ухудшает значение функционала. При углах текстуры, превышающих 45°, оптимальный при $\beta = 0$ проект становится неэффективным.

1. *Баничук Н. В.* Оптимизация форм упругих тел. — М. : Наука, 1980.—256 с.
2. *Болотин В. В., Новичков Ю. Н.* Механика многослойных конструкций. — М. : Машиностроение, 1980.—375 с.
3. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. — М. : Мир, 1982.—336 с.

Ин-т проблем механики
АН СССР, Москва

Получено 17.07.84

УДК 539.377 : 629.13.01 : 624.072.4

Н. И. Войтович

УСЛОВИЯ НЕИДЕАЛЬНОГО ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО КОНТАКТА СОПРЯЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК

Условия неидеального теплового контакта двух твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя, были получены Я. С. Подстригачем [4, 5]. В дальнейшем он и его ученики, основываясь на изложенных в этих работах идеях, предложили различные обобщения условий неидеального как теплового, так и термомеханического контактов двух тел, сопряженных через элемент типа промежуточного слоя [6, 7, 10], а также двух сопряженных встык пластин [3, 8]. В настоящей работе условия неидеального термомеханического контакта получены в случае, когда количество сопрягаемых тонкостенных элементов (оболочек, пластин) произвольно, сопрягающий элемент имеет произвольное поперечное сечение, взаимное размещение срединных поверхностей оболочек (пластин) и оси сопрягающего их стержня также достаточно произвольно.

Рассмотрим систему, состоящую из n оболочек (пластин) и сопрягающего их плоского криволинейного стержня произвольного поперечного сечения под воздействием тепловых и силовых факторов. Общий вид системы изображен на рис. 1; на рис. 2 представлено ее нормальное к оси стержня сечение. Стержень отнесем к смешанной системе коорди-

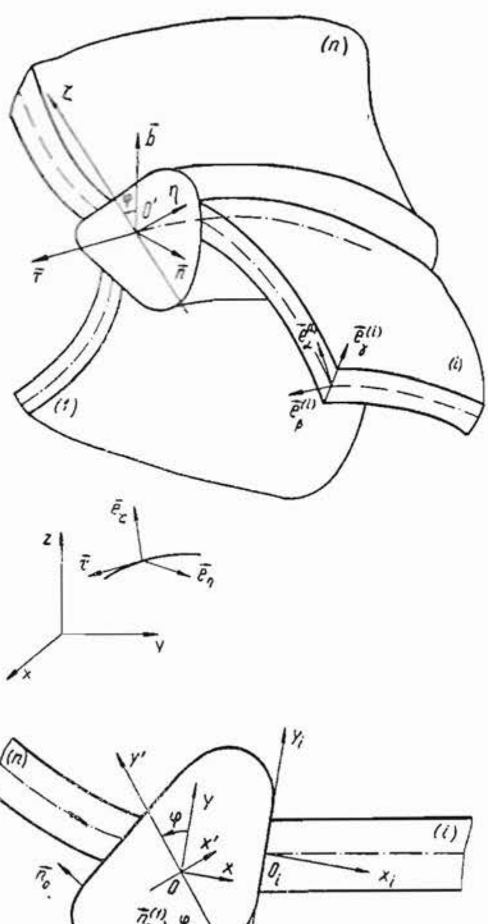

Рис. 1.

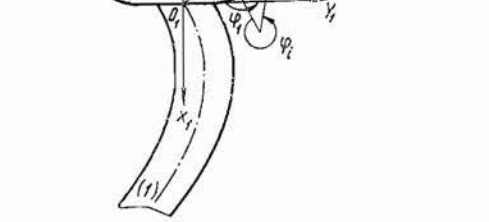

Рис. 2.

нат $\eta\zeta s_0$: оси η и ζ совместим с главными осями поперечного сечения; в качестве координатной линии $\eta=0$, $\zeta=0$ выберем некоторую эквидистантную оси стержня кривую и будем ее называть базисной линией; s_0 — длина дуги этой линии. Базисная линия, в частности, может совпадать с осью стержня.

