

Рис. 1.

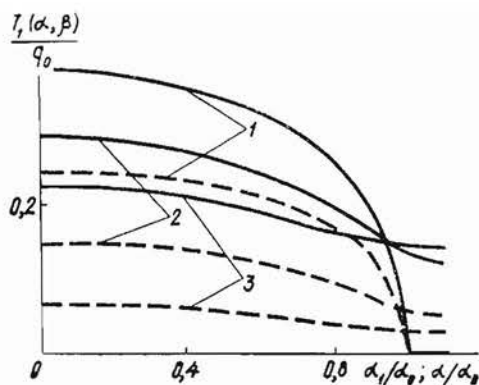


Рис. 2.

для параметров оболочки:  $R = 0,03$  м,  $h = 0,0015$  м,  $\alpha_0 = 0,5$ ,  $\alpha_1 = 0,55$ ,  $\mu_1 = 0,01$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $\beta = 0,2$  (значение  $\beta$  для кривых 1—3 соответственно). Как следует из рис. 2, экстремальное значение функции  $T_1(\alpha, \beta)/q_0$  достигается при  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ . При этом с увеличением количества разрезов значение  $T_1(\alpha, \beta)/q_0$  уменьшается.

1. Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. — М.: Наука, 1973. — 303 с.
2. Осадчук В. А. Задача теплопроводности для замкнутой цилиндрической оболочки с поперечной термозолированной трещиной при наличии теплообмена. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 5, с. 436—440.
3. Подстригач Я. С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. — Киев: Наук. думка, 1978. — 343 с.
4. Швец Р. Н., Павленко В. Д. О циклически симметричных задачах теплопроводности для пластин и оболочек с отверстиями при наличии теплообмена. — Инж.-физ. журн., 1972, 23, № 5, с. 890—897.

Ин-т прикладных проблем  
механики и математики АН УССР,  
Львов

Получено 25.04.84

УДК 550.837.6

В. И. Гордиенко, Я. П. Кулыныч

#### ВТОРИЧНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОГО ЦИЛИНДРА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Определение аномального электромагнитного поля (ЭМП) бесконечного цилиндра, возбуждаемого дипольным источником, является необходимым условием для разработки принципов построения активных электромагнитных систем обнаружения трасс и контроля глубин залегания инженерных коммуникаций (ИК) и протяженных включений [1]. Известное [5] решение задачи возбуждения бесконечного цилиндра дипольным источником в безграничной среде является достаточным для обоснования принципов построения систем поиска подземных ИК. При обнаружении подводных ИК диполь и цилиндр расположены в высокопроводящей среде (вода), электродинамические параметры которой резко отличаются от электродинамических параметров воздуха и дна. Поэтому является актуальным исследование вторичного ЭМП бесконечно длинного цилиндра, возбуждаемого произвольно ориентированным электрическим диполем в трехслойной среде (рис. 1). На рис. 1 обозначено:  $x = l$  и  $x = -h$  — плоские бесконечные границы раздела сред;  $a$  — радиус цилиндра; в точку  $M(x_0, y_0, z_0)$  помещен произвольно ориентированный электрический диполь. Используя метод Ерофеевко [2], указанную задачу можно свести к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений.

Целью настоящей работы является исследование полученной бесконечной системы уравнений.

Рассматриваемую задачу сформулируем в виде краевой задачи. требуется определить векторы  $\vec{E}^i(M)$  и  $\vec{H}^i(M)$  ( $M \in D_i$ ,  $i = \overline{1, 4}$ ), удовлетворяющие уравнениям

$$\text{rot rot } \vec{c} - k_i^2 \vec{c} = 0, \quad \text{div } \vec{c} = 0 \quad (\vec{c} = \vec{E}^i, \vec{H}^i), \quad (1)$$

граничным условиям

$$\vec{E}_\tau^1 = \vec{E}_\tau^0 + \vec{E}_\tau^2, \quad \vec{H}_\tau^1 = \vec{H}_\tau^0 + \vec{H}_\tau^2|_{x=l}, \quad (2)$$

$$\vec{E}_\tau^3 = \vec{E}_\tau^0 + \vec{E}_\tau^2, \quad \vec{H}_\tau^3 = \vec{H}_\tau^0 + \vec{H}_\tau^2|_{x=-h}, \quad (3)$$

$$\vec{E}_\tau^4 = \vec{E}_\tau^0 + \vec{E}_\tau^2, \quad \vec{H}_\tau^4 = \vec{H}_\tau^0 + \vec{H}_\tau^2|_{\rho=a} \quad (4)$$

и принципу предельного поглощения на бесконечности. Здесь  $\vec{E}^0, \vec{H}^0$  — векторы первичного ЭМП в однородной и бесконечной средах.

