

ЛИТЕРАТУРА

1. Боднар Д. И., Олексив И. Я.— В кн.: Математические методы и физико-механические поля, 2. «Наукова думка», К., 1975.
2. Боднарчук П. И.— В кн.: Математические методы и физико-механические поля, 2. «Наукова думка», К., 1975.
3. Боднарчук П. И., Скоробогатько В. Я. Гіллясті ланцюгові дробити та їх застосування. «Наукова думка», К., 1974.
4. Кучминская Х. И., Боднарчук П. И.— В кн.: Вычислительная и прикладная математика, 22. Изд-во Киевского ун-та, К., 1974.
5. Литвин О. М., Рвачов В. Л. Класична формула Тейлора, її узагальнення та застосування. «Наукова думка», К., 1973.

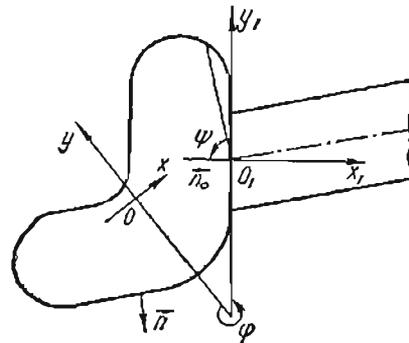
Львовский филиал математической
физики Института математики
АН УССР

Поступила в редколлегию
в октябре 1974 г.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ И ПОДКРЕПЛЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

Я. С. Подстригач, Н. И. Войтович, Ю. А. Чернуха

Условия теплообмена на крае пластинки, подкрепленном тонким изотропным стержнем прямоугольного поперечного сечения, были получены в работах [3, 4, 5] в предположении, что толщины пластинки и стержня совпадают. Позже эти условия были обобщены на случай, когда подкрепляющий элемент расположен несимметрично относительно срединной поверхности пластинки [2]. В настоящей работе предложен метод сведения нестационарной трехмерной (по пространственным координатам) задачи теплопроводности к одномерной, выведены уравнения теплопроводности и сформулированы соответствующие краевые условия для плоских криволинейных ортотропных стержней произвольного поперечного сечения, теплообмен которых с окружающей средой осуществляется согласно закону Ньютона. Получены условия теплообмена на крае оболочки, подкрепленном таким стержнем.



Рассмотрим оболочку, край которой подкреплен ортотропным стержнем произвольного поперечного сечения (рисунок). Ось стержня предполагается гладкой плоской кривой, а направления ортотропии — совпадающими с направлениями сопровождающего трехгранника. Координатные оси Ox и Oy совместим с нормалью и бинормалью. Между стержнем и оболочкой (на поверхности S_1) имеет место идеальный тепловой контакт, а на участке боковой поверхности стержня S_2 , не контактирующей с оболочкой, и на его торцевых поверхностях S_3 и S_4 теплообмен с омывающими средами осуществляется по закону Ньютона. Поверхность контакта S_1 предполагается линейчатой развертывающейся поверхностью, вообще говоря, не ортогональной к срединной поверхности оболочки.

В качестве исходного примем уравнение нестационарной трехмерной задачи теплопроводности [6]

$$\lambda_x \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \lambda_x k \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_s \frac{\partial^2 t}{\partial s^2} - c \frac{\partial t}{\partial \tau} + q = 0, \quad (1)$$