Кинематические соотношения для рассматриваемого плоского криволинейного стержня представим в векторной форме

$$e_0=\vec{\tau}\frac{d\vec{u}_0}{ds_0},\quad \vec{\theta}_0=\vec{\tau}\times\frac{d\vec{u}_0}{ds_0},\quad \vec{\omega}=\frac{d\vec{\theta}}{ds_0},\quad \vec{\theta}=\vec{\theta}_0+\theta_{0\tau}\vec{\tau}. \tag{1}$$

Здесь e_θ — относительное удлинение базисной линии; $\vec{u}_0$ — вектор перемещений базисной линии; $\vec{\theta}$ — вектор поворота осей подвижного трехгранника базисной линии вследствие деформации стержня; $\theta_{0\tau}$ — угол закручивания; $\vec{\omega}$ — вектор относительной угловой деформации базисной линии; производная в этих соотношениях берется в неподвижной системе координат xyz.

Из условий равновесия всех приложенных к элементу ds_0 сил получаем

$$\frac{d\vec{V}}{ds_0}+\sum_{i=1}^{n}\frac{r_i}{r_0}\vec{N}_1^{(i)}+\vec{q}=0,$$

$$\frac{d\vec{M}}{ds_0}+(\vec{\tau}\times\vec{V})+\sum_{i=1}^{n}\frac{r_i}{r_0}[\vec{M}_1^{(i)}+(\vec{\rho}_i\times\vec{N}_1^{(i)})]+\vec{m}=0. \tag{2}$$

В уравнениях (2) обозначено: $\vec{V}$ и $\vec{M}$ — главный вектор и главный момент внутренних напряжений, действующих в поперечном сечении стержня; $\vec{N}_1^{(i)}$ и $\vec{M}_1^{(i)}$ — векторы усилий и моментов, передающихся от сопрягаемых оболочек; $\vec{q}$ — вектор распределенных по длине стержня сил; $\vec{m}$ — распределенный вектор-момент; r_0 — радиус кривизны базисной линии; $r_i\,(i=\overline{1,\ n})$ — радиус кривизны линии пересечения срединной поверхности i-й оболочки и боковой поверхности стержня; $\vec{\rho}_i$ — радиус-вектор точки пересечения этой линии с плоскостью поперечного сечения.

Для нормальных к поперечному сечению стержня напряжений σ (в пренебрежении взаимным надавливанием его продольных волокон) на основании гипотезы плоских сечений имеем [9]

$$\sigma=E\,[(e_0+\zeta\omega_{0\eta}-\eta\omega_{0\zeta})\,r_0\,(r_0-\eta\cos\varphi+\zeta\sin\varphi)^{-1}-\alpha t]. \tag{3}$$

Здесь $\omega_{0\eta}\,(\omega_{0\zeta})$ — обусловленный деформацией стержня относительный угол поворота поперечного сечения относительно оси $0\eta\,(0\zeta)$; E, α — модуль Юнга и коэффициент температурного расширения материала стержня; t — температура стержня.

Для определения усилий и моментов

$$V_\tau=\iint\limits_D\sigma dF,\quad M_\eta=\iint\limits_D\sigma\zeta dF,\quad M_\zeta=-\iint\limits_D\sigma\eta dF$$

с учетом выражения (3) получаем

$$\begin{aligned}
V_\tau&=E\,(A_{00}e_0+A_{01}\omega_{0\eta}-A_{10}\omega_{0\zeta}-\alpha FT),\\
M_\eta&=E\,[A_{01}e_0+A_{02}\omega_{0\eta}-A_{11}\omega_{0\zeta}-\alpha\,(W_x\Theta_x-y_0FT)],\\
M_\zeta&=E\,[A_{10}e_0+A_{11}\omega_{0\eta}-A_{20}\omega_{0\zeta}-\alpha\,(W_y\Theta_y-x_0FT)],\\
A_{ij}&=r_0\iint\limits_D\eta^i\zeta^j\,(r_0-\eta\cos\varphi+\zeta\sin\varphi)^{-1}\,dF.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь T, Θ_x, Θ_y — температурные аналоги осевого усилия и изгибающих моментов в стержне [9]; W_x, W_y — моменты сопротивления поперечного сечения стержня при его изгибе относительно главных центральных осей $x'y'$; x_0, y_0 — координаты точки пересечения базисной линии с поперечным сечением стержня в системе координат $x'y'$.

