$$N_2' = G_1'\left\{\frac{(1+\nu')(1-2\nu)B_1}{2(1-\nu)} + \frac{(1-\nu')B_2}{\rho_1^2} + \beta_0'(1+\nu')\frac{\mu_0' d_2 c_2}{2(\mu_0'+h')}p^{-2} - \right.$$

$$- \frac{(1-\nu')(1+\nu)\beta}{(1-\nu)\rho_1}p^{-3}F_1(p\rho_1)F^{-1}(p) -$$

$$\left. - \left[\frac{\nu'(1+\nu)\beta}{1-\nu} - \frac{\beta_0'(1+\nu')(\mu_0'+2h')}{2(\mu_0'+h')}\right]p^{-2}F_0(p\rho_1)F^{-1}(p)\right\}.$$

Оригиналы усилий получены с помощью обобщенной теоремы разложения [3] и ввиду громоздкости здесь не приведены. Для малых значений времени усилия легко получить, пользуясь выражением (10).

ЛИТЕРАТУРА

1. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. «Наукова думка», К., 1970.
2. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. Гостехиздат, М., 1955.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. «Высшая школа», М., 1967.
4. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.— ФХММ, 1967, 5.
5. Подстригач Я. С., Шевчук П. Р.— В кн.: Тепловые напряжения в элементах конструкций, 7. «Наукова думка», К., 1967.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в декабре 1973 г.

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРА, ВОЗНИКАЮЩЕЕ ПРИ ДИФФУЗИОННОМ НАСЫЩЕНИИ

Р. Н. Швец, Я. И. Дасюк

При диффузионном насыщении поверхностных слоев конструкционных материалов в диффузионной зоне образуются новые фазы, плотность которых может существенно отличаться от плотности исходного материала. Перераспределение компонентов насыщения в поверхностных слоях материала может привести к появлению напряженного состояния, достаточного для разрушения изделия. Такое происхождение, например, имеют поверхностные трещины при диффузии лития в углеродистые стали [1]. В цитированной работе сделана попытка оценить напряженное состояние цилиндра расчетным путем, когда распределение насыщающего компонента можно представить в виде трапецеидального импульса, не решая при этом задачи диффузии.

В данной статье определяются концентрационные поля и проводится расчет напряженного состояния для образцов цилиндрической формы при диффузионном насыщении.

Диффузионное насыщение цилиндра. Пусть бесконечный сплошной цилиндр радиуса R, материал которого в начальный момент времени представляет собой двухкомпонентный твердый раствор с постоянной концентрацией первого элемента, равной $\overset{0}{c_1}$, насыщается другим элементом. Это довольно часто встречается на практике при насыщении углеродистых сталей металлическими элементами. Решение задачи о нахождении концентрационных полей в полупространстве приводится в работе [8].

Задача об определении концентрационных полей для цилиндра с учетом влияния деформаций на перераспределение диффундирующих элементов при изотермическом процессе, в пренебрежении механическими колебаниями, запишется в таком виде [5]:

исходные уравнения

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = D_{11}\Delta c_1 + D_{12}\Delta c_2 + D_{1,e}\Delta e, \quad \frac{\partial c_2}{\partial t} = D_{21}\Delta c_1 + D_{22}\Delta c_2 + D_{2,e}\Delta e, \quad (1)$$

$$G\Delta u_i + \left(K^{T,C} + \frac{1}{3}G\right)\nabla_i\nabla_\alpha u_\alpha - K^{T,C}\beta_1^{\sigma,T}\nabla_i c_1 - K^{T,C}\beta_2^{\sigma,T}\nabla_i c_2 = 0; \quad (2)$$

краевые условия

$$c_1(r_1, 0) = c_1^0, \ c_1(0, t) = c_1^0, \ \nabla_n (D_{11}c_1 + D_{12}c_2 + D_{1,e}e)\big|_{r_1=R} = 0,$$
$$c_2(r_1, 0) = 0, \ c_2(0, t) = 0, \ c_2(r_1, t)\big|_{r_1=R} = c_2^0. \quad (3)$$