а условия идеального теплового контакта, граничные и начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} & - \left[\lambda_x \cos(n, x) \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_y \cos(n, y) \frac{\partial t}{\partial y} \right]_{S_1} = \lambda_\gamma \cos(n_0, \gamma) \frac{\partial t_*}{\partial \gamma} + \\ & + \lambda_\alpha \frac{\cos(n_0, \alpha)}{A} \frac{\partial t_*}{\partial \alpha} + \lambda_\beta \frac{\cos(n_0, \beta)}{B} \frac{\partial t_*}{\partial \beta}, \quad [t]_{S_1} = t_*(\gamma, \alpha, \beta, \tau); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left[\lambda_x \cos(n, x) \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_y \cos(n, y) \frac{\partial t}{\partial y} + \varepsilon_2 (t - t_c^{(2)}) \right]_{S_2} = 0; \quad (3)$$

$$\left[\lambda_s \frac{\partial t}{\partial s} + \varepsilon_r (t - t_c^{(r)}) \right]_{S_r} = 0 \quad (r = 3, 4); \quad (4)$$

$$t|_{\tau=0} = t_0(x, y, s). \quad (5)$$

Здесь $t(x, y, s, \tau)$ — температура стержня; s — координата, отсчитываемая вдоль его оси; τ — время; $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_s$ — коэффициенты теплопроводности материала стержня в соответствующих направлениях; c — удельная теплоемкость; ε_r — коэффициент теплоотдачи с поверхности S_r ; $t_c^{(r)}$ — температура среды, омывающей эту поверхность ($r = 2, 3, 4$); q — плотность источников тепла в стержне; k — кривизна его оси; $\cos(n, x), \cos(n, y)$ — компоненты единичного вектора нормали, внешней к контуру поперечного сечения; t_* — температура оболочки в области контакта; γ, α, β — криволинейные координаты оболочки; $\lambda_\gamma, \lambda_\alpha, \lambda_\beta$ — соответствующие коэффициенты теплопроводности; A, B — коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности оболочки; $\cos(n_0, \gamma), \cos(n_0, \alpha), \cos(n_0, \beta)$ — компоненты единичного вектора нормали к поверхности S_1 .

Введем следующие усредненные по области поперечного сечения D характеристики температурного поля стержня:

$$T = \frac{1}{F} \iint_D t dF, \quad \Theta_x = \frac{1}{W_x} \iint_D t y dF, \quad \Theta_y = -\frac{1}{W_y} \iint_D t x dF; \quad (6)$$

$$W_x = \frac{I_{xx}}{\delta_x} \left(1 - \frac{I_{xy}^2}{I_{xx} I_{yy}} \right), \quad W_y = \frac{I_{yy}}{\delta_y} \left(1 - \frac{I_{xy}^2}{I_{xx} I_{yy}} \right),$$

где F — площадь поперечного сечения стержня; W_x, W_y — моменты сопротивления стержня при изгибе относительно осей Ox и Oy ; I_{xx}, I_{yy}, I_{xy} — осевые и центробежные моменты инерции поперечного сечения; $\delta_x, (\delta_y)$ — расстояние от оси Ox (Oy) до наиболее удаленной от этой оси точки поперечного сечения.

Умножим уравнение (1) соответственно на 1, x, y и проинтегрируем его по области поперечного сечения стержня. Используя при этом формулу Грина [7], а также первое из условий (2), условие (3) и формулы (6), находим

$$\begin{aligned} p^2 T - \sin^{-1} \psi \left\{ \lambda_\gamma \cos \psi [t_*(h) - t_*(-h)] + \frac{\partial T_*}{\partial n_0} \right\} + Q_0 + T_0^{(c)} = \\ = \int_{\Gamma_2} \varepsilon_2 t dl - \lambda_x k \oint_{\Gamma} t dy, \\ p^2 \Theta_x - a_x \sin^{-1} \psi \left\{ \lambda_\gamma \cos \psi [t_*(h) - t_*(-h)] + \frac{\partial T_*}{\partial n_0} \right\} + Q_x + T_x^{(c)} - \\ - b_x \sin^{-2} \psi \left\{ \lambda_\gamma \cos \psi [t_*(h) + t_*(-h) - 2T_*] + \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} \right\} = \\ = W_x^{-1} F \left[\int_{\Gamma_2} \varepsilon_2 t y dl - \lambda_y \oint_{\Gamma} t dx - \lambda_x k \oint_{\Gamma} t y dy \right], \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^2 \Theta_y - \lambda_x W_y^{-1} F^2 k T - a_y \sin^{-1} \psi \left\{ \lambda_\gamma \cos \psi [t_*(h) - t_*(-h)] + \frac{\partial T_*}{\partial n_0} \right\} - \\ - b_y \sin^{-2} \psi \left\{ \lambda_\gamma \cos \psi [t_*(h) + t_*(-h) - 2T_*] + \frac{1}{3} \frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} \right\} + Q_y + T_y^{(c)} = \\ = W_y^{-1} F \left[\int_{\Gamma_2} \varepsilon_2 t x dl + \lambda_x \oint_{\Gamma} t (1 - kx) dy \right]. \end{aligned}$$