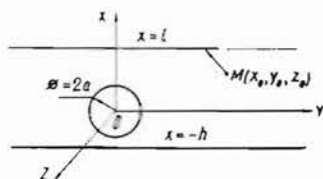


Рис. 1.

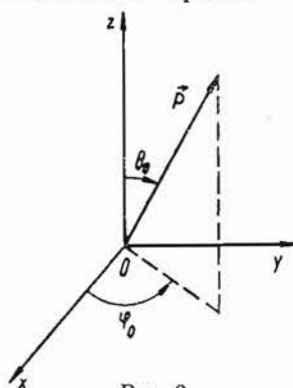


Рис. 2.

Для представления искомых векторов ЭМП используем два независимых векторных решения уравнений (1) соответственно типу границ раздела сред:

а) в прямоугольной системе координат

$$\vec{M}_i = \text{rot} [\exp(\gamma x + j\beta y + j\lambda z) \vec{e}_i], \quad \vec{N}_i = \frac{1}{k} \text{rot } \vec{M}_i, \quad (5)$$

где  $\lambda, \beta$  — произвольные постоянные параметры;

$$\gamma = \sqrt{\lambda^2 + \beta^2 - k^2}; \quad -\frac{\pi}{2} < \arg \gamma \leq \frac{\pi}{2}; \quad \vec{e}_i - \text{орт};$$

б) в цилиндрической системе координат

$$\vec{m}_n = \text{rot} [Z_n(\rho\xi) \exp(jn\varphi + j\lambda z) \vec{e}_3], \quad \vec{n}_n = \frac{1}{k} \text{rot } \vec{m}_n, \quad (6)$$

где  $Z_n(\rho\xi) = K_n(\rho\xi)$  или  $I_n(\rho\xi)$ ;  $K_n$  и  $I_n$  — бесселевы функции мнимого аргумента 1-го и 2-го родов;  $\lambda$  — произвольный параметр;  $\xi = \sqrt{\lambda^2 - k^2}$ ;  $\frac{\pi}{2} < \arg \xi \leq \frac{\pi}{2}$ . Если в формулах (6)  $Z_n(\rho\xi) = K_n(\rho\xi)$ , то решения в ци-

линдрической системе координат будем обозначать через  $\vec{m}_n$  и  $\vec{n}_n$ .

Допустим, что электрический диполь с моментом  $\vec{P}$  расположен в безграничной среде и центр системы  $Oxyz$  совпадает с диполем (рис. 2). Тогда, используя рекуррентные формулы для функций  $K_n(\rho\xi)$ , легко показать, что

$$\vec{E}_0 = \frac{j\omega\mu P}{4\pi^2 k} \sum_{l=-1}^{+1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} (B_l \vec{m}_l + A_l \vec{n}_l) d\lambda \right], \quad (7)$$

где

$$A_{-1} = \frac{j\lambda \sin \theta_0}{2\xi} \exp(j\varphi); \quad B_{-1} = -\frac{jk \sin \theta_0}{2\xi} \exp(j\varphi_0);$$

$$A_0 = \cos \theta_0; \quad B_0 = 0;$$

$$A_{+1} = \frac{j\lambda \sin \theta_0}{2\xi} \exp(-j\varphi_0); \quad B_{+1} = \frac{jk \sin \theta_0}{2\xi} \exp(-j\varphi_0).$$

Учитывая инвариантность дифференциальных операторов grad, div и rot относительно преобразования системы координат и используя теорему сложения для бesselевых функций [3] с учетом выражения (7), несложно получить выражение для вектора  $\vec{E}^0$ , если начало выбранной системы координат не совпадает с диполем.