В случае плоскодеформированного состояния уравнения диффузии (1) с использованием уравнения (2) можно свести [6] к следующему виду:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = a_1\Delta c_1 + a_2\Delta c_2, \ \frac{\partial c_2}{\partial t} = b_1\Delta c_2 + b_2\Delta c_1, \quad (4)$$

а краевые условия — к виду

$$c_1(r, 0) = c_1^0, \ c_1(0, t) = c_1^0, \ \nabla_n (a_1c_1 + a_2c_2)\big|_{r=1} = 0,$$
$$c_2(r, 0) = 0, \ c_2(0, t) = 0, \ c_2(r, t)\big|_{r=1} = c_2^0, \quad (5)$$

где c_1 и c_2 — концентрации первого и второго элементов; D_{ij}, $D_{i,e}$ — коэффициенты диффузии при наличии градиентов c_i и e соответственно; e — объемное расширение; $\beta_i^{\sigma,T}$ — концентрационные коэффициенты линейного расширения при постоянном напряжении и температуре; $K^{T,C}$ — модуль объемного сжатия при постоянной концентрации вещества c_i и температуре; G — модуль сдвига; $r = \frac{r_1}{R}$ — безразмерная координата; $\Delta = \nabla_i\nabla_i$; $\nabla_n = \frac{\partial}{\partial r}$;

$$a_1 = \frac{1}{R^2}\left(D_{11} + \frac{D_{1,e}K^{T,C}\beta_1^{\sigma,T}}{K^{T,C} + \frac{4}{3}G}\right); \quad a_2 = \frac{1}{R^2}\left(D_{12} + \frac{D_{1,e}K^{T,C}\beta_2^{\sigma,T}}{K^{T,C} + \frac{4}{3}G}\right);$$

$$b_1 = \frac{1}{R^2}\left(D_{22} + \frac{D_{2,e}K^{T,C}\beta_2^{\sigma,T}}{K^{T,C} + \frac{4}{3}G}\right); \quad b_2 = \frac{1}{R^2}\left(D_{21} + \frac{D_{2,e}K^{T,C}\beta_1^{\sigma,T}}{K^{T,C} + \frac{4}{3}G}\right).$$

Если ввести неизвестные функции

$$\varphi_1 = c_1 + \lambda c_2, \ \varphi_2 = c_2 + \mu c_1, \quad (6)$$

то взаимосвязанные уравнения диффузии (4) распадутся на два независимых уравнения

$$\alpha^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \Delta\varphi_1, \ \beta^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = \Delta\varphi_2 \quad (7)$$

при следующих краевых условиях:

$$\varphi_1(r, 0) = c_1^0, \ \ \varphi_1(0, t) = c_1^0, \ \ \left[\frac{1}{\alpha^2}\nabla_n\varphi_1 - \frac{\lambda}{\beta^2}\nabla_n\varphi_2\right|_{r=1} = 0,$$
$$\varphi_2(r, 0) = \mu c_1^0, \ \ \varphi_2(0, t) = \mu c_1^0, \ \ [\varphi_2 - \mu\varphi_1]_{r=1} = (1 - \lambda\mu)\, c_2^0, \quad (8)$$

где

$$\alpha^2, \ \beta^2 = \frac{a_1 + b_1 \mp Q}{2(a_1b_1 - a_2b_2)}; \quad Q = \sqrt{(a_1 + b_1)^2 - 4(a_1b_1 - a_2b_2)};$$

$$\lambda = \frac{b_1 - a_1 + Q}{2b_2}; \quad \mu = \frac{a_1 - b_1 - Q}{2a_2}.$$

Предположив концентрации c_1 и c_2 первого и второго элементов известными, запишем формулы, определяющие напряженно-деформированное состояние цилиндра. Обобщенный закон Гука для этого случая запишем в виде

$$\sigma_{ii} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}e + \frac{E}{1+\nu}e_{ii} - \frac{E}{1-2\nu}(\beta_1c_1 + \beta_2c_2) \qquad (i = r, \varphi, z), \quad (9)$$

где $\beta_j = \frac{1}{3}\beta_j^{\sigma,T}$; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

Принимаем [2], что $e_{zz}=a$, где постоянная a определяется из условия $\frac{1}{R^2}\int\limits_0^1 \sigma_{zz} r dr = 0$.