Здесь обозначено:

$$p^2 = \Lambda_s \frac{\partial^2}{\partial s^2} - G \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad \Lambda_s = \lambda_s F, \quad G = cF;$$

$$\frac{\partial}{\partial n_0} = \Lambda_\alpha \frac{\cos(n_0, \alpha)}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} + \Lambda_\beta \frac{\cos(n_0, \beta)}{B} \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad \Lambda_{\alpha, \beta} = 2h\lambda_{\alpha, \beta}; \quad \Gamma = \sum_{r=1}^2 \Gamma_r,$$

$$Q_0 = \iint_D q dF, \quad Q_x = W_x^{-1} F \iint_D q y dF, \quad Q_y = W_y^{-1} F \iint_D q x dF; \quad (8)$$

$$T_0^{(c)} = \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 t_c^{(2)} dl, \quad T_x^{(c)} = W_x^{-1} F \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 t_c^{(2)} y dl, \quad T_y^{(c)} = W_y^{-1} F \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 t_c^{(2)} x dl;$$

$$T_* = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h t_* d\gamma, \quad \Theta_* = \frac{3}{2h^2} \int_{-h}^h t_* \gamma d\gamma;$$

$$W_x a_x = F y_0, \quad 3W_x b_x = F h \cos \varphi, \quad W_y a_y = F x_0, \quad 3W_y b_y = -F h \sin \varphi;$$

Γ_r — линия пересечения поверхности S_r плоскостью поперечного сечения стержня; $2h$ — толщина оболочки; φ — угол между осями Oy и O_1y_1 ; ψ — угол между нормалью к поверхности S_1 и нормалью к срединной поверхности оболочки в точке пересечения этих поверхностей и плоскости поперечного сечения стержня.

После интегрирования по Γ_1 второго условия (2) получаем

$$2hT_* \sin^{-1} \psi = \int_{\Gamma_1} t dl, \quad \frac{2}{3} h^2 \Theta_* \sin^{-2} \psi = \int_{\Gamma_1} t y_1 dl. \quad (9)$$

Для получения искоемых дифференциальных уравнений и условий сопряжения необходимо выразить входящие в правые части соотношений (7) и (9) значения температуры стержня на границе области D через интегральные характеристики (6). Предположим, что температурное поле стержня представимо рядом

$$t = \sum_{i+j=0}^N a_{ij}(s, \tau) x^i y^j, \quad (10)$$

и подставим вместо t в формулы (6) и уравнение (1) выражение (10). Последнее из полученных соотношений умножим на $x^n y^m$ ($n + m = 2, 3, \dots, N$) и проинтегрируем по области D . В результате получим

$$\sum_{i+j=0}^N S^{(i, n)} a_{ij} = FT, \quad \sum_{i+j=0}^N S^{(i+1, n)} a_{ij} = W_y \Theta_y, \quad (11)$$

$$\sum_{i+j=0}^N S^{(i, i+1)} a_{ij} = W_x \Theta_x, \quad S^{(n, m)} = \iint_D x^n y^m dx dy;$$