Искомые вектора  $\vec{E}^i$  представим в виде:  
в области  $D_1$  —

$$\vec{E}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_1(\lambda, \beta) \vec{M}_1(-\eta_1) + \varphi_1(\lambda, \beta) \vec{N}_1(-\eta_1)\} d\lambda d\beta; \quad (8)$$

в области  $D_2$  —

$$\vec{E}^2 = \vec{E}'' + \vec{E}', \quad (9)$$

где

$$\vec{E}' = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_2(\lambda, \beta) \vec{M}_1(\eta_2) + \varphi_2(\lambda, \beta) \vec{N}_1(\eta_2) +$$

$$+ f_3(\lambda, \beta) \vec{M}_1(-\eta_2) + \varphi_3(\lambda, \beta) \vec{N}_1(-\eta_2)\} d\beta d\lambda;$$

$$\vec{E}'' = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [a_n^{(1)}(\lambda) \vec{m}_n + b_n^{(1)}(\lambda) \vec{n}_n] \right\} d\lambda;$$

в области  $D_3$  —

$$\vec{E}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{f_4(\lambda, \beta) \vec{M}_1(\eta_3) + \varphi_4(\lambda, \beta) \vec{N}_1(\eta_3)\} d\beta d\lambda; \quad (10)$$

в области  $D_4$  —

$$\vec{E}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [a_n^{(2)}(\lambda) \vec{m}_n + b_n^{(2)}(\lambda) \vec{n}_n] \right\} d\lambda. \quad (11)$$

Здесь  $f_i(\lambda, \beta)$ ,  $\varphi_i(\lambda, \beta)$  ( $i = \overline{1, 4}$ ),  $a_n^{(j)}(\lambda)$ ,  $b_n^{(j)}(\lambda)$  ( $j = 1, 2$ ) — неизвестные функции.

Выражения вектора  $\vec{H}^i$  получаются из (8) — (11) заменой  $\vec{M}_1 \leftrightarrow \vec{N}_1$ ,  $\vec{m}_n \leftrightarrow \vec{n}_n$ ,  $\vec{m} \leftrightarrow \vec{n}_n$  и умножением на  $\frac{k_i}{j\omega\mu_i}$  ( $\mu_i$  — магнитная проницаемость среды  $D_i$ ;  $\omega$  — круговая частота).

В представленном виде задача определения векторов  $\vec{E}^i$  и  $\vec{H}^i$  сведена к задаче нахождения неизвестных функций  $f_i(\lambda, \beta)$ ,  $\varphi_i(\lambda, \beta)$ ,  $a_n^{(i)}(\lambda)$ ,  $b_n^{(i)}(\lambda)$ , которые определяются из граничных условий (2) — (4).

Удовлетворим граничные условия на границах  $x = l$  и  $x = -h$ . Для этого разложим выражения  $\vec{E}^0$  и  $\vec{E}''$  по декартовым решениям  $\vec{M}_1(-\eta_2)$  и  $\vec{N}_1(-\eta_2)$ , используя интегральное представление векторов  $\vec{m}_n$  и  $\vec{n}_n$  [4].

Подставляя полученные выражения в граничные условия (2) и (3), произведя очевидные преобразования и опуская интеграл по  $\beta$  и  $\lambda$ , в силу единственности интегрального преобразования Фурье получим следующие выражения неизвестных функций  $f_2(\lambda, \beta)$ ,  $f_3(\lambda, \beta)$ ,  $\varphi_2(\lambda, \beta)$  и  $\varphi_3(\lambda, \beta)$ :

$$f_2(\lambda, \beta) = [u_2(\lambda, \beta) A(\lambda, \beta) + v_2(\lambda, \beta) B(\lambda, \beta)] \exp(-2l\eta_2) +$$