Решая уравнения равновесия (2), в случае плоского деформированного состояния цилиндра находим

$$e_{rr} = -\frac{1+\nu}{1-\nu}\cdot\frac{1}{r^2}\int\limits_0^r (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr + \frac{1+\nu}{1-\nu}(\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2) + b,$$

$$e_{\varphi\varphi} = \frac{1+\nu}{1-\nu}\cdot\frac{1}{r^2}\int\limits_0^r (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr + b.$$

Постоянную b находим из условия $\sigma_{rr}=0$ при $r=1$. В результате получим

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu}\left[\int\limits_0^1 (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr - \frac{1}{r^2}\int\limits_0^r (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr\right],$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu}\left[\int\limits_0^1 (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr + \frac{1}{r^2}\int\limits_0^r (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr - (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\right],$$

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{1-\nu}\left[\int\limits_0^1 (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\, r dr - (\beta_1 c_1 + \beta_2 c_2)\right]. \tag{10}$$

Решение системы (8) с учетом краевых условий (9) при использовании преобразования Лапласа запишется в таком виде:

$$\varphi_1 = c_1^0 + \lambda(1-\lambda\mu)c_2^0\left\{\frac{1}{1-\lambda\mu} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha J_1(\beta s_n) J_0(\alpha s_n r)}{s_n P(s_n)}\exp(-s_n^2 t)\right\},$$

$$\varphi_2 = \mu c_1^0 + (1-\lambda\mu)c_2^0\left\{\frac{1}{1-\lambda\mu} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta J_1(\alpha s_n) J_0(\beta s_n r)}{s_n P(s_n)}\exp(-s_n^2 t)\right\}, \tag{11}$$

где J_0, J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядков;

$$P(s_n) = \alpha\beta(1-\lambda\mu) J_0(\alpha s_n) J_0(\beta s_n) - (\beta^2 - \lambda\mu\alpha^2) J_1(\alpha s_n) J_1(\beta s_n)$$

s_n — корни уравнения

$$\beta I_1(\alpha\sqrt{s})\, I_0(\beta\sqrt{s}) - \lambda\mu\alpha I_1(\beta\sqrt{s})\, I_0(\alpha\sqrt{s}) = 0;$$

здесь I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков.

Распределение концентраций c_1 и c_2 первого и второго элементов в цилиндре запишется в следующем виде:

$$c_1(r, t) = c_1^0 + 2\lambda c_2^0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha J_1(\beta s_n) J_0(\alpha s_n r) - \beta J_1(\alpha s_n) J_0(\beta s_n r)}{s_n P(s_n)}\exp(-s_n^2 t), \tag{12}$$

$$c_2(r, t) = c_2^0 + 2c_2^0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta J_1(\alpha s_n) J_0(\beta s_n r) - \lambda\mu\alpha J_1(\beta s_n) J_0(\alpha s_n r)}{s_n P(s_n)}\exp(-s_n^2 t).$$

Подставляя выражение (12) в (10), находим напряжение в цилиндре, обусловленное диффузионным насыщением:

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\nu}\left[R(1, t) - \frac{1}{r^2}R(r, t)\right],$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\nu}\left[R(1, t) + \frac{1}{r^2}R(r, t) - \Phi(r, t)\right], \tag{13}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{1-\nu}[R(1, t) - \Phi(r, t)],$$