$$\sum_{i+j=0}^N a_{ij} \iint_D [i(i-1)\lambda_x y^2 + j(j-1)\lambda_y x^2 + i\lambda_x k x y^2 + x^2 y^2 F^{-1} \rho^2] x^{i+n-2} y^{j+m-2} dx dy = -Q^{(n, m)}, \quad (12)$$

$$Q^{(n, m)} = \iint_D q x^n y^m dx dy \quad (n + m = 2, 3, \dots, N).$$

Определим $\frac{1}{2}(N+2)(N+1)$ величин a_{ij} из системы такого же числа линейных уравнений (11) — (12), а затем выражение (10) с учетом найденных значений a_{ij} подставим в правые части формул (7) и (9). Входящие в левые части равенств (7) величины $t_*(h)$ и $t_*(-h)$ выразим через T_* и Θ_* [1], и в результате получим искоемые соотношения. В частности, при $N = 1$ (в этом случае для определения a_{ij} достаточно трех уравнений (11)) указанным способом находим

$$\rho^2 T - E_{00} T - \left(E_{0x} + \frac{k_*}{R_{xy}} \right) \Theta_x - \left(E_{0y} - \frac{k_*}{R_{xx}} \right) \Theta_y +$$

$$+ T_0^{(c)} + Q_0 = \frac{\partial T_*}{\partial n_0} \csc \psi + 2\lambda_y \Theta_* \operatorname{ctg} \psi,$$

$$\begin{aligned}
& \rho^2 \Theta_x - E_{x0} T - \left(E_{xx} + \frac{1}{R_{yy}} \right) \Theta_x - \left(E_{xy} - \frac{1}{R_{yx}} \right) \Theta_y + T_x^{(c)} + Q_x = \\
& = a_x \left(\frac{\partial T_*}{\partial n_0} \csc \psi + 2\lambda_\gamma \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \right) + \frac{b_x}{3} \left(\frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} \csc^2 \psi - 2\lambda_\gamma x \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \csc \psi \right), \quad (13) \\
& \rho^2 \Theta_y - E_{y0} T - \left(E_{yx} - \frac{1}{R_{xy}} \right) \Theta_x - \left(E_{yy} + \frac{1}{R_{xx}} \right) \Theta_y + T_y^{(c)} + Q_y = \\
& = a_y \left(\frac{\partial T_*}{\partial n_0} \csc \psi + 2\lambda_\gamma \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \right) + \frac{b_y}{3} \left(\frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} \csc^2 \psi - 2\lambda_\gamma x \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \csc \psi \right); \\
& T_* = T + A_{yx} \Theta_x + A_{xy} \Theta_y, \quad \Theta_* = B_{yx} \Theta_x + B_{xy} \Theta_y. \quad (14)
\end{aligned}$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned}
k_* &= \frac{W_y}{F} k; \quad \frac{1}{R_{xx}} = \frac{F^2 \lambda_x}{\delta_y W_y}, \quad \frac{1}{R_{xy}} = \frac{l_{xy}}{l_{yy}} \frac{F^2 \lambda_x}{\delta_x W_y}; \\
E_{00} &= E, \quad E_{0y} = \delta_y^{-1} (S_y^{(e)} - I_{xz}^{-1} I_{xy} S_x^{(e)}), \\
E_{y0} &= W_y^{-1} F S_y^{(e)}, \quad E_{yy} = \delta_y^{-1} W_y^{-1} F (I_{yy}^{(e)} - I_{xx}^{-1} l_{xy} l_{yy}^{(e)}), \\
E_{yx} &= \delta_x^{-1} W_y^{-1} F (I_{xy}^{(e)} - I_{yy}^{-1} I_{xy} l_{yy}^{(e)}); \\
B_{xy} &= \frac{h}{\delta_y \sin \psi} \left(\sin \varphi + \frac{l_{xy}}{l_{xx}} \cos \varphi \right), \quad B_{yx} = \frac{h}{\delta_x \sin \psi} \left(\cos \varphi + \frac{l_{xy}}{l_{yy}} \sin \varphi \right); \quad (15) \\
A_{nm} &= \delta_m^{-1} (n_0 - \Gamma_{nm}^{-1} I_{nm} m_n); \\
E &= \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 dl, \quad S_y^{(e)} = \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 x dl, \quad S_x^{(e)} = \int_{\Gamma_2} \varepsilon_2 y dl, \\
I_{xx}^{(e)} &= \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 y^2 dl, \quad I_{xy}^{(e)} = \int_{\Gamma_2} \varepsilon_2 x y dl, \quad I_{yy}^{(e)} = \int_{\Gamma_1} \varepsilon_2 x^2 dl.
\end{aligned}$$

