} = \{\sigma_{ij}\}$, $\hat{e} = \{e_{ij}\}$ — тензоры напряжений и деформаций соответственно; e — первый инвариант тензора деформаций; \vec{E} , \vec{H} и \vec{E}_0 , \vec{H}_0 — напряженности электрического и магнитного полей в области тела и вакуума соответственно; \vec{j} — вектор плотности электрического тока; $\lambda = L_{11}z_1^2 + L_{12}z_1z_2 + L_{22}z_2^2$ — коэффициент электропроводности; $z_k = z_k - z_3$ ($k = 1, 2$), z_1 — заряд единицы массы ионов растворенного вещества, z_2 — заряд единицы массы электронов, z_3 — заряд единицы массы ионов решетки основного металла; L_i — феноменологические коэффициенты; ε_0 , μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости в вакууме; ρ — плотность распределения масс; $D = \frac{L_{11}d}{\rho}$; $D^e = -\frac{KL_{11}}{\rho^2} \beta_1$; $D^\varphi = \frac{1}{\rho} [L_{11}(\eta + z_1) + L_{12}z_2]$; $D^E = -\frac{1}{\rho} (L_{11}z_1 + L_{12}z_2)$ — соответствующие коэффициенты диффузии; G , K — модули сдвига и всестороннего сжатия; $d = \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{e, \varphi}$ — коэффициент, характеризующий изменения химического потенциала с изменением концентрации при фиксированных e , φ ; $\beta_1 = \left(\frac{\partial e}{\partial c} \right)_{\sigma, \varphi}$ — концентрационный коэффициент объемного расширения при фиксированных $\sigma = \sigma_{\alpha\alpha}$, φ ; $\beta = \left(\frac{\partial e}{\partial \varphi} \right)_{\sigma, c}$ — электрострикционный коэффициент объемного расширения; $\eta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \omega}{\partial c} \right)_{e, \varphi}$ — коэффициент, характеризующий изменения объемного заряда с изменением концентрации; $C = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \right)_{e, c}$ — удельная емкость.

К уравнениям (1) — (4) необходимо присоединить начальные и соответствующие граничные условия. В качестве начальных условий примем $\varphi = 0$, $c = 0$, $\vec{u} = 0$, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} = 0$, $\vec{E} = 0$, $\vec{H} = 0$, $\vec{E}_0 = 0$, $\vec{H}_0 = 0$. (5)

В случае массоизолированной поверхности тела при отсутствии внешних силовых воздействий граничные условия на поверхности (Γ) тело — вакуум запишутся так:

$$\begin{aligned} \Phi_0 + \varphi &= 0, \\ \vec{J} \cdot \vec{n} &\equiv -\rho \left\{ D \operatorname{grad} c + D^e \operatorname{grad} e + D^\Phi \operatorname{grad} \varphi + \right. \\ &\quad \left. + D^E \left[\vec{E} + \mu_0 \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} \times \vec{H} \right) \right] \cdot \vec{n} \right\} = 0, \\ \hat{\sigma} \cdot \vec{n} &= \frac{\Omega}{2} (\vec{E} + \vec{E}_0), \\ \vec{E}_t &= \vec{E}_{0t}, \quad \vec{H}_t = \vec{H}_{0t}, \end{aligned} \quad (6)$$

где \vec{J} — диффузионный поток ионов растворенного вещества; $\Omega = -\epsilon_0 (E_n - E_{0n})$ — поверхностная плотность распределения зарядов; E_n , E_t и E_{0n} , E_{0t} — нормальные и касательные составляющие векторов \vec{E} и \vec{E}_0 соответственно; H_t , H_{0t} — касательные составляющие векторов \vec{H} и \vec{H}_0 ; \vec{n} — внешняя нормаль к поверхности тела.

Используем записанную систему уравнений для постановки и решения соответствующих краевых задач об исследовании равновесного распределения электрических зарядов, концентрации ионов растворенного вещества, равновесного поля электрического потенциала, а также о влиянии ponderomotorных сил, полей концентрации и электрического потенциала на напряжение — деформированное состояние тела при отсутствии внешних механических усилий.