$$\begin{aligned}
& + [F_0^2(\lambda, \beta) f_0(\lambda, \beta) + \Phi_0^2(\lambda, \beta) \varphi_0(\lambda, \beta)] \exp[(x_0 - 2l) \eta_2], \\
f_3(\lambda, \beta) & = [u_3(\lambda, \beta) A(\lambda, \beta) + v_2(\lambda, \beta) B(\lambda, \beta)] \exp[-2h\eta_2] + \\
& + [F_0^3(\lambda, \beta) f_0(\lambda, \beta) + \Phi_0^3(\lambda, \beta) \varphi_0(\lambda, \beta)] \exp[-(x_0 + 2h) \eta_2], \quad (12) \\
\varphi_2(\lambda, \beta) & = [\tilde{v}_2(\lambda, \beta) A(\lambda, \beta) + \tilde{u}_2(\lambda, \beta) B(\lambda, \beta)] \exp(-2l\eta_2) + \\
& + [\tilde{F}_0^2(\lambda, \beta) f_0(\lambda, \beta) + \tilde{\Phi}_0^2(\lambda, \beta) \varphi_0(\lambda, \beta)] \exp[(x_0 - 2l) \eta_2], \\
\varphi_3(\lambda, \beta) & = [\tilde{v}_3(\lambda, \beta) A(\lambda, \beta) + \tilde{u}_3(\lambda, \beta) B(\lambda, \beta)] \exp(-2l\eta_2) + \\
& + [\tilde{F}_0^3(\lambda, \beta) f_0(\lambda, \beta) + \tilde{\Phi}_0^3(\lambda, \beta) \varphi_0(\lambda, \beta)] \exp[-(x_0 + 2h) \eta_2].
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
u_2(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\alpha_{31} (\Delta_{32}^- \Delta_{12}^- \exp(-2h\eta_2) - \Delta_{12}^- \Delta_{32}^+)]; \\
v_2(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\gamma_{31} (\Delta_{32}^- \Delta_{12}^- \exp(-2h\eta_2) + \Delta_{12}^- \Delta_{32}^+)]; \\
u_3(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\alpha_{31} (\Delta_{32}^- \Delta_{12}^+ - \Delta_{12}^- \Delta_{32}^- \exp(-2l\eta_2))]; \quad (13) \\
v_3(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\gamma_{31} (\Delta_{32}^+ \Delta_{12}^- + \Delta_{12}^- \Delta_{32}^- \exp(-2l\eta_2))]; \\
F_0^2(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\alpha_{31} (\Delta_{32}^- \Delta_{12}^- \exp[-2(x_0 + h) \eta_2] - \Delta_{12}^- \Delta_{32}^+)]; \\
\Phi_0^2(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\gamma_{31} (\Delta_{32}^- \Delta_{12}^- \exp[-2(x_0 + h) \eta_2] + \Delta_{12}^- \Delta_{32}^+)]; \\
F_0^3(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\alpha_{31} (\Delta_{12}^+ \Delta_{32}^- - \Delta_{12}^- \Delta_{32}^- \exp[(x_0 - 2l) \eta_2])]; \\
\Phi_0^3(\lambda, \beta) & = \frac{1}{D} [\gamma_{31} (\Delta_{12}^+ \Delta_{32}^- - \Delta_{12}^- \Delta_{32}^- \exp[(x_0 - 2l) \eta_2])];
\end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} A(\lambda, \beta) \\ B(\lambda, \beta) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\tau_{12}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\beta + \eta_2}{\xi_2} \right)^n \begin{Bmatrix} a_n^{(1)}(\lambda) \\ b_n^{(1)}(\lambda) \end{Bmatrix};$$

$$\alpha_{ij} = (\vec{M}_j, \vec{M}_i) / (\vec{M}_j, \vec{M}_i); \quad \gamma_{ij} = (\vec{N}_j, \vec{M}_i) / (\vec{N}_j, \vec{N}_i);$$

$$\Delta_{ij}^\pm = \frac{\mu_i \eta_j}{\mu_j \eta_i} \pm 1; \quad \tilde{\Delta}_{ij}^\pm = \frac{k_i^2 \mu_j \eta_j}{k_j^2 \mu_i \eta_i} \pm 1;$$

$$D = \Delta_{32}^+ \Delta_{12}^- - \Delta_{32}^- \Delta_{12}^- \exp[-2(h + l) \eta_2].$$

Выражения для  $\tilde{u}_i(\lambda, \beta)$ ,  $\tilde{v}_i(\lambda, \beta)$ ,  $\tilde{F}_0^i(\lambda, \beta)$  и  $\tilde{\Phi}_0^i(\lambda, \beta)$  получаются из соответствующих выражений (13) заменой в последних  $\Delta_{ij}^\pm$  на  $\tilde{\Delta}_{ij}^\pm$ .