Приведенные термосопротивления стержня R_{yy} , R_{yx} и коэффициенты теплоотдачи E_{0x} , E_{x0} , E_{xx} , E_{xy} определяются по формулам для соответствующих величин R_{xx} , R_{xy} и E_{0y} , E_{y0} , E_{yy} , E_{yx} , если в них поменять местами индексы « x » и « y ». Как следует из соотношений (15), величины E , $S_x^{(e)}$, $S_y^{(e)}$, $I_{xx}^{(e)}$, $I_{xy}^{(e)}$, $I_{yy}^{(e)}$ представляют собой соответственно массу, статические моменты и моменты инерции неконтактирующей с оболочкой части контура поперечного сечения плотности ε_2 (l , s , τ).

Дифференциальные уравнения (13) необходимо дополнить граничными и начальными условиями, которые можно получить непосредственным интегрированием соотношений (4) и (5) по области D :

$$\begin{aligned}
& \left[\lambda_s \frac{\partial T}{\partial s} + \varepsilon_r T \right]_{S_r} = \frac{\varepsilon_r}{F} \iint_D t_c^{(r)} dF, \quad \left[\lambda_s \frac{\partial \Theta_x}{\partial s} + \varepsilon_r \Theta_x \right]_{S_r} = \\
& = \frac{\varepsilon_r}{W_x} \iint_D t_c^{(r)} y dF, \quad \left[\lambda_s \frac{\partial \Theta_y}{\partial s} + \varepsilon_r \Theta_y \right]_{S_r} = \frac{\varepsilon_r}{W_y} \iint_D t_c^{(r)} x dF \quad (r = 3, 4); \quad (16)
\end{aligned}$$

$$T|_{\tau=0} = F^{-1} \iint_D t_0 dF, \quad \Theta_x|_{\tau=0} = W_x^{-1} \iint_D t_0 y dF, \quad (17)$$

$$\Theta_y|_{\tau=0} = W_y^{-1} \iint_D t_0 x dF.$$

Таким образом, определение температурного поля оболочки (пластинки), край которой подкреплен стержнем, сводится к решению уравнений теплопроводности для оболочки при соответствующих краевых условиях [6] вместе с уравнениями (13) при краевых условиях (16) — (17) и условиях сопряжения (14).

Уравнения теплопроводности криволинейных ортотропных стержней. В полученных соотношениях перейдем к пределу при $h \rightarrow 0$. Тогда правые части уравнений (13) обратятся в нуль и в результате получим систему дифференциальных уравнений теплопроводности криволинейного ортотропного стержня произвольного поперечного сечения, которые следует рассматривать при краевых условиях (16) — (17). Соотношения (14) при этом обращаются в тождества. Отметим, что в этом случае величины $E, S_x^{(\epsilon)}, S_y^{(\epsilon)}, I_{xx}^{(\epsilon)}, I_{xy}^{(\epsilon)}, I_{yy}^{(\epsilon)}$ представляют собой соответственно массу, статические моменты и моменты инерции полного контура поперечного сечения плотности ϵ (l, s, τ). Если оси Ox и Oy являются главными центральными осями поперечного сечения и его контура плотности ϵ (l, s, τ) и $k = 0$, то полученная система уравнений теплопроводности стержня распадается, как это следует из формул (15), на три отдельных уравнения.

