УДК 539.3

М. В. Белубекян[1], С. В. Саркисян[2]

# ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ ТОНКИЙ СЛОЙ – ПОЛУПРОСТРАНСТВО СО СМЕШАННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ*

*Рассмотрены две проблемы, связанные с упругими слоистыми волноводами. Для первой из них предложена модель для исследования распространения волн в упругих телах (полупространство с тонким слоем), где на внешней границе слоя касательное напряжение пропорционально соответствующей составляющей скорости, а для второй – модель для определения влияния сосредоточенной массы, распределенной по плоскости упругого слоя, на характеристики упругого волновода.*

***Ключевые слова:*** *система слой – полупространство, смешанные граничные условия, активное и реактивное акустическое сопротивление, волновод, дисперсионное уравнение, локализованные колебания.*

**Введение.** В различных областях механики для решения ряда инженерных задач широкое применение находят многослойные структуры. В некоторых приложениях слоистые композиты являются волноводными структурами. Имеется большое количество литературы, где исследованы вопросы распространения волн в слоистых телах. В работах [9, 10] исследовано распространение волн в упругом изотропном слое в зависимости от граничных условий. При наличии в упругом теле свободного края могут появиться резонансные и локализованные в окрестности свободного края колебания. Обзор исследований такого типа колебаний приведен, в частности, в монографии [8]. В [4] для сдвиговых колебаний в слое с прямоугольным поперечным сечением установлены условия, при которых возможны одновременно локализованные и объемные сдвиговые колебания. В [5] предложена простая модель для исследования влияния свойства тонких покрытий на характеристики упругого волновода. Установлено, что выбором упругих свойств покрытий можно увеличить или уменьшить фазовые скорости сдвиговых волн. Содержательный обзор по упругим волноводам приводится в [10].

В математическом моделировании физических явлений важнейшую роль играет выбор граничных условий. При изучении процесса распространения волн в упругих твердых телах принимается одно из предположений: границы тела жестко закреплены или же границы тела свободны. Оба этих граничных условия являются, в большинстве случаев, очень хорошим приближением, но иногда необходимо принимать в расчет более общее взаимодействие на границах сред. На практике зачастую нельзя пренебречь реальными свойствами сред, окружающих тело. Обобщая, можно ввести условия упруго-закрепленных границ, где в одном случае получаем свободные границы, а в другом – жестко закрепленные [1, 9, 10, 12]. В работах [15–17] исследовано распространение волн в упругих телах с импедансными граничными условиями (на границе полупространства нормальное и касательное напряжения пропорциональны соответствующей составляющей перемещения, умноженного на частоту). Коэффициент, связывающий напряжения с соответствующей составляющей перемещения, принимает действительные значения. Отметим, что кроме коэффициента там присутствует и частота колебания. В общем случае, импеданс выражается [11] формулой $Z = Z_1 + iZ_2$, где $i$ – мнимая единица. Действительная часть (активное акустическое сопротивление) определяется диссипацией энергии в самой

[1] mbelubekyan@yahoo.com [2] vas@ysu.am

* Рекомендовано в печать Программным комитетом 10-й Международной научной конференции «Математические проблемы механики неоднородных структур» (17–20 сентября 2019 г., Львов, Украина, http://iapmm.lviv.ua/mpmns2019)

акустической системе и потерями на излучение звука. Мнимая часть (реактивное акустическое сопротивление) является следствием наличия в акустической системе сил упругости или инерции масс. Поэтому реактивное сопротивление бывает упругим или инерционным. Наличие частоты говорит о том, что граничное условие должно быть комплексным выражением.

Здесь рассмотрены две проблемы, связанные с упругими слоистыми волноводами. В первом случае предлагается модель для исследования распространения волн в упругих телах (полупространство с тонким слоем), где на внешней границе слоя касательное напряжение пропорционально соответствующей составляющей скорости. Во втором случае рассмотрена модель для изучения влияния сосредоточенной массы, распределенной по плоскости упругого слоя, на характеристики упругого волновода.

**1.1. Постановка и решение задачи о распространении волн в полупространстве с тонким слоем**. Рассмотрим чисто сдвиговые упругие волны в системе слой – полупространство. Полупространство из упругого материала в прямоугольной системе координат $(x, y, z)$ занимает область $\{x, z \in (-\infty, \infty),\ y \in [0, \infty)\}$, а слой – область $\{x, z \in (-\infty, \infty),\ y \in [-h, 0]\}$. Величины, относящиеся к слою, отметим индексом «1», а к полупространству – «2» [7]. Уравнение чисто сдвиговых волн имеет вид [13]:

$$\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \tag{1}$$

где

$$\sigma_{13} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \sigma_{23} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \tag{2}$$

$\sigma_{13}$, $\sigma_{23}$ – касательные напряжения, $w$ – упругое перемещение в направлении оси $z$, $t$ – время, $\mu$ – коэффициент сдвига.