Связь между крутящим моментом M_τ и относительным углом закручивания $\omega_{0\tau}$ в задаче термоупругости такая же, как и при отсутствии тепловых воздействий [9]:

$$M_\tau = G\omega_{0\tau}, \tag{5}$$

G — жесткость стержня при кручении.

В случае идеального механического контакта в областях сопряжения должны выполняться (кроме условий непрерывности напряжений, уже использованных выше при получении уравнений равновесия) также условия равенства векторов перемещений сопрягаемых элементов

$$(\vec{u}_i)_{S_i} = (\vec{u})_{S_i} \quad (i = \overline{1,\ n}), \tag{6}$$

где $\vec{u}^i$ — вектор перемещений точек i-й оболочки; $\vec{u}$ — вектор перемещений точек стержня; S_i — поверхность контакта i-й оболочки и стержня.

Из соотношений (1), (2) и (4) — (6) получим условия на величины, описывающие напряженно-деформированное состояние оболочек. Рассмотрим случай, когда поперечное сечение стержня имеет ось симметрии, лежащую в плоскости оси стержня; в качестве базисной выберем нейтральную линию (для чистого изгиба стержня в плоскости его оси). В этом случае $\varphi = 0$; $A_{10} = A_{01} = A_{11} = 0$; $y_0 = 0$; $x_0 = \eta_0$; η_0 — расстояние от нейтральной линии до центра тяжести области D, определяемое по известной формуле [12].

Предположим, что линия пересечения срединной поверхности i-й оболочки с боковой поверхностью стержня совпадает с координатной линией $\alpha_i = \text{const}$ $(i = \overline{1,\ n})$. В этом случае для векторов контактных усилий $\vec{N}_1^{(i)}$ и контактных моментов $\vec{M}_1^{(i)}$ имеем следующие представления [11]:

$$\vec{N}_1^{(i)} = -\left(N_1^{(i)}\vec{e}_\alpha^{(i)} + T_1^{(i)}\vec{e}_\beta^{(i)} + Q_1^{(i)}\vec{e}_\gamma^{(i)}\right.\quad \vec{M}_1^{(i)} = M_{12}^{(i)}\vec{e}_\alpha^{(i)} - M_1^{(i)}\vec{e}_\beta^{(i)}. \tag{7}$$

Запишем зависимости между ортами $\vec{e}_\alpha^{(i)}$, $\vec{e}_\beta^{(i)}$, $\vec{e}_\gamma^{(i)}$ и $\vec{e}_\eta$, $\vec{e}_\zeta$, $\vec{\tau}$ (см. рис. 1—2):

$$\begin{gathered} \vec{e}_\alpha^{(i)} = -\vec{e}_\eta \sin(\psi_i - \varphi_i) - \vec{e}_\zeta \cos(\psi_i - \varphi_i),\quad \vec{e}_\beta^{(i)} = \vec{\tau}, \\ \vec{e}_\gamma^{(i)} = -\vec{e}_\eta \cos(\psi_i - \varphi_i) + \vec{e}_\zeta \sin(\psi_i - \varphi_i)\quad (i = \overline{1,\ n}), \end{gathered} \tag{8}$$

а также зависимости между ортами $\vec{e}_\eta$, $\vec{e}_\zeta$, $\vec{\tau}$ и их производными:

$$\begin{gathered} \vec{e}_\eta \times \vec{e}_\zeta = \vec{\tau},\quad \vec{e}_\zeta \times \vec{\tau} = \vec{e}_\eta,\quad \vec{\tau} \times \vec{e}_\eta = \vec{e}_\zeta, \\ (\vec{e}_\eta)_s = -r_0^{-1}\vec{\tau},\quad (\vec{\tau})_s = r_0^{-1}\vec{e}_\eta,\quad (\vec{e}_\eta)_s = 0, \end{gathered} \tag{9}$$

$(\ldots)_s$ — знак локальной производной по координате s_0.