В условиях термодинамического равновесия

$$\mu = \text{const}, \quad \vec{H} = 0, \quad \vec{H}_0 = 0, \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} \psi, \quad \vec{E}_0 = -\operatorname{grad} \psi_0, \quad \varphi + \psi = \text{const}. \quad (7)$$

Равновесное состояние тела в этом случае в пренебрежении влиянием поля деформаций на распределение электрических зарядов и концентрацию (т. е. составляющими $\beta K e$ и $\frac{\beta_1 K}{\rho} e$ в соотношениях (3)) определяется на основании следующих систем уравнений:

$$1) \Delta \omega - k^2 \omega = 0, \quad \varphi = \frac{1}{\epsilon_0 k^2} \left(\omega + \frac{\eta \rho}{d} \mu \right), \quad c = -\frac{1}{\epsilon_0 d k^2} (\eta \omega - \rho C \mu), \quad (8)$$

$$\psi = -\frac{1}{\epsilon_0 k^2} \left(\omega + \frac{\eta \rho}{d} \mu \right) + \text{const}, \quad \vec{E} = -\operatorname{grad} \psi \quad (9)$$

в области тела V , где $k^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(C + \frac{\eta^2}{d} \right)$, а на поверхности тела (Γ)

$$\omega = -\epsilon_0 k^2 \Phi_0 - \frac{\eta \rho}{d} \mu; \quad (10)$$

$$2) \Delta \psi_0 = 0, \quad \vec{E}_0 = -\operatorname{grad} \psi_0 \quad (11)$$

в области V_0 , а

$$\psi = \psi_0 \quad \text{на} \quad (\Gamma); \quad (12)$$

$$3) G\Delta\vec{u} + \left(K + \frac{G}{3}\right) \text{grad div } \vec{u} - \beta_1 K \text{grad } c - \beta K \text{grad } \varphi + \omega \vec{E} = 0,$$

$$\hat{e} = \text{Def } \vec{u}, \quad \sigma_{ij} = \left[\left(K - \frac{2}{3}G\right) e - \beta K \varphi - \beta_1 K c \right] \delta_{ij} + 2G e_{ij} \quad (13)$$

в области V , а

$$\hat{\sigma} \cdot \vec{n} = \frac{\Omega}{2} (\vec{E} + \vec{E}_0) \quad \text{на } (\Gamma). \quad (14)$$

Для определения постоянной μ имеем условия массоизолированной поверхности

$$\int_V c dV = 0. \quad (15)$$

Исследуем равновесное распределение электрических зарядов, концентрации и механических напряжений в электропроводном слое толщины l (рис. 1), представляющим собой трехкомпонентный раствор с массоизолированными границами и помещенном в незаряженный вакуум. Примем, что искомые величины являются функциями координаты x , а вектор перемещения $\vec{u} = \{u(x), 0, 0\}$. Тогда решение уравнений (8), (11), удовлетворяющее условиям (9), (10), (12), (15), имеет вид

$$\omega = A(e^{kx} + e^{-k(x-l)}), \quad (16)$$

$$c = -\frac{\eta}{\varepsilon_0 k^2 d} \left(\omega + 2A \frac{1 - e^{kl}}{kl} \right), \quad (17)$$

$$\varphi = \frac{1}{\varepsilon_0 k^2} \left(\omega + \frac{2\eta^2 A}{dC} \frac{e^{kl} - 1}{kl} \right), \quad (18)$$

$$\vec{E} = \{E, 0, 0\}, \quad E = \frac{A}{\varepsilon_0 k} (e^{kx} - e^{-k(x-l)}), \quad \vec{E}_0 = 0, \quad (19)$$

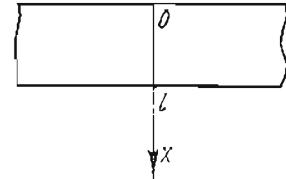


Рис. 1.

$$\Omega|_{x=0} = \Omega|_{x=l} = \frac{A}{k} (1 - e^{kl}), \quad (20)$$

где

$$A = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 d k^3 \Phi_0 (e^{-kl} - 1)}{d k l \text{sh } kl - 2\eta^2 (1 - \text{ch } kl)}.$$

При найденных ω , c , φ , \vec{E} из уравнений (13), (14) получим

$$\sigma_{xx} = -\frac{A^2}{2\varepsilon_0 k^2} (e^{2kx} - 2e^{kl} + e^{2k(l-x)}), \quad (21)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \frac{1}{\varepsilon_0 k^2} \frac{K}{3K + 4G} \left[6G \frac{\eta\beta_1 - \beta d}{d} \omega - \frac{A^2}{2} \frac{3K - 2G}{K} (e^{2kx} - 2e^{kl} + e^{-2k(x-l)}) - \frac{12\eta AG}{d} \frac{\eta\beta + \beta_1 C}{C} \frac{e^{kl} - 1}{kl} \right].$$

