Теорема 2. *Пусть в уравнении* (1) *все* b_j ($j = 1, 2, \ldots, q$) *различны и не равны нулю. Если* $f(t, x) \in C_{2\pi}^{(0, \frac{n(n+1)}{2}+m+1)}(D)$, *то существует решение задачи* (1), (2), *которое представляется рядом* (9) *и принадлежит классу* $C_{2\pi}^{(n,n)}(D)$.

Теорема 3. *Пусть в уравнении* (1) $b_j \neq 0$ ($j = 1, 2, \ldots, q$) *и для некоторых* s_0 *и* ν_0 ($1 \leqslant s_0, \nu_0 \leqslant q$) $b_{s_0} = b_{\nu_0}$. *Если существуют константа* $M > 0$ *и натуральное число* r *такие, что для всех (за исключением конечного числа) целочисленных векторов* k *выполняются неравенства*

$$\left| \sum_{p=1}^{m} (\lambda_{ps_0} - \lambda_{p\nu_0}) k_p \right| > \frac{M}{|k|^r}, \qquad (11)$$

и если $f(t, x) \in C_{2\pi}^{(0,N)}(D)$, *где* N — *некоторое достаточно большое натуральное число, то существует решение задачи* (1), (2), *которое принадлежит классу* $C_{2\pi}^{(n,n)}(D)$.

Лемма. *Почти каждый (в смысле меры Лебега) вектор* $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_m)$ *удовлетворяет неравенству*

$$|\omega_1 k_1 + \cdots + \omega_m k_m| \geqslant K(|k_1| + \cdots + |k_m|)^{-(m+1)} \qquad (12)$$

для всех целочисленных $k \neq 0$ *при некотором* $K(\omega) > 0$ [1].

Из теоремы 3 и предыдущей леммы следует утверждение.

Теорема 4. *Пусть в уравнении* (1) $b_j \neq 0$ ($j = 1, \ldots, q$) *и для некоторых* s_0 *и* ν_0 ($1 \leqslant s_0, \nu_0 \leqslant q$) $b_{s_0} = b_{\nu_0}$. *Если* $f(t, x) \in C_{2\pi}^{(0,N)}(D)$, *где* N — *некоторое достаточно большое натуральное число, то для почти всех (в смысле меры Лебега) чисел* λ_{pj} ($p = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, q$) *существует решение задачи* (1), (2) *в классе* $C_{2\pi}^{(n,n)}(D)$.

З а м е ч а н и е. Результаты работы переносятся на случай, когда в уравнении (1) λ_{pj} и b_j ($j = 1, 2, \ldots, q$) являются $j - 1$ раз непрерывно дифференцируемыми функциями от t.

ЛИТЕРАТУРА

1. А р н о л ь д В. И.— УМН, 1963, 18, 6 (114).
2. К а м к е Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. «Наука», М., 1965.
3. П т а ш н и к Б. Й.— ДАН УРСР. Сер. А, 1973, 11.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в декабре 1973 г.

ДОСТАТОЧНЫЙ ПРИЗНАК СХОДИМОСТИ ВЕТВЯЩЕЙСЯ ЦЕПНОЙ ДРОБИ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ЧЛЕНАМИ

Д. И. Боднар, И. Я. Олексив

Ветвящиеся цепные дроби впервые рассмотрены в работе [3]. Несмотря на свою новизну, теория ветвящихся цепных дробей уже нашла свое применение в теории чисел, теории дифференциальных уравнений, теории функций и вычислительной математике [1]. В работах [1—3] исследовались вопросы сходимости ветвящихся цепных дробей.

В настоящей статье приведен достаточный признак сходимости ветвящейся цепной дроби с положительными членами вида

$$\cfrac{1}{a + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \cfrac{1}{a_{i_1} + \sum\limits_{i_2=1}^{n} \cfrac{1}{a_{i_1 i_2} + \vdots}}}, \qquad (1)$$

где $a_{i_1 i_2 \ldots i_k} > 0$; $1 \leqslant i_k \leqslant n$, $k = 1, 2, \ldots$.