Далее рассмотрим граничные условия на поверхности цилиндра. Разложив  $\vec{E}'$  по векторам (6) с помощью соотношений, приведенных в [4], подставив полученные выражения в граничные условия (4), опуская интеграл по  $\lambda$  в силу единственности интегрального преобразования Фурье и приравнявая коэффициенты при  $\exp(jn\varphi)$  в силу единственности разложения в ряд Фурье, получим систему уравнений

$$\begin{aligned}
a_n^1(\lambda) & = x_n^{(1)}(\lambda) [\bar{a}_n^1(\lambda) + b_n^0(\lambda)] + y_n^1(\lambda) [\bar{b}_n^1(\lambda) + a_n^0(\lambda)], \\
b_n^1(\lambda) & = x_n^{(2)}(\lambda) [\bar{a}_n^1(\lambda) + b_n^0(\lambda)] + y_n^2(\lambda) [\bar{b}_n^1(\lambda) + a_n^0(\lambda)], \quad (14)
\end{aligned}$$

где

$$x_n^{(1)}(\lambda) = (C_n A_n^1 - B_n B_n^1) / \Delta; \quad y_n^{(1)}(\lambda) = (C_n B_n^1 - C_n^1 B_n) / \Delta;$$

$$\begin{aligned}
x_n^{(2)}(\lambda) &= (A_n B_n^1 - B_n A_n^1) / \Delta; \quad y_n^{(2)}(\lambda) = (C_n^1 A_n - B_n B_n^1) / \Delta; \\
\Delta &= A_n C_n - B_n^2; \\
A_n &= \xi_2 K_n'(a\xi_2) - \frac{\mu_4 \xi_2^2 I_n'(a\xi_4)}{\mu_2 \xi_4 I_n(a\xi_2)} K_n(a\xi_2); \\
B_n &= \frac{n\lambda}{ak_2} \left(1 - \frac{\xi_2^2}{\xi_4^2}\right) K_n(a\xi_2); \\
C_n &= \xi_2 K_n(a\xi_2) - \frac{k_4^2 \mu_2 \xi_2^2 I_n'(a\xi_4)}{k_2^2 \mu_4 \xi_4 I_n(a\xi_4)} K_n(a\xi_2); \\
A_n^1 &= \frac{\mu_4 \xi_2^2 I_n'(a\xi_4)}{\mu_2 \xi_4 I_n(a\xi_4)} I_n(a\xi_2) - \xi_2 I_n'(a\xi_2); \\
B_n^1 &= \frac{n\lambda}{ak_2} \left(\frac{\xi_2^2}{\xi_4^2} - 1\right) I_n(a\xi_2); \\
C_n^1 &= \frac{k_4^2 \mu_2 \xi_2^2 I_n'(a\xi_4)}{k_2^2 \mu_4 \xi_4 I_n(a\xi_4)} I_n(a\xi_2) - \xi_2 I_n'(a\xi_2); \\
\bar{a}_n^{(1)}(\lambda) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left(\frac{\beta + \eta_2}{\xi_2}\right)^n [\gamma_{13}\varphi_2(\lambda, \beta) - \alpha_{13}f_2(\lambda, \beta) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\beta - \eta_2}{\xi_2}\right)^n \alpha_{13}f_3(\lambda, \beta) + \gamma_{13}\varphi_3(\lambda, \beta) \right\} d\beta; \\
\bar{b}_n^{(1)}(\lambda) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left(\frac{\xi + \eta_2}{\xi_2}\right)^n [\gamma_{13}f_2(\lambda, \beta) - \alpha_{13}\varphi_2(\lambda, \beta)] + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\beta - \eta_2}{\xi_2}\right)^n [\alpha_{13}\varphi_3(\lambda, \beta) + \gamma_{13}f_3(\lambda, \beta)] \right\} d\beta.
\end{aligned} \tag{15}$$

С учетом (12) система (14) преобразуется в бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных функций  $a_n^{(1)}(\lambda)$  и  $b_n^{(1)}(\lambda)$ :

$$\begin{aligned}
a_n^{(1)}(\lambda) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [M_{mn}^1(\lambda) a_m^{(1)}(\lambda) + N_{mn}^1(\lambda) b_m^{(1)}(\lambda)] + L_n^1(\lambda), \\
b_n^{(1)}(\lambda) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [M_{mn}^2(\lambda) a_m^{(1)}(\lambda) + N_{mn}^2(\lambda) b_m^{(1)}(\lambda)] + L_n^2(\lambda).
\end{aligned} \tag{16}$$

Выражения для коэффициентов  $M_{mn}^i(\lambda)$ ,  $N_{mn}^i(\lambda)$  и  $L_n^i(\lambda)$  несложно получить из (12) и (15).