На основании гипотезы плоских сечений и теоремы Шаля [2] имеем

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + (\vec{\theta} \times \vec{\rho}),\quad \vec{\rho} = \eta\vec{e}_\eta + \zeta\vec{e}_\zeta. \tag{10}$$

Из равенств (6) с учетом разложения векторов $\vec{u}$, $\vec{u}_0$, $\vec{\theta}$ по ортам $\vec{e}_\eta$, $\vec{e}_\zeta$, $\vec{\tau}$, выражений (2.2.5) и (2.2.6) из [11], а также формул перехода от координат α_i, β_i, γ_i к координатам η, ζ, s_0 (8) получаем

$$\begin{gathered} -\overset{*}{u}_i = u_{0\eta} \sin(\psi_i - \varphi_i) + u_{0\zeta} \cos(\psi_i - \varphi_i) + \\ + [\eta_i \cos(\psi_i - \varphi_i) - \zeta_i \sin(\psi_i - \varphi_i)]\, \theta_{0\tau}, \\ \overset{*}{w}_i = -u_{0\eta} \cos(\psi_i - \varphi_i) + u_{0\zeta} \sin(\psi_i - \varphi_i) + \\ + [\eta_i \sin(\psi_i - \varphi_i) + \zeta_i \cos(\psi_i - \varphi_i)]\, \theta_{0\tau}, \end{gathered} \tag{11}$$

$$v_i^* = u_{0\tau} - \eta_i\theta_{0\zeta} + \zeta_i\theta_{0\eta},\ \left(A_i^{-1}\frac{\partial w_i}{\partial\alpha_i} - k_1^{(i)}u_i\right)_* = -\theta_{0\tau}\ (i = \overline{1, n}).$$

В соотношениях (11) u_i, v_i, w_i — составляющие вектора перемещений i-й оболочки; $u_{0\eta}$, $u_{0\zeta}$, $u_{0\tau}$ ($\theta_{0\eta}$, $\theta_{0\zeta}$, $\theta_{0\tau}$) — составляющие вектора перемещений (углов поворота) базисной линии стержня; A_i, $k_1^{(i)}$ — коэффициент Ламэ и соответствующая координате α_i главная кривизна срединной поверхности i-й оболочки; φ_i — угол между осями 0η и 0_iy_i; $0_ix_iy_i$ — локальная система координат, связанная с i-й оболочкой (см. рис. 2); ψ_i — угол в плоскости поперечного сечения стержня, образованный нормалями к поверхности S_i и срединной поверхности i-й оболочки; η_i, ζ_i — координаты точки 0_i в системе $0\eta\zeta$; звездочкой отмечены значения соответствующих величин в областях контакта.

Из соотношений (11) (при $i = 1$) и второго из соотношений (1) имеем

$$u_{0\zeta} = w_*^{(1)},\ u_{0\eta} = u_*^{(1)},\ u_{0\tau} = v_*^{(1)},\ \theta_{0\tau} = -\theta_*^{(1)},$$
$$\theta_{0\eta} = \left(w_*^{(1)}\right)_s,\quad \theta_{0\zeta} = \left(u_*^{(1)}\right)_s + r_0^{-1}\theta_*^{(1)}. \tag{12}$$

Здесь обозначено:

$$u_*^{(i)} = -u_i^*\sin(\psi_i - \varphi_i) - w_i^*\cos(\psi_i - \varphi_i) - \zeta_i\theta_*^{(1)},$$
$$w_*^{(i)} = -u_i^*\cos(\psi_i - \varphi) + w_i^*\sin(\psi_i - \varphi_i) + \eta_i\theta_*^{(1)}\quad (i = \overline{1, n}),$$
$$v_*^{(i)} = r_0(r_0 - \eta_i)^{-1}\{v_i^* + \zeta_i[-u_i^*\cos(\psi_i - \varphi_i) + w_i^*\sin(\psi_i - \varphi_i)]_s -$$
$$- \eta_i[u_i^*\sin(\psi_i - \varphi_i) + w_i^*\cos(\psi_i - \varphi_i)]_s\}, \tag{13}$$
$$\theta_*^{(i)} = \left[A_i^{-1}\frac{\partial w_i}{\partial\alpha_i} - k_1^{(i)}u_i\right]_*,\ (\ldots)_s = \left(1 - \eta_1\cdot r_0^{-1}\right)B_1^{-1}\frac{d}{d\beta_1}.$$