где

$$R(r, t) = D\frac{r^2}{2} + 2c_2^0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{r[\lambda g_1 J_1(\beta s_n) J_1(\alpha s_n r) + g_2 J_1(\alpha s_n) J_1(\beta s_n r)]}{s_n^2 P(s_n)}\exp(-s_n^2 t);$$

$$\Phi(r, t) = D + 2c_2^0\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda g_1 \alpha J_1(\beta s_n) J_0(\alpha s_n r) + g_2 \beta J_1(\alpha s_n) J_0(\beta s_n r)}{s_n P(s_n)}\exp(-s_n^2 t);$$

$$R(1, t) = R(r, t)|_{r=1}; \quad g_1 = \beta_1 - \mu\beta_2; \quad g_2 = \beta_2 - \lambda\beta_1; \quad D = \beta_1 c_1^0 + \beta_2 c_2^0.$$

Насыщение цилиндра с учетом фазового превращения. Пусть задан бесконечный сплошной цилиндр радиуса R (при плоскодеформированном состоянии), материал которого в исходный момент времени содержит первый и второй элементы в количестве, равном их растворимости. В начальный момент времени $t = 0$ концентрации первого и второго элементов на поверхности цилиндра повышаются до $c_1^{\text{п}} > c_1^{\text{р}}$ и $c_2^{\text{п}} > c_2^{\text{р}}$. Возникает слой новой фазы, которая имеет достаточно широкую область гомогенности. Тогда распределение концентраций этих элементов в исходной фазе будет постоянным во времени и соответственно равным c_1^0 и c_2^0 [9].

Концентрационные поля в растущей новой фазе могут быть найдены из системы уравнений (1) при следующих краевых условиях:

$$\begin{aligned}(c_1^0 - c_1^p)\frac{d\rho_1(t)}{dt} &= [D_{11}\nabla_n c_1 + D_{12}\nabla_n c_2 + D_{1,e}\nabla_n e]_{r_1=\rho_1(t)},\\ (c_2^0 - c_2^p)\frac{d\rho_1(t)}{dt} &= [D_{21}\nabla_n c_1 + D_{22}\nabla_n c_2 + D_{2,e}\nabla_n e]_{r_1=\rho_1(t)},\end{aligned} \tag{14}$$

$$c_1(r, t)|_{r_1=\rho_1(t)} = c_1^p, \; c_2(r, t)|_{r_1=\rho_1(t)} = c_2^p. \tag{15}$$

Здесь $\rho_1(t)$ — положение фронта фазового превращения. В начальный момент времени $t = 0$ $\rho_1(0) = R$.

Уравнения (14) представляют собой условие баланса масс на подвижной границе фазового превращения с учетом влияния градиентов деформации на перераспределение первой и второй компонент. Концентрации C_1^p и C_2^p на подвижной границе будем считать постоянными.

Сформулированную задачу для нахождения концентрационных полей в растущей фазе в неизвестных функциях φ_1 и φ_2, введенных согласно выражению (6), можно переписать так:

$$\alpha^2\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = \Delta\varphi_1, \; \beta^2\frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = \Delta\varphi_2, \; 1 \geqslant r \geqslant \rho(t) \tag{16}$$

при краевых условиях

$$\rho(0) = 1, \; \varphi_i(r, t)|_{r=\rho} = \varphi_i^p, \; p_i\frac{d\rho}{dt} = \nabla_n\varphi_i(r, t)|_{r=\rho} \qquad (i = 1, 2). \tag{17}$$

Здесь

$$\rho(t) = \frac{1}{R}\rho_1(t); \quad p_i = \frac{\varphi_i^0 - \varphi_i^p}{M_i}(i = 1, 2); \quad M_{1,2} = \frac{a_1 + b_1 \pm Q}{2};$$

$$\varphi_1^0 = c_1^0 + \lambda c_2^0; \quad \varphi_2^0 = c_2^0 + \mu c_1^0; \quad \varphi_1^p = c_1^p + \lambda c_2^p; \quad \varphi_2^p = c_2^p + \mu c_1^p.$$

Решение уравнений (16) при краевых условиях (17) для произвольного закона продвижения фронта фазового превращения представим в виде рядов [7]

$$\varphi_i = \varphi_i^p - p_i\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{M_i^n}\frac{\partial^n}{\partial t^n}\left\{\rho\frac{d\rho}{dt}\sum_{k=0}^{n} b_{n,k} r^{2k}\rho^{2n-2k}\left[d_{n,k} + \ln\frac{r}{\rho}\right]\right\}, \tag{18}$$