**Теорема.** Если поверхность цилиндра не соприкасается с границами раздела сред, то система (16) фредгольмова.

Изложим схему доказательства теоремы. Коэффициенты  $M_{mn}^i(\lambda)$ ,  $N_{mn}^i(\lambda)$  и  $L_n^i(\lambda)$  являются суммой произведений интегралов типа

$$I_n(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\eta_2} \left(\frac{\beta + \eta_2}{\xi_1}\right)^n \omega(\lambda, \beta) \exp(-H\eta_2) d\beta$$

и одной из функций  $x_n^i(\lambda)$ ,  $y_n^i(\lambda)$  ( $i = 1, 2$ ). Выражения функций  $\omega(\lambda, \beta)$  несложно получить из (12). Оценкой модуля подынтегральной функции интеграла  $I_n(\lambda)$  с учетом неравенства  $|\omega(\lambda, \beta)| \leq C$  можно показать, что существует функция  $C_1(\lambda)$ , удовлетворяющая неравенству

$$|I_n(\lambda)| < C_1(\lambda) \frac{(|n|)!}{H^{|n|+1} |\xi_2|^{|n|+1}}. \tag{17}$$

Используя асимптотические оценки относительно индекса для бес-  
селевых функций [5], получим

$$|x_n^{(1)}(\lambda)|, |x_n^{(2)}(\lambda)|, |y_n^{(1)}(\lambda)|, |y_n^{(2)}(\lambda)| < C_2(\lambda) \frac{a^{2|n|} |\xi_2|^{2|n|}}{|n| 2^{2|n|}}. \quad (18)$$

Тогда из неравенств (17) и (18) следует, что бесконечная система урав-  
нений

$$z_n(\lambda) = A(\lambda) \frac{a^{2|n|} |\xi_2|^{2|n|}}{[(|n|)!]^2 2^{2|n|}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(|n| + |k|)!}{\tilde{l}^{|n|+|k|} |\xi_2|^k} z_k(\lambda) + B(\lambda) \frac{a^{|n|} |\xi_2|^{|n|}}{l^{|n|} |n| 2^{|n|}} \quad (19)$$

(где  $\tilde{l} = \min(l, h)$ ), является мажорантной по отношению к системе (15).

Осуществим замену неизвестных  $z_n(\lambda)$  новыми неизвестными  $u_n(\lambda)$ ,  
положив

$$u_n(\lambda) = z_n(\lambda) (|n|)! \frac{2^{|n|}}{|\xi_2|^{|n|} a^{2|n|}}.$$

При этом система (19) преобразуется к виду

$$u_n(\lambda) = A(\lambda) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(|n| + |m|)!}{|n|! |m|! 2^{|m|}} \left(\frac{a}{\tilde{l}}\right)^{|n|+|m|} u_m(\lambda) + B(\lambda) \frac{a^{|n|}}{\tilde{l}^{|n|}}. \quad (20)$$

Если  $\frac{a}{\tilde{l}} < 1$ , то [3]

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{(|n| + |m|)!}{|n|! |m|!} \left(\frac{a}{\tilde{l}}\right)^{|n|+|m|} \right]^2 < \infty.$$

В этом случае система (20) — фредгольмова и, следовательно,  
имеет единственное решение. Это решение можно получить методом  
редукции. В силу мажорантности все, сказанное выше, справедливо  
и для системы (15).

Полученная система (15) может быть использована для расчета  
вторичного ЭМП бесконечно длинного цилиндра в трехслойной среде.

1. Гордиенко В. И. Морская геофизическая разведка.— Киев: Наук. думка, 1978.— 163 с.
2. Ерофеев В. Т., Пацовский Г. Д. Решение задач дифракции в плоскостном пространстве с цилиндрическими включениями.— М., 1978.— 28 с. Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3048—78 Деп.
3. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах.— Минск: Наука и техника, 1968.— 528 с.
4. Кулынич Я. П., Убогий В. П. Поле электрического диполя в плоскостной среде в присутствии цилиндрической неоднородности.— В кн.: Мат. X конф. молодых ученых Физ.-мех. ин-та АН УССР. Львов, 1981, с. 69—70. Рукопись деп. в ВИНТИ, № 7108—83 Деп.
5. Марков Т. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн.— М.; Л.: Энергия, 1967.— 374 с.