Выражения (12) для составляющих вектора перемещений и вектора углов поворота базисной линии стержня подставим в оставшиеся неиспользованными $4(n-1)$ соотношений (11); в результате имеем $4(n-1)$ условий, которым должны удовлетворять перемещения оболочек в областях сопряжения:

$$u_*^{(i)} = u_*^{(1)},\ w_*^{(i)} = w_*^{(1)},\ v_*^{(i)} = v_*^{(i)},\ \theta_*^{(i)} = \theta_*^{(1)}\quad (i = \overline{2, n}). \tag{14}$$

Недостающие 4 условия получим из уравнений равновесия стержневого элемента (2). Из соотношений (4) в рассматриваемом случае для усилий и моментов имеем

$$V_\tau = EF(e_0 - \alpha T),\quad M_\eta = EA_{02}\left(\omega_{0\eta} - W_xA_{02}^{-1}\Theta_x\right),$$
$$M_\zeta = EA_{20}[\omega_{0\zeta} + \alpha A_{20}^{-1}(W_y\Theta_y - \eta_0FT)],\ M_\tau = G\omega_{0\tau}. \tag{15}$$

В формулы (1) вместо векторов $\vec{u}_0$ и $\vec{\theta}$ внесем их разложения по координатным ортам $\vec{e}_\eta$, $\vec{e}_\zeta$ и $\vec{\tau}$ и используем формулу перехода от производной в неподвижной системе координат XYZ к локальной производной [2] и формулы (12). В результате для относительного удлинения e_0 и составляющих вектора относительных углов поворота $\omega_{0\eta}$, $\omega_{0\zeta}$ и $\omega_{0\tau}$ базисной линии стержневого элемента получим

$$e_0 = \left(v_*^{(1)}\right)_s + r_0^{-1}\left(w_*^{(1)}\right)_s,\quad \omega_{0\eta} = -\left(w_*^{(1)}\right)_{ss} - r_0^{-1}\theta_*^{(1)},$$
$$\omega_{0\eta} = \left(u_*^{(1)}\right)_{ss} + \left(r_0^{-1}v_*^{(1)}\right)_s,\quad \omega_{0\tau} = -\left(\theta_*^{(1)}\right)_s + r_0^{-1}\left(w_*^{(1)}\right)_s. \tag{16}$$

Из уравнений равновесия (6) с учетом (7) — (9) и (15) — (16) имеем

$$A\left[\left(v_*^{(1)}\right)_s - r_0^{-1}u_*^{(1)}\right]_s - Cr_0^{-1}\left[\left(u_*^{(1)}\right)_{ss} + \left(r_0v_*^{(1)}\right)_s\right]_s -$$
$$- \sum_{i=1}^{n} r_ir_0^{-2}\left[M_{12}^{(i)}\cos(\psi_i - \varphi_i) + (r_0 - \eta_i)T_1^{(i)}\right] =$$
$$= \alpha\left[\left(1 - \eta_0r_0^{-1}\right)A(T)_s - W_yr_0^{-1}A_{20}^{-1}C(\Theta_y)_s\right] - m_\zeta,$$