Условия теплообмена на подкрепленном крае оболочки. При рассмотрении конкретных задач требуется, таким образом, решать систему уравнений теплопроводности для оболочки при соответствующих краевых условиях [6] вместе с системой уравнений (13) при краевых условиях (16) — (17) и условиях сопряжения (14). Однако если стержень достаточно тонкий, то характеристики его температурного поля можно исключить из рассмотрения и получить в результате упрощенные условия теплообмена на подкрепленном крае оболочки. Исключая из соотношений (13) — (14) величины T, Θ_x, Θ_y и пренебрегая при этом произведениями приведенных коэффициентов теплоотдачи E_{ij} ($i, j = 0, x, y$), а также произведениями вида $E_{ij}\rho^2, k_*\rho^2, E_{ij}k_*$, находим

$$(1 + R_0) \left(\frac{\partial T_*}{\partial n_0} \csc \psi + 2\lambda_\gamma \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \right) = (\rho^2 + H_{00}) T_* + \\ + (A_{01}\rho^2 + B_{01}k_* + H_{01}) \Theta_* \sin \psi + T_c, \quad (18)$$

$$\frac{1}{3} (1 + 2R_0) \left(\frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} \csc^2 \psi - 2\lambda_\gamma \kappa \Theta_* \operatorname{ctg} \psi \csc \psi \right) = (A_{10}\rho^2 + H_{10}) T_* + \\ + (A_{11}\rho^2 + B_{11}k_* + H_{11} + L) \Theta_* \sin \psi + \Theta_c,$$

где обозначено:

$$A_{01} = A_{10} = h^{-1} (R_1 x_0 \sin \varphi - R_2 y_0 \cos \varphi); \\ A_{11} = h^{-2} F^{-1} \left(I_{x_1 x_1} - R_3 \sin 2\varphi I_{x_1 y_1} + \frac{1}{4} R_3^2 \sin^2 2\varphi I_{y_1 y_1} \right); \\ B_{01} = -h^{-1} \delta_y R_{xx}^{-1} R_1 \sin \varphi, \\ B_{11} = -h^{-2} \delta_y R_{xx}^{-1} \left\{ y_c^{(1)} \sin \varphi + \frac{1}{2} R_3 \sin 2\varphi \left[y_c^{(1)} \cos \varphi - \right. \right. \\ \left. \left. - x_c^{(1)} \left(\sin \varphi + \frac{1}{2} R_3 \sin 2\varphi \cos \varphi \right) \right] \right\}; \quad H_{00} = -E_{00},$$

$$H_{10} = H_{01} = -E_{01} + \frac{1}{2} R_3 \sin 2\varphi E_{10}, \quad H_{11} = -E_{02} + L E_{20} + R_3 \sin 2\varphi E_{11};$$

$$L = -h^{-2} F^{-1} [R_{xx}^{-1} \delta_y W_y (1 + R_3 \cos^2 \varphi) \sin^2 \varphi + \\ + R_{yy}^{-1} \delta_x W_x (1 - R_3 \sin^2 \varphi) \cos^2 \varphi]; \quad R_3 = R_1 - R_2; \quad \kappa = 2h(k_1 + k_2); \\ R_0 = h^2 F (R_{xx}^{-1} \delta_y W_y \cos^2 \varphi + R_{yy}^{-1} \delta_x W_x \sin^2 \varphi)^{-1} E_{20}; \quad (19) \\ R_1 = (R_{yy} \delta_y W_y \cos^2 \varphi + R_{xx} \delta_x W_x \sin^2 \varphi)^{-1} R_{xx} \delta_x W_x; \\ R_2 = (R_{yy} \delta_y W_y \cos^2 \varphi + R_{xx} \delta_x W_x \sin^2 \varphi)^{-1} R_{yy} \delta_y W_y;$$