Предполагается, что на внешней границе слоя задано условие

$$\sigma_{23}^1 + \alpha_0 \frac{\partial w_1}{\partial t} = 0, \quad y = -h, \quad \alpha_0 = \mathrm{const}. \tag{3}$$

На плоскости контакта слоя и полупространства принимается непрерывность перемещений и напряжений

$$w_1 = w_2, \quad \sigma_{23}^1 = \sigma_{23}^2, \quad y = 0. \tag{4}$$

Требуется найти решения уравнений (1), (2), удовлетворяющие условиям (3), (4) и условию затухания

$$\lim_{y \to \infty} w_2 = 0. \tag{5}$$

Решение волнового уравнения (1) для полупространства представим в виде [6]:

$$w_2 = A \exp(i(\omega t - kx) + kpy), \tag{6}$$

где $A = \mathrm{const}$ и $\omega$ – соответственно амплитуда и частота колебаний,

$$p^2 + \eta^2 - 1 = 0, \tag{7}$$

$\eta = \omega / (kc_t)$, $c_t^2 = \mu / \rho$, $\rho$ – плотность.

Для того чтобы решение (6) удовлетворяло условию затухания (5), необходимо выполнение неравенства

$$\mathrm{Re}\, p < 0.$$

Заметим, что в случае волн Лява $p \in \mathbb{R}$.

Если положить

$$\omega = \alpha_1 + i\beta_1, \quad p = r + iq,$$

то удовлетворение условия затухания обеспечит корень уравнения (7)

$$p_1 = -\Gamma + \frac{i\alpha\beta}{\Gamma}, \tag{8}$$

где

$$\Gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\alpha^2+\beta^2+\sqrt{(1-\alpha^2+\beta^2)^2+4\alpha^2\beta^2}},$$

$$\alpha = \alpha_1 / (kc_t), \quad \beta = \beta_1 / (kc_t).$$

При этом решение (6) при $p = p_1$ с учетом (8) обеспечивает выполнение условия затухания, если

$$0 < \alpha^2 < 1+\beta^2.$$

Предположим, что слой достаточно тонкий по сравнению с длиной волны, и запишем уравнение (1) в виде

$$\mu_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial \sigma_{23}^1}{\partial y} = \rho_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}. \tag{9}$$

Примем, что $w_1 = w_1(x,t)$, и проинтегрируем уравнение (9) по $y$ от $-h$ до $0$ с учетом граничных условий (3), (4). В результате получим

$$h\mu_1 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial w_2}{\partial y} + \alpha_0 \frac{\partial w_2}{\partial t} - \rho_1 h \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = 0, \quad y = 0. \tag{10}$$

Таким образом, для определения постоянной $A$ в решении (6) можно использовать граничное условие (10).

При подстановке решения (6) в граничное условие (10) получим дисперсионное уравнение

$$H(\eta^2\theta - 1) + i\gamma\eta\alpha_* - \gamma\sqrt{1-\eta^2} = 0 \tag{11}$$

для полупространства с тонким слоем с граничным условием (3). Здесь $c_{t1}^2 = \mu_1 / \rho_1$, $\theta = c_t^2 / c_{t1}^2$, $kh = H$, $\alpha_* = \alpha_0 c_t / \mu$, $\gamma = \mu / \mu_1$, $\delta = \rho / \rho_1$.

Если $\alpha_* = 0$, то из (11) следует дисперсионное уравнение задачи Лява для полупространства с тонким слоем, которое имеет действительное решение, удовлетворяющее условию затухания (5) при $\theta > 1$. Уравнение (11) запишем в виде

$$\sqrt{1-\eta} = \frac{1}{\sqrt{1+\eta}}\left(\frac{1}{\gamma}H(\eta^2\theta - 1) + i\alpha_*\eta\right). \tag{12}$$

Запись (12) удобна для нахождения корня уравнения (11) методом последовательных приближений:

$$\eta_n = 1 - \frac{1}{1+\eta_{n-1}}\left(\frac{1}{\gamma}H(\eta_{n-1}^2\theta - 1) + i\alpha_*\eta_{n-1}\right).$$

На основе численного решения уравнения (11) при различных значениях параметров слоя и полупространства делаем вывод, что наличие на внешней границе слоя условия (3) (тонкий слой) приводит к незначительному усилению затухания по глубине.

