ОБОБЩЕННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА МАГНИТОТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Н. А. Кондратюк

Рассмотрим изотропное полупространство $z \geqslant 0$ идеальной электропроводности, находящееся в однородном магнитном поле H $(H_x,\ 0,\ 0)$ и подвергнутое тепловому удару внешней средой температуры t_0 по краевой поверхности $z = 0$.

Для определения возникающих в полупространстве температурного, магнитного полей и поля деформации воспользуемся известными [1, 2] уравнениями и соотношениями

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} = \frac{\partial t}{\partial f} + M^2 \frac{\partial^2 t}{\partial f^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{1}{1+\Lambda}\frac{\partial^2 u}{\partial f^2} = m\frac{\partial t}{\partial \xi}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 h^0}{\partial \xi_1^2} = N^2 \frac{\partial^2 h^0}{\partial f^2}, \tag{3}$$

$$h = -\omega H_x \frac{\partial u}{\partial \xi}, \tag{4}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{zz} - \frac{\alpha_t E t}{1-\nu}, \quad \sigma_{zz} = \varkappa\frac{\partial u}{\sigma \xi} - \gamma t \tag{5}$$

при краевых условиях

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - mt + \beta h^0 = 0, \qquad n\frac{\partial^2 u}{\partial f^2} - \frac{\partial h^0}{\partial \xi_1} = 0, \tag{6}$$

$$t = t_0 S_+(f) \quad \text{при} \quad \xi = \xi_1 = 0,$$

$$\{t,\ u\} \neq \infty \ \text{ при } \xi \to \infty,\ h^0 \neq \infty \ \text{ при } \xi_1 \to \infty, \tag{7}$$

$$\left\{t,\ \frac{\partial t}{\partial f},\ u,\ \frac{\partial u}{\partial f},\ h^0,\ \frac{\partial h^0}{\partial f}\right\} = 0 \qquad \text{при } f = 0, \tag{8}$$

где

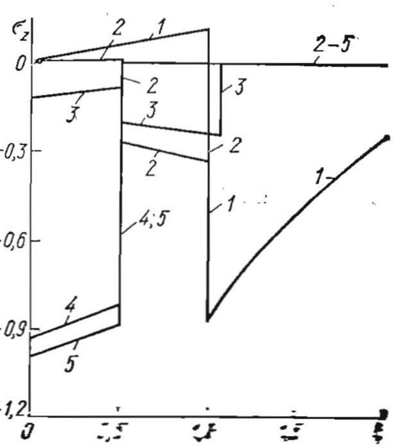
$$\xi = \frac{c_1 z}{a}; \quad \xi_1 = \frac{c_1 z_1}{a}; \quad f = \frac{c_1^2 \tau}{a}; \quad \varkappa = (\lambda + 2\mu)\frac{c_1}{a};$$

$$M = \frac{c_1}{c_q}; \quad c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}; \quad \beta = \frac{\mu_0 a H_x}{\rho c_1^3 (1+\Lambda)};$$

$$m = \frac{\gamma a}{\rho c_1^3 (1+\Lambda)}; \quad \Lambda = \frac{\mu_r \mu_0 H_x^2}{\rho c_1^2}; \quad N = \frac{c_1}{c};$$

$$\omega = \frac{c_1}{a}; \quad n = \frac{\mu_r c_1^3 H_x}{a c^2}; \quad \gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t;$$

ν — коэффициент Пуассона; τ — время; λ, μ — постоянные Ляме; a — коэффициент температуропроводности; ρ — плотность среды; μ_r — ее относительная магнитная проницаемость; μ_0 — магнитная постоянная; H_x — напряженность однородного магнитного поля; h и h^0 — возмущение напряженности магнитного поля в среде и в вакууме; α_t — температурный коэффициент линейного расширения; c — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме; $S_+(f)$ — асимметричная единичная функция; c_q — скорость распространения тепла.



Воспользовавшись преобразованием

Лапласа по f, находим такие выражения обобщенных динамических температурных напряжений в рассматриваемом полупространстве:

$$\sigma_z = \left\{ \frac{\exp\left[-\frac{1+\Lambda}{(1+\Lambda)M^2-1} f\right]}{[M^2(1+\Lambda)-1](1+\Lambda)} \left[e^{M\gamma_0\xi} + \frac{\xi}{2M} \int_{M\xi}^{f} e^{\gamma_0\eta} \frac{I_1\left(\frac{\sqrt{\eta^2-M^2\xi^2}}{2M^2}\right)}{\sqrt{\eta^2-M^2\xi^2}} d\eta \right] - \right.$$

$$- \frac{\Lambda}{1+\Lambda} \left[e^{-\frac{\xi}{2M}} + \frac{\xi}{2M} \int_{M\xi}^{f} e^{-\frac{\eta}{2M^2}} \frac{I_1\left(\frac{1}{2M^2}\sqrt{\eta^2-M^2\xi^2}\right)}{\sqrt{\eta^2-M^2\xi^2}} d\eta \right] \Bigg\} S_-(f-M\xi) -$$

$$- \frac{1}{[M^2(1+\Lambda)-1](1+\Lambda)\left(1+\frac{N\Lambda}{\sqrt{1+\Lambda}}\right)} \left\{ \exp\left[\frac{1+\Lambda}{1-M^2(1+\Lambda)}\left(f-\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}\right)\right] + \right.$$

$$+ N\Lambda M \left[I_0\left(\frac{f-\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}}{2M^2}\right) e^{\left(\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}-f\right)\frac{M-2}{2}} - \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\exp\left[\frac{1+\Lambda}{1-M^2(1+\Lambda)}\left(f-\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}\right)\right]}{M^2[M^2(1+\Lambda)-1]} \int_{\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}}^{f} e^{\gamma_0(f-\eta)} I_0\left(\frac{f-\eta}{2M^2}\right) d\eta \right] \right\} \times$$

$$\times S_-\left(f-\frac{\xi}{\sqrt{1+\Lambda}}\right), \tag{9}$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_z - \frac{\alpha_t E}{(1-\nu)\gamma}\cdot\frac{t}{t_0},$$

где $\gamma_0 = \frac{M^2(1+\Lambda)+1}{2M^2[M^2(1+\Lambda)-1]}$; $I_\nu(\zeta)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода; $\sigma_i = \frac{\sigma_{ii}}{\gamma t_0}$.

При $M = 0$ ($c_q \to \infty$) из формул (9) следуют результаты, приведенные в работе [2].

С целью оценки влияния магнитного поля на изменение обобщенных динамических температурных напряжений вдоль координатной оси полупространства по формуле (9) при фиксированном значении безразмерного времени $f = 1$, $M = 2$ и значениях магнитного поля 0 — 10^6, 10^8, 10^9, 10^{10} *А/м* на ЦЭВМ «НАИРИ» произведены расчеты безразмерных температурных напряжений σ_z, результаты которых представлены в виде графика на рисунке (кривые *2—5*). Кривая *1* — известный [3] классический результат В. И. Даниловской.

Из графика видно, что магнитные поля до 10^6 *А/м* для материалов с μ_r, близким к 1, не влияют на обобщенные динамические температурные напряжения. Существенное влияние наблюдается при магнитных полях, превышающих 10^6*А/м*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kaliski S.— Proceedings of vibration problems, 1965, 6, 3.
2. Nowacki W. Dynamiczne zagadnienia termosprężystocsci, Warszawa, 1966.
3. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. Физматгиз, М., 1963, 134.

Хмельницкий технологический институт бытового обслуживания

Поступила в редколлегию в январе 1974 г.