При отсутствии диффундирующего вещества ($c = 0$) распределение электрических зарядов, электрического потенциала, напряженности электрического поля, поверхностных зарядов и механических напряжений определяется формулами (16), (18) — (21), если в этих формулах положить

$$\eta = 0, \quad k^2 = \frac{\rho C}{\varepsilon_0}, \quad A = \frac{\varepsilon_0 k^2 \Phi_0}{2 \text{sh } kl} (e^{-kl} - 1).$$

Для количественного исследования взаимосвязи механических, диффузионных и электромагнитных явлений в электропроводных телах и растворах необходимо найти количественную оценку коэффициентов C , d , β_1 , β , η . Как известно, электроны образуют над металлом тонкий отрицательно за-

ряженный слой [3,7]. Непосредственно под поверхностью металла возникает положительный заряд, который на расстоянии от поверхности, равном нескольким параметрам решетки, затухает практически до нуля. Примем, что в электропроводном теле (без растворенного вещества) объемный заряд ω уменьшается в ϵ раз на расстоянии 10^{-9} м от поверхности слоя, а $\frac{\rho}{\epsilon_0} = 10^{15} \frac{\kappa z}{\phi \cdot \text{м}^2}$. Тогда, используя выражение (16), находим

$$C \approx 10^3 \frac{\kappa}{\epsilon \cdot \kappa z}.$$

Коэффициент диффузии $D = \frac{dL_{11}}{\rho}$ некоторых элементов в неферромагнитных металлах достигает порядка $10^{-9} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$ (например, водорода [6]). Принимая, что порядок величины $L_{11} z_1^2$ на два — пять порядков ниже величины коэффициента электропроводности λ (ионы в металлах переносят лишь незначительную долю полного тока, создаваемого в основном электронами проводимости), и полагая, что $\lambda = 6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{ом} \cdot \text{м}}$, $\rho = 9 \cdot 10^3 \frac{\kappa z}{\text{м}^3}$, $z_1 = 10^7 \frac{\kappa}{\kappa z}$, находим $d = \frac{\rho D}{L_{11}} \approx 10^3 - 10^6 \frac{\partial \kappa}{\kappa z}$.

Для оценки коэффициентов β и η введем в рассмотрение новые характеристики

$$\beta^* = \left(\frac{\partial \phi}{\partial c} \right)_{\omega, c}, \quad \eta^* = \left(\frac{\partial \phi}{\partial c} \right)_{\sigma, \omega} \quad (22)$$

и примем, что электрический потенциал Φ рассматриваемого элемента тела определяется выражением

$$\Phi = - \frac{3}{5} \frac{W_{i0}}{q_0}, \quad (23)$$

где q_0 — абсолютная величина заряда электрона, W_{i0} — фермиевское предельное значение энергии электрона при температуре абсолютного нуля, которая оценивается формулой [2,5]

$$W_{i0} = \frac{h^2}{2m_0} \left[\frac{3(n_1 + n_2)}{8\pi} \right]^{2/3} = \frac{h^2}{2m_0} \left(\frac{3m_1 N}{8\pi M_1} \right)^{2/3} \rho^{2/3} \left| 1 - \left(1 - \frac{m_2 M_1}{m_1 M_2} \right) (c + C_0) \right|^{2/3}. \quad (24)$$

Здесь h — постоянная Планка, m_0 — масса электрона, N — число Авогадро; $n_1 = m_1 \rho \frac{N}{M_1} [1 - (c + C_0)]$, $n_2 = m_2 \rho \frac{N}{M_2} (c + C_0)$ — плотность свободных электронов растворителя и растворенного вещества соответственно, m_1, m_2, M_1, M_2 — валентности и атомные веса растворителя и растворенного вещества соответственно.