где

$$b_{n,k} = 1/[2^n k!\,(n-k)!]^2; \quad d_{n,k} = \sum_{m=1}^{n-k}\frac{1}{m} - \sum_{m=1}^{k}\frac{1}{m}.$$

Концентрации c_1 и c_2 через функции φ_1 и φ_2 выражаются формулами

$$c_1 = \frac{\varphi_1 - \lambda\varphi_2}{1 - \lambda\mu}, \quad c_2 = \frac{\varphi_2 - \mu\varphi_1}{1 - \lambda\mu}. \tag{19}$$

Подчиняя $c_1(r, t)$ или $c_2(r, t)$ какому-либо граничному условию на поверхности цилиндра $(r = 1)$, получим дифференциальное уравнение для определения $\rho(t)$. Если закон продвижения фронта фазового превращения задан, то концентрационные поля в диффузионной зоне описываются формулами (19), а соответствующее изменение концентраций на поверхности цилиндра — формулами

$$c_1^{\text{п}} = c_1(r, t)\,|_{r=1}, \quad c_2^{\text{п}} = c_2(r, t)\,|_{r=1}.$$

В рассматриваемом цилиндре, свободном от внешних воздействий при диффузионном насыщении, с учетом фазовых превращений появление градиентов напряжений возможно как за счет концентрационных полей, так и за счет структурных неоднородностей. Последние определяются изменением объема и формы области, в которой происходит превращение. При низких температурах релаксационные процессы у границы раздела фаз замедлены и роль структурных напряжений велика. По мере повышения температуры превращения структурные напряжения уменьшаются [4], а относительное влияние концентрационных напряжений возрастает.

При решении конкретных задач теории фазовых превращений в твердых телах вычисление концентрационных напряжений проводят известными методами теории термоупругости [2, 3]. Поэтому напряженное состояние в растущей фазе, обусловленное концентрационными полями (19), можно определять, согласно (9), по формулам

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial u}{\partial r} + \nu\frac{u}{r}\right] - \frac{E}{1-2\nu}\left(\beta_1^{\sigma,T}c_1 + \beta_2^{\sigma,T}c_2\right),\\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{u}{r} + \nu\frac{\partial u}{\partial r}\right] - \frac{E}{1-2\nu}\left(\beta_1^{\sigma,T}c_1 + \beta_2^{\sigma,T}c_2\right),\end{aligned} \tag{20}$$

где перемещение u после решения уравнения равновесия в случае осевой симметрии для плоского деформированного состояния цилиндра в растущей фазе можно представить в виде

$$u = A_1 r + \frac{A_r}{r} + \frac{1+\nu}{1-\nu}\cdot\frac{1}{r}\int\limits_{\rho(t)}^{r}\left(\beta_1^{\sigma,T}c_1 + \beta_2^{\sigma,T}c_2\right) r\,dr. \tag{21}$$

Перемещение в исходной фазе представим в виде линейной функции координаты r $(\bar{u} = B_1 r)$.

Постоянные A_1, A_2 и B_1 определяем из равенства нулю радиального напряжения на поверхности цилиндра $\sigma_{rr}\,|_{r=1} = 0$ и условий непрерывности перемещений на границе фазового превращения.

Рассмотрим случай, когда положение фронта фазового превращения зависит от времени по параболическому закону $\rho(t) = \gamma\sqrt{t_0 - t}$ и ряды (19) суммируются. Тогда для функций φ_i имеем выражения

$$\varphi_i = \varphi_i^p - p_i\frac{\gamma^2}{4}\exp\left(-\frac{\gamma^2}{4M_i}\right)\left[Ei\frac{r^2}{4M_i(t_0 - t)} - Ei\frac{\gamma^2}{4M_i}\right] \quad (i = 1, 2). \tag{22}$$

Здесь

$$Eix^2 = C + \ln x^2 + \int\limits_0^{x^2}\frac{e^y - 1}{y}\,dy = C + \ln x^2 + x^2 + \frac{x^4}{2\cdot 2!} + \frac{x^6}{3\cdot 3!} + \cdots;$$

$t_0 = \frac{R^2}{\gamma^2}$ — время окончания фазового превращения; C — постоянная Эйлера; γ — коэффициент, характеризующий продвижение фронта фазового превращения.