**1.2. Решение краевой задачи с импедансными граничными условиями**. Рассмотрим задачу Лява с импедансными граничными условиями (на границе полупространства нормальное и касательное напряжения изменяются линейно с соответствующей составляющей перемещения, умноженного на частоту) [15–17]. Граничное условие (3) заменим на

$$\sigma_{23}^1 + \omega Z w_1 = 0, \quad y = -h. \tag{13}$$

Здесь $\omega \in \mathbb{R}$ − частота, $Z = \text{const} \in \mathbb{R}$. Условие (13) соответствует следующей модели: упругий слой покрыт бесконечной тонкой мембраной, противодействующей касательным перемещениям на границе. Отметим, что при $Z = 0$ (13) описывает случай, когда граница слоя свободна от напряжений, а при $Z \to \infty$ − граница слоя закреплена.

Для задачи Лява с граничными условиями (4), (13) получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\operatorname{tg}(kh\sqrt{\theta\eta^2 - 1}) = \frac{\gamma - \omega Z / (\mu_1 k\sqrt{1-\eta^2})}{\sqrt{(\theta\eta^2 - 1)/(1-\eta^2)} + \gamma\omega Z / (\mu_1 k\sqrt{\theta\eta^2 - 1})}. \tag{14}$$

Из (14) при $Z = 0$ следует дисперсионное уравнение задачи Лява [14].

Для полупространства с тонким слоем дисперсионное уравнение запишем в виде

$$\frac{\gamma}{H}\sqrt{1-\eta^2} = \theta\eta^2 - 1 + \frac{Zc_t}{\mu_1 H}\eta. \tag{15}$$

При $Z = 0$ уравнение (15) имеет действительное решение $\theta^{-1} < \eta^2 < 1$, удовлетворяющее условию затухания (5), если $\theta > 1$. При $Z \in \mathbb{R}$ это уравнение не имеет действительных корней. Следовательно, для полупространства с тонким слоем с импедансными граничными условиями (13) не существует сдвиговых упругих волн типа Лява.

**2.1. Постановка и решение задачи о распространении чисто сдвиговых волн в системе тонкий слой − волновод**. Пусть тонкий по сравнению с длиной волны слой (волновод) $\{-\infty < x < \infty, h \le y \le h_1, -\infty < z < \infty\}$ характеризуется объемной плотностью $\rho_1$ и модулем сдвига $\mu_1$, а $w_1(x,y,t)$ − компонента вектора перемещения его точек. Пусть другой (базовый) слой $\{-\infty < x < \infty, 0 \le y \le h, -\infty < z < \infty\}$ имеет объемную плотность $\rho_2$ и модуль сдвига $\mu_2$. Заданы условия идеального контакта:

$$w_2(x,0,t) = 0, \quad w_2(x,h,t) = w_1(x,h,t),$$

$$\sigma_{23}^2(x,h,t) = \sigma_{23}^1(x,h,t), \quad \sigma_{23}^1(x,h_1,t) = 0.$$

Приняв $w_1 = w_1(x,t)$ и усреднив уравнение чисто сдвиговых волн в тонком слое, получим

$$\sigma_{23}^2 = -m_0\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2}, \quad m_0 = \rho_1(h_1 - h), \;\; y = h. \tag{16}$$

Таким образом, решение уравнения чисто сдвиговых волн в тонком слое сводится к граничному условию для уравнения в слое.

Предположим, что нижняя грань второго слоя закреплена

$$w_2(x,0,t) = 0, \tag{17}$$

а на верхней заданы условия (16). Последнее условие возникает вследствие либо наличия тонкого слоя из материала с отличными от материала базового слоя характеристиками [2−4], либо наличия сосредоточенной (инерционной) массы, распределенной по плоскости $y = h$.

Пусть в системе распространяется периодическая волна с фазовой скоростью $c$:

$$w(x,y,t) = f(y)\exp(i(kx - \omega t)), \tag{18}$$

где $\omega$ − частота колебаний, $k = \omega / c$ − волновое число.

Из уравнений (1), (2) с учетом (18) для искомой функции $f(y)$ получим

$$\frac{d^2 f}{dy^2} - k^2(1-\eta)f(y) = 0\ , \tag{19}$$

где $\eta = c^2 / c_t^2 < 1$ – искомая безразмерная фазовая скорость. Отметим, что уравнение (19) в общем случае может иметь решение, удовлетворяющее как условию $\eta < 1$, так и $\eta \geq 1$. Аналогичная ситуация имеет место в задаче распространения сдвиговых волн в двухслойной среде [14].