Используя соотношения (22), (3), находим

$$\beta = - \frac{\rho C}{K} \beta^*, \quad \eta = \eta^* \left(\frac{\beta^2 K}{\rho} + C \right) + \frac{\beta \beta_1 K}{\rho}. \quad (25)$$

Представляя плотность тела как $\rho = \rho_0 (1 - e)$, где ρ_0 — начальное значение плотности, e — объемная деформация, которая предполагается малой по сравнению с единицей, и разлагая правую часть формулы (23) в окрестности начального значения электрического потенциала

$$\Phi_0 = - \frac{3h^2}{10m_0 q_0} \left(\frac{3m_1 N}{8\pi M_1} \right)^{2/3} \rho_0^{2/3} \left| 1 - \left(1 - \frac{m_2 M_1}{m_1 M_2} \right) C_0 \right|^{2/3} \quad (26)$$

в степенной ряд, в линейном приближении получаем

$$\phi = - \frac{\Phi_0}{5} e \quad (27)$$

для чисто силовой деформации, и

$$\varphi = -\frac{1}{5}(\beta_1 + \alpha)c\Phi_0 \quad (28)$$

для деформации, вызванной диффузией. При этом

$$\beta^* = -\frac{\Phi_0}{5}, \quad \eta^* = -\frac{\Phi_0}{5}(\beta_1 + \alpha). \quad (29)$$

Подставляя выражения (29) в (25), находим

$$\beta = \frac{\Phi_0}{5} \frac{\rho C}{K}, \quad \eta = -\frac{\Phi_0}{5} \left[\beta_1 \frac{\beta^2 K}{\rho} + \alpha \left(\frac{\beta^2 K}{\rho} + C \right) \right], \quad (30)$$

где

$$\alpha = \frac{m_1 M_2 - m_2 M_1}{m_1 M_2 (1 - C_0) + m_2 M_1}.$$

Из анализа экспериментальных данных [1, 8] следует, что коэффициент β_1 имеет порядок 10^{-2} . Принимая, что для неферромагнитных электропроводных материалов $\frac{\rho}{K} = 10^{-7} \frac{\kappa \varepsilon}{\text{н} \cdot \text{м}}$, $C = 10^3 \frac{\kappa}{\text{в} \cdot \kappa \varepsilon}$, $\Phi_0 = -1 \text{ в}$, получаем $\beta \approx -10^{-4} \frac{1}{\text{в}}$.

Знак и величина коэффициента α , а следовательно, и η зависят от вида растворенного вещества и растворителя, а также от величины начального равновесного значения концентрации C_0 . Принимая, что $\alpha = -\frac{1}{2}$, получаем $\eta \approx -10^3 \frac{\kappa}{\kappa \varepsilon}$. Найденная оценка дает возможность количественно исследовать взаимосвязь механических, диффузионных и электромагнитных процессов в электропроводных твердых растворах.

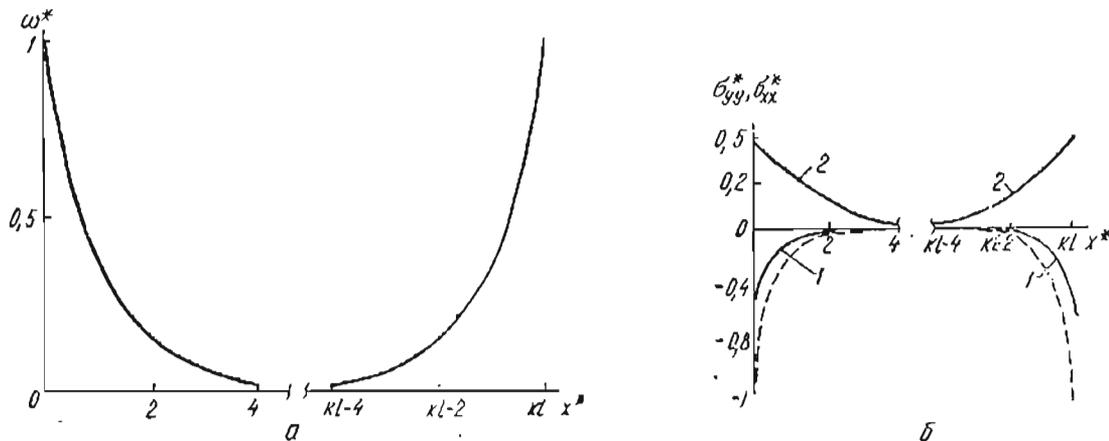


Рис. 2.

Проведенные численные исследования эффектов взаимосвязи с использованием полученной оценки коэффициентов представлены на рис. 2 в виде графиков. При вычислениях принималось $G = 4 \cdot 10^{10} \frac{\text{н}}{\text{м}^2}$, $K = 10^{11} \frac{\text{н}}{\text{м}^2}$, $\rho = 9 \cdot 10^3 \frac{\kappa \varepsilon}{\text{м}^3}$, $\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12} \frac{\phi}{\text{м}}$, $\Phi_0 = -1 \text{ в}$, $l = 0,1 \text{ м}$, $\beta = -10^{-4} \frac{1}{\text{в}}$, $\beta_1 = 10^{-2}$, $\eta = -10^3 \frac{\kappa}{\kappa \varepsilon}$, $d = 10^5 \frac{\partial \chi}{\kappa \varepsilon}$, $C = 10^3 \frac{\kappa}{\text{в} \cdot \kappa \varepsilon}$.