Напряженное состояние в диффузионной зоне (20), обусловленное концентрационными полями, соответственно представится в таком виде:

$$\sigma_{rr} = G\frac{1+\nu}{1-\nu}\left\{\Pi(1, t) - F(1, t) - \Pi(r, t) + F(r, t) + F(\rho)\left[\rho^2(t) - \frac{\rho^2(t)}{r^2}\right]\right\},$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = G\frac{1+\nu}{1-\nu}\left\{\Pi(1, t) - F(1, t) - \Pi(r, t) - F(r, t) + F(\rho)\left[\rho^2(t) + \frac{\rho^2(t)}{r^2}\right]\right\}.$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\Pi(r, t) = \sum_{j=1}^{2} \gamma^2 \frac{g_j p_j}{1-\lambda\mu} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{4M_j}\right)\left[Ei\,\frac{r^2}{4M_j(t_0 - t)} - Ei\,\frac{\gamma^2}{4M_j}\right];$$

$$F(r, t) = \sum_{j=1}^{2} g_j \frac{4M_j(t_0 - t)}{r^2} \exp\left[\frac{r^2}{4M_j(t_0 - t)}\right];$$

$$\Pi(r, t)|_{r=1} = \Pi(1, t); \quad F(r, t)|_{r=1} = F(1, t); \quad F(r, t)|_{r=\rho(t)} = F(\rho);$$

$$g_1 = \mu\beta_2^{\sigma,T} - \beta_1^{\sigma,T}; \quad g_2 = \lambda\beta_1^{\sigma,T} - \beta_2^{\sigma,T}.$$

Настоящее рассмотрение основано на предположении об упругом поведении материалов при повышенных температурах. Поэтому расчетные значения напряжений, найденные в рамках упругой модели, могут быть выше тех, которые, видимо, реализуются в действительности. Однако полученные расчетные формулы позволяют выяснить влияние некоторых параметров, характеризующих напряженное состояние цилиндра, возникающее в ходе диффузионного насыщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бескоровайный Н. М. и др.— В кн.: Металлургия и металловедение чистых металлов, 8. Атомиздат, М., 1969, 189.
2. Лебедев Н. Н. Температурные напряжения в теории упругости. ОНТИ, М., 1937.
3. Любов Б. Я. Кинетическая теория фазовых превращений. Металлургиздат, М., 1969.
4. Одинг Г. А.— Металловедение и термическая обработка металлов, 1966, 11, 5.
5. Подстригач Я. С., Павлина В. С.— ФХММ, 1965, 5, 383.
6. Подстригач Я. С., Швец Р. Н., Павлина В. С.— Прикладная механика, 1971, 7, 12, 11.
7. Темкин Д. Е.— ИФЖ, 1962, 5, 4, 91.
8. Щербединский Г. В.— В кн.: Защитные покрытия на металлах, 6. «Наукова думка», К., 1972, 38.
9. Щербединский Г. В., Кондраченко Л. А.— Физика металлов и металловедение, 1972, 33, 3. 487.

Львовский филиал математической физики Института математики АН УССР

Поступила в редколлегию в октябре 1973 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН В ТЕРМОУПРУГИХ СРЕДАХ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА

Ф. В. Семерак

Последнее время интенсивное развитие получили исследования динамических связанных задач термоупругости. В частности, наиболее полно разработана теория гармонических плоских волн, изучено распространение сферических и цилиндрических волн в неограниченных телах, распространение термоупругих волн Рэлея и др. Этим вопросам посвящены работы [1, 2]. В этих работах для описания движения волн использовалась система дифференциальных уравнений взаимосвязанной задачи термоупругости, в которую входит уравнение теплопроводности параболического типа,