$$
\begin{gathered}
C\,[(u_*^{(1)})_{ss} + (r_0^{-1} v_*^{(1)})_s]_{ss} - A r_0^{-1}\,[(v_*^{(1)})_s - r_0^{-1} u_*^{(1)}] - \\
- \sum_{i=1}^{n} \{r_i r_0^{-1}\,[M_{12}^{(i)} \cos(\psi_i - \varphi_i) - \eta_i T_1^{(i)}]\}_s - \sum_{i=1}^{n} r_i r_0^{-1} N_i^* = \\
= \alpha \{A\,[\eta_0 (T)_{ss} - r_0^{-1} T] - C W_y A_{20}^{-1} (\Theta_y)_{ss}\} + N_0 - (m_\zeta)_s, \qquad (17) \\
- B\,[(w_*^{(1)})_{ss} + r_0^{-1} \theta_*^{(1)}]_{ss} + G\,\{r_0^{-1}\,[-(\theta_*^{(1)})_s + r_0^{-1} (w_*^{(1)})_s]\}_s + \\
+ \sum_{i=1}^{n} \{r_i r_0^{-1}\,[-M_{12} \sin(\psi_i - \varphi_i) - \zeta_i T_1^{(i)}]\}_s + \sum_{i=1}^{n} r_i r_0^{-1} P_i^* = \\
= \alpha B W_x A_{02}^{-1} (\Theta_x)_{ss} + P_0 (m_\eta)_s, \\
G\,[-(\theta_*^{(1)})_s + r_0^{-1} (w_*^{(1)})_s]_s + B r_0^{-1}\,[(w_*^{(1)})_{ss} + r_0^{-1} \theta_*^{(1)}] - \\
- \sum_{i=1}^{n} r_i r_0^{-1} (M_1^{(i)} - \eta_i P_i^* - \zeta_i N_i^*) = -\alpha B W_x (r_0 A_{02})^{-1} \Theta_x - m_\tau.
\end{gathered}
$$

Здесь A, B, C — жесткости стержня на растяжение и изгиб, $A = EF$, $B = EA_{02}$, $C = EA_{20}$;

$$
\begin{gathered}
N_i^* = N_{1*}^{(i)} \sin(\psi_i - \varphi_i) + Q_{1*}^{(i)} \cos(\psi_i - \varphi_i), \\
P_i^* = N_{1*}^{(i)} \cos(\psi_i - \varphi_i) - Q_{1*}^{(i)} \sin(\psi_i - \varphi_i).
\end{gathered}
$$

Соотношения (14) и (17) представляют собой $4n$ условий, которым должны удовлетворять решения уравнений термоупругости оболочек. Таким образом, для определения термонапряженного состояния системы n оболочек, сопряженных с помощью стержневого элемента, необходимо решить уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние оболочек [1, 11], при соответствующих краевых условиях и условиях (14) и (17).

Соотношения (14) и (17) представляют собой условия неидеального термомеханического контакта сопряженных оболочек. Они непосредственно связывают перемещения, усилия и моменты сопрягаемых оболочек и содержат в качестве коэффициентов физико-механические и геометрические параметры стержневого элемента, посредством которого осуществляется сопряжение, а также интегральные характеристики его температурного поля.

Если поставленная задача для сопрягаемых оболочек решена, то перемещения, деформации, моменты и осевое усилие в стержневом элементе определяются путем дифференцирования известных уже величин по формулам (12), (13), (15) и (16), а для определения перерезывающих усилий имеем выражения

$$
V_\eta = -(M_\zeta)_s + \sum_{i=1}^{n} r_i r_0^{-1}\,[M_{12}^{(i)} \cos(\psi_i - \varphi_i) - \eta_i T_1^{(i)}] - m_\zeta,
$$

$$
V_\zeta = (M_\eta)_s - r_0^{-1} M_\tau - \sum_{i=1}^{n} r_i r_0^{-1}\,[M_{12}^{(i)} \sin(\psi_i - \varphi_i) + \zeta_i T_1^{(i)}] + m_\eta,
$$

которые, как и соотношения (17), следуют из уравнений равновесия стержневого элемента (2).

1. *Амбарцумян С. А.* Общая теория анизотропных оболочек. — М.: Наука, 1974.— 446 с.
2. *Бухгольц Н. Н.* Основной курс теоретической механики: В 2-х ч. — М.: Наука, 1967.— Ч.1. 467 с.
3. *Караванский О. В.* О термомеханическом контакте пластин, соединенных ребром жесткости.— Прикл. механика, 1970, 6, № 7 с. 85—93.
4. *Підстригач Я. С.* Умови теплового контакту твердих тіл. — Доп. АН УРСР, 1963, № 8, с. 872—874.
5. *Подстригач Я. С.* Температурное поле в системе твердых тел, сопряженных с помощью тонкого промежуточного слоя.— Инж.-физ. журн., 1963, 6, № 10, с. 127—137.