$$T_c = T_{00}, \quad \Theta_c = T_{01} - \frac{1}{2} R_3 \sin 2\varphi T_{10}; \quad E_{ij} = \frac{1}{h^{i+j}} \int_{\Gamma_3} \varepsilon_2 x_i^i y_j^j dl;$$

$$T_{ij} = \frac{1}{h^{i+j}} \left[\int_{\Gamma_3} \varepsilon_2 t_c^{(2)} x_i^i y_j^j dl + \int_D q x_i^i y_j^j dF \right];$$

$I_{x_1 x_1}, I_{y_1 y_1}, I_{x_1 y_1}$ — соответствующие моменты инерции относительно осей $O_1 x_1, O_1 y_1$; $X_c^{(1)}, Y_c^{(1)}$ — координаты центра тяжести поперечного сечения стержня в системе координат $O_1 x_1 y_1$; k_1, k_2 — главные кривизны срединной поверхности оболочки.

Если в соотношениях (18) — (19) перейти к пределу при $F \rightarrow 0$, то для неподкрепленного края оболочки по закону Ньютона получим условия теплообмена с внешней средой

$$\frac{\partial T_*}{\partial n_0} + 2\varepsilon h \left(T_* - \frac{1}{2h_*} \int_{-h_*}^{h_*} t_c dy_1 \right) = -2\lambda_\nu \Theta_* \cos \psi, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \Theta_*}{\partial n_0} + 2\varepsilon h \left(\Theta_* - \frac{3}{2h_*^2} \int_{-h_*}^{h_*} t_c y_1 dy_1 \right) = 2\lambda_\nu \Theta_* \chi \cos \psi \quad (h_* = h \csc \psi).$$

При $\psi = 0,5\pi$ условия (20) переходят в обычные граничные условия для оболочек [6], т. е. в условия для случая, когда торцевая поверхность оболочки ортогональна ее срединной поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Береговой С. Г., Подстригач Я. С., Чернуха Ю. А. — Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1972, 3.
2. Караванский О. В. — Прикладная механика. 1970, 6, 7.
3. Коляно Ю. М. — ДАН УРСР, 1964, 12.
4. Коляно Ю. М. — В кн.: Концентрация напряжений, 1. «Наукова думка», К., 1965.
5. Подстригач Я. С. — В кн.: Концентрация напряжений, 1. «Наукова думка», К., 1965.
6. Підстригач Я. С., Ярема С. Я. Температурні напруження в оболонках. Вид-во АН УРСР, К., 1961.
7. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. II. Гостехтеориздат, М., 1954.

Львовский филиал математической
Физики Института математики
АН УССР

Поступила в редколлегию
в августе 1974 г.

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОЛОСЕ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ ТЕПЛОИЗОЛИРОВАННЫМИ ТРЕЩИНАМИ

Г. С. Кит, М. В. Хай

Пусть упругая полоса, на свободных от внешних усилий гранях которой задана температура или тепловой поток, подвержена действию стационарного температурного поля $t_0(x, y)$ и некоторых внешних нагрузок. Предположим, что такая полоса содержит N произвольно ориентированных прямолинейных термоизолированных трещин, берега которых не контактируют в процессе деформации.

Выберем базисную систему координат xOy (ось Ox направлена вдоль нижней грани полосы, а ось Oy перпендикулярна к ней), а также локальные системы координат $x_n O_n y_n$ с началом в центрах трещин (рисунок, см. стр. 21) и обозначим: α_n — угол поворота оси $O_n x_n$ (n -й трещины) относительно базисной системы xOy , d_{nk} — расстояние между центрами n -й и k -й трещин, $2a_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) — длина n -й трещины, d_n — расстояние центра n -й трещины от начала координат xOy , β_{nk} — угол между положительным