Решение уравнения (19) можно представить в виде

$$f(y) = A\,\mathrm{sh}(ky\sqrt{1-\eta}) + B\,\mathrm{ch}(ky\sqrt{1-\eta})\ ,$$

где постоянные $A$ и $B$ определяются при помощи условий (16), (17)

$$B = 0, \quad A\left( \mathrm{ch}(kh\sqrt{1-\eta}) - m\sqrt{\frac{\eta}{1-\eta}}\ \mathrm{sh}(kh\sqrt{1-\eta}) \right) = 0\ ,$$

$$m = m_0\omega / (\rho c_t)\ . \tag{20}$$

Из (20) следует либо тождество $A = 0$, что соответствует нулевому решению уравнения (1) с граничными условиями (17), либо же для существования нетривиального решения выполняется дисперсионное уравнение относительно безразмерной фазовой скорости $\eta$:

$$m\,\mathrm{th}(kh\sqrt{1-\eta}) - \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}} = 0\ . \tag{21}$$

**2.2. Исследование дисперсионного уравнения и численные результаты**. Рассмотрим предельные случаи. Пусть длина волны $\ell = 2\pi / k$ очень мала по сравнению с толщиной слоя $h$. В этом случае величина $kh\sqrt{1-\eta}$ очень велика при конечном значении $c$ и гиперболический тангенс в уравнении (21) можно принять равным единице. В этом случае $\eta = (1+m^2)^{-1}$.

Если длина волны очень велика по сравнению с толщиной слоя, то величина $kh\sqrt{1-\eta}$ будет малой при конечном значении $c$. Тогда, заменив гиперболический тангенс его аргументом, получим $\eta = (mkh)^{-2}$.

Представим уравнение (21) в виде

$$m\frac{\mathrm{th}(kh\sqrt{1-\eta})}{\sqrt{1-\eta}} = \frac{1}{\sqrt{\eta}}\ . \tag{22}$$

Предельным переходом $\eta \to 1$ в (22) можно показать, что уравнение (21) имеет решение, удовлетворяющее условию $\eta < 1$ (типа локализованных колебаний), при условии

$$kh > 1 / m\ . \tag{23}$$

Отметим, что при $\eta > 1$ получаем колебания упругого изотропного слоя толщиной $h$ со сосредоточенной массой $m_0$ с частотой $\omega$, которую можно определить из уравнения $\sqrt{\eta - 1}\,\mathrm{ctg}(kh\sqrt{\eta-1}) = m\sqrt{\eta}$.

В таблицах 1–3 приведены значения безразмерной фазовой скорости $\eta$ дисперсионного уравнения (21) при различных значениях $kh$ и $m$, удовлетворяющих условию существования (23). Как видно из таблиц, при фиксированных значениях $kh$ с возрастанием приведенных значений сосредоточенной массы $m$ безразмерная фазовая скорость $\eta$ убывает. Аналогичная

Таблица 1

| $m$ | 11 | 12 | 13 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | 0.8274 | 0.6959 | 0.5933 | 0.4461 |

картина наблюдается и в том случае, когда приведенные значения сосредоточенной массы $m$ фиксированы, а значения $kh$ варьируются.

Таблица 2

| $m$ \ $kh$ | 0.1 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | – | – | 0.5728 | 0.5153 |
| 2 | – | 0.3624 | 0.2193 | 0.2030 |
| 3 | – | 0.1765 | 0.1086 | 0.1012 |
| 5 | – | 0.0669 | 0.0415 | 0.0389 |

Таблица 3

| $m$ \ $kh$ | 0.3 | 0.5 |
|---|---|---|
| 3.5 | 0.9118 | 0.3618 |
| 4 | 0.7067 | 0.2805 |
| 4.5 | 0.5631 | 0.2236 |
| 5 | 0.4589 | 0.1822 |

На рис. 1 представлены результаты решения дисперсионного уравнения (21) при различных значениях параметров $kh$ и $m$, удовлетворяющих условию существования (23).

При отсутствии сосредоточенной массы $m$, как следует из дисперсионного уравнения (21), имеем $\eta = 1$. Наличие сосредоточенной массы приводит к образованию в слое локализованных колебаний с безразмерной фазовой скоростью $\eta < 1$ (например, при $m = 2$, $kh = 1$, $\eta = 0.3624$). Анализ кривых подтверждает результаты, приведенные в таблицах. Неравенство (23) является условием возникновения фазовых скоростей, удовлетворяющих условию $\eta < 1$.