Рисунок 2, а отражает распределение объемного заряда $\omega^* = -\frac{\omega}{\varepsilon_0 k^2 \Phi_0^2}$ в зависимости от безразмерной координаты $x^* = kx$. Распределение концентрации $c^* = \frac{d}{\eta \Phi_0} c$ практически совпадает с ω^* . Как видно из графика,

положительные электрические заряды и ионы растворенного вещества концентрируются вблизи поверхности слоя и достигают максимума на границах $x = 0$, $x = l$, причем $\max \omega \approx 10^7 \frac{\kappa}{\text{м}^3}$, $\max c \approx 10^{-2}$.

Рисунок 2, б иллюстрирует распределение напряжений $\sigma_{xx}^* = \frac{2\sigma_{xx}}{\varepsilon_0 k^2 \Phi_0^2}$ (штриховые линии) и $\sigma_{yy}^* = \frac{2\sigma_{yy}}{\varepsilon_0 k^2 \Phi_0^2}$ (сплошные линии). Напряжения σ_{yy}^* , вычисленные с учетом влияния концентрации растворенного вещества, представлены кривыми 1, а без учета концентрации — кривыми 2. Соответствующие нормальные напряжения σ_{xx}^* практически совпадают. Из графиков видно, что напряжения σ_{xx}^* , σ_{yy}^* достигают максимума на поверхности слоя, причем $\max \sigma_{xx}^* \approx -5 \cdot 10^6 \frac{\kappa}{\text{м}^2}$, $\max \sigma_{yy}^* \approx -2,5 \cdot 10^6 \frac{\kappa}{\text{м}^2}$ с учетом концентрации и $\max \sigma_{yy}^* \approx 2,5 \cdot 10^6 \frac{\kappa}{\text{м}^2}$ без учета концентрации.

Из анализа полученных решений следует, что приповерхностная область электропроводного слоя с массонезолированными границами при отсутствии внешних силовых, температурных и электромагнитных воздействий представляет собой конденсатор, внешнюю обкладку которого образуют электроны, а внутреннюю создают положительные ионы, что согласуется с известными литературными данными [3,7]. При этом ионы растворенного вещества концентрируются в приповерхностной области слоя. Наличие растворенного вещества практически не вызывает изменения объемного заряда ω , но оказывает заметное влияние на распределение механических напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабюк Т. И., Кушта Г. П., Чорней С. А. — ФММ, 1973, 4.
2. Добрецов Л. Н. Электронная и ионная эмиссия. ГИТТЛ, М., 1950.
3. Епифанов Г. И. Физика твердого тела. «Высшая школа», М., 1965.
4. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Галапав Б. П., Гнидец Б. М. — В кн.: Математические методы и физико-механические поля. 1. «Наукова думка», К., 1975.
5. Царев Б. М. Контактная разность потенциалов. ГИТТЛ, М., 1955.
6. Шьюмон П. Диффузия в твердых телах. «Металлургия», М., 1966.
7. Яворский Б. М., Детлаф Н. А., Милковская Л. Б. Курс лекций по физике. Т. 2. «Высшая школа», М., 1960.
8. McQuhae K. G., Gowen A. S. — Solid State Electronics, 1972, 2.

Львовский филиал математической физики
Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию
в сентябре 1974 г.

ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ ТРЕЩИНОЙ

И. М. Зашкильняк

Рассмотрим две спаянные полуплоскости, одна из которых ослаблена трещиной L , расположенной под углом β к линии спая Γ и не выходящей на нее. Введем систему координат xOy с началом в точке пересечения линии Γ и линии, на которой расположена трещина, а ось Ox направим по Γ . Обозначим всю плоскость комплексного переменного $z = x + iy$ через S , область $y > 0$ с трещиной через S_1 и область $y < 0$ через S_2 . В дальнейшем все величины с индексом «1» будут относиться к плоскости с трещиной, а с индексом «2» — к плоскости без трещины. Введем также систему координат $\rho O\omega$ с осью $O\rho$, направленной по линии расположения трещины. В этой системе координат комплексная координата запишется $\zeta = \rho + i\omega$.