Введя обозначения

$$a_{i_1 i_2 \dots i_k} + \sum_{i_{k+1}=1}^{n} \frac{1}{a_{i_1 \dots i_{k+1}} + \vdots + \sum\limits_{i_p=1}^{n} \frac{1}{a_{i_1 \dots i_k \dots i_p}}} = Q_{i_1 \dots i_k}^{k+1,p},$$

получаем следующую формулу:

$$\frac{1}{Q^{1,2p-1}} - \frac{1}{Q^{1,2p}} =$$

$$= \sum_{i_1 \dots i_{2p-1}} \frac{1}{Q^{1,2p-1} \prod\limits_{k=0}^{p-2} (Q_{i_1 \dots i_{2k+1}}^{2k+2,2p-1} \cdot Q_{i_1 \dots i_{2k+2}}^{2k+3,2p-1}) \prod\limits_{k=0}^{p-1} (Q_{i_1 \dots i_{2k}}^{2k+1,2p} \cdot Q_{i_1 \dots i_{2k+1}}^{2k+2,2p})},$$

где $\frac{1}{Q^{1,2p-1}} = \frac{1}{Q_{i_0}^{1,2p-1}}$ и $\frac{1}{Q^{1,2p}} = \frac{1}{Q_{i_0}^{1,2p}}$ — $(2p-1)$-я и $(2p)$-я подходящие дроби, а суммирование ведется по всем индексам $i_1, \dots, i_{2p-1}$, каждый из которых независимо пробегает значения от 1 до n.

Используя соотношение

$$Q_{i_1 \dots i_k}^{k+1,2p-1} = a_{i_1 \dots i_k} + \frac{1}{Q_{i_1 \dots i_k 1}^{k+2,2p-1}} + \dots + \frac{1}{Q_{i_1 \dots i_k n}^{k+2,2p-1}}$$

и неравенство

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\delta + \sum\limits_{j=1}^{n} x_i \cdot x_j^{-1}} \leqslant 1 - K_n(\delta)\,\delta,$$

справедливое для произвольных $x_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ и $\delta > 0$, где $K_n(\delta)$ не зависит от x_i, $i = 1, 2, \dots, n$, $0 < K_n(\delta)\,\delta < 1$, можно доказать следующее утверждение.

Теорема. *Ветвящаяся цепная дробь (1) с положительными членами сходится, если ряд*

$$\sum_{k=1}^{\infty} \min_{i_1 \dots i_k} a_{i_1 \dots i_k} \cdot \min_{i_1 \dots i_{k+1}} a_{i_1 \dots i_{k+1}}$$

расходится, где $\min\limits_{i_1 \dots i_k} a_{i_1 \dots i_k}$ *обозначает минимальное значение элементов дроби, расположенных на* $(k+1)$*-м этаже дроби.*

Теорема остается верной и в том случае, если некоторые члены дроби (1) обращаются в нуль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боднарчук П. І., Скоробогатько В. Я. Гіллясті ланцюгові дроби та їх застосування. «Наукова думка», К., 1974.
2. Скоробогатько В. Я.— ДАН УРСР. Сер. А, 1972, 1.
3. Скоробогатько В. Я. та ін.— ДАН УРСР, 1967, 131.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в октябре 1973 г.

ОБ ОДНОМ ИНТЕГРАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ ТЕОРИИ СИНТЕЗА АНТЕНН

Н. Н. Войтович, П. А. Савенко

При решении задач синтеза антенн по методу Семенова [4] возникает нелинейное интегральное уравнение [2]

$$\varphi(\xi') = \arg \int_{-1}^{1} F(\xi) \frac{\sin c(\xi - \xi')}{\xi - \xi'} e^{i\varphi(\xi)} d\xi, \qquad (1)$$