6. *Подстригач Я. С.* Влияние инородных включений на распределение температурных полей и напряжений в упругих телах. — Концентрация напряжений, 1965, вып. 1, с. 207—218.
7. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Обобщенная термомеханика. — Киев : Наук. думка, 1976.—310 с.
8. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М* . Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. — Киев : Наук. думка, 1972.—308 с.
9. *Подстригач Я. С., Чернуха Ю. А., Войтович Н. И.* К определению температурных полей и напряжений в оболочках, сопряженных через стержень. — В кн.: Математические методы в термомеханике. Киев : Наук. думка, 1978, с. 3—11.
10. *Подстригач Я. С. Шевчук П. Р.* О напряженно-деформированном состоянии нагреваемых упругих тел, содержащих включения в виде тонких оболочек. — Прикл. механика, 1967, 3, № 6, с. 8—16.
11. *Подстригач Я. С., Швец Р. Н.* Термоупругость тонких оболочек. — Киев : Наук. думка, 1978.—343 с.
12. *Тимошенко С. П.* Сопротивление материалов: В 2-х т. — М. : Наука, 1965.— Т. 1. 363 с.

Ин-т прикладных проблем
механики и математики АН УССР.
Львов

Получено 15.02.84

УДК 539.377

В. С. Попович

УРАВНЕНИЯ ТЕРМОУПРУГОСТИ АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИНАМИ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Рассмотрим тело, армированное слоями конечной толщины (рисунок). Физико-механические характеристики такого тела можно представить в виде [5]

$$p(z) = p_1 + (p_0 - p_1) \sum_{i=1}^{n} N_i(z), \qquad (1)$$

где $N_i(z) = S_-(z - h_i + h) - S_+(z - h_i - h)$; p_1, p_0 — физико-механические характеристики основного материала и материала армирующих слоев; h_i — координата срединной плоскости i-го слоя; n — количество армирующих слоев; $S_\pm(\xi)$ — асимметричные единичные функции [2].

Подставив коэффициент теплопроводности $\lambda_t(z)$, удельную теплоемкость $c(z)$ и плотность $\rho(z)$, представленные в виде (1), в уравнение теплопроводности неоднородного тела [1], учитывая при этом, что в виде (1) представляется и любая комбинация характеристик, а коэффициенты Ляме $\lambda(z)$, $\mu(z)$ и температурный коэффициент линейного расширения $\alpha_t(z)$, представленные аналогично,— в уравнения движения неоднородного тела [1], после некоторых преобразований приходим к уравнениям термоупругости армированных тел с коэффициентами типа ступенчатых и импульсных функций:

$$\Delta t + \frac{\lambda_t^{(0)} - \lambda_t^{(1)}}{\lambda_t^{(1)}} \sum_{i=1}^{n} \left[\left.\frac{\partial t}{\partial z}\right|_{z=h_i^-} \delta_-(z - h_i^-) - \left.\frac{\partial t}{\partial z}\right|_{z=h_i^+} \delta_+(z - h_i^+) \right] =$$

$$= \left[\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_1} \right) \sum_{i=1}^{n} N_i(z) \right] \dot{t} - \left[\frac{1}{\lambda_t^{(1)}} + \left(\frac{1}{\lambda_t^{(0)}} - \frac{1}{\lambda_t^{(1)}} \right) \sum_{i=1}^{n} N_i(z) \right] w_t, \qquad (2)$$

$$\Delta u + (1 + \omega_\lambda) \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{\mu_0 - \mu_1}{\mu_1} \sum_{i=1}^{n} \left[\left.\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)\right|_{z=h_i^-} \delta_-(z - h_i^-) - \right.$$

$$\left. - \left.\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)\right|_{z=h_i^+} \delta_+(z - h_i^+) \right] = \omega_\beta \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \omega_\rho \ddot{u} \ (x,\ u \rightleftarrows y,\ v),$$