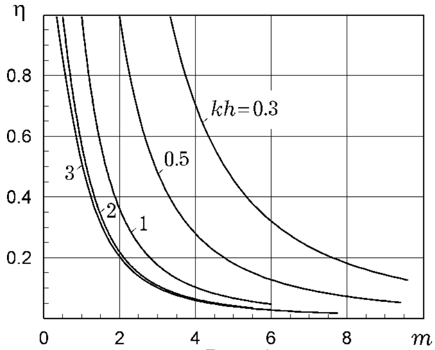

Рис. 1

**Заключение**. В статье показано, что для полупространства с тонким слоем при импедансных граничных условиях не существует сдвиговых упругих волн типа Лява. На основе исследования упрощенных уравнений проанализирован волновой процесс в рассмотренной структуре. Для упругого слоя с сосредоточенной массой, распределенной по плоскости $y = h$, получено условие в форме неравенства для сосредоточенной массы от значений $kh$, при выполнении которого в упругом слое существуют локализованные колебания. Установлено, что выбором сосредоточенной массы можно уменьшить фазовые скорости сдвиговых волн.

1. *Белубекян М. В.* Волна Рэлея в случае упруго-стеснённой границы // Изв. НАН Армении. Механика. – 2011. – **64**, № 4. – С. 3–6.
2. *Белубекян М. В.* Об условиях существования волн Лява с неоднородным слоем // Изв. НАН Армении. Механика. – 1991. – **44**, № 3. – С. 7–10.
3. *Белубекян М. В.* О поверхностных волнах Лява в случае композиционного слоя // В кн.: «Актуальные проблемы неоднородной механики»: Материалы Всесоюз. науч. семинара. – Ереван: ЕГУ, 1991. – С. 66–71.
4. *Белубекян В. М., Белубекян М. В.* Резонансные и локализованные сдвиговые колебания в слое с прямоугольным поперечным сечением // Докл. НАН Армении. – 2015. – **115**, № 1. – С. 40–43.
5. *Белубекян В. М., Оганян С. К., Казарян К. Б., Можаровский В. В., Марьина Н. А.* Распространение сдвиговых волн в плоском изотропном слое с тонкими покрытиями // Проб. физ., мат. и тех. – 2017. – № 4. – С. 40–43.
6. *Белубекян В. М., Саркисян С. В.* Задача Лява для полупространства с вязкоупругим покрытием // Докл. НАН Армении. – 2018. – **118**, № 1. – С. 33–38.
7. *Белубекян М. В., Саркисян С. В.* Распространение волн в системе тонкий слой – полупространство со смешанными граничными условиями // Докл. НАН Армении. – 2019. – **119**, № 3. – С. 209–215.
8. *Вильде М. В., Каплунов Ю. Д., Коссович Л. Ю.* Краевые и интерфейсные резонансные явления в упругих телах. – Москва: Физматлит, 2010. – 280 с.

9. *Коссович Л. Ю., Мухомодьяров Р. Р., Парфенова Я. А.* Распространение волн в упруго-закрепленном изотропном слое // Вестник СамГУ. Естеств.-науч. серия. – 2008. – № 8/2. – С. 78–89.
10. *Мелешко В. В., Бондаренко А. А., Довгий С. А., Трофимчук А. Н., ван Хейст Г. Я. Ф.* Упругие волноводы: история и современность. I // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – **51**, № 2. – С. 86–104.
    То же: *Meleshko V. V., Bondarenko A. A., Dovgiy S. A., Trofimchuk A. N., van Heijst G. J. F.* Elastic waveguides: History and the state of the art. I // J. Math. Sci. – 2009. – **162**, No. 1. – P. 99–120.
    – https://doi.org/10.1007/s10958-009-9623-8.
11. *Шутилов В. А.* Основы физики ультразвука: Учеб. пособие. – Ленинград: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 280 с.
12. *Belubekyan M. V., Sarkisyan S. V.* Three-dimensional problem of Rayleigh waves propagating in a half-space with restrained boundary // Z. Angew. Math. Mech. – 2018. – **98**, No. 9. – P. 1623–1631. – https://doi.org/10.1002/zamm.201700157.
13. *Miklowitz J.* The theory of elastic waves and waveguides. – Amsterdam: North-Holland, 1978. – 618 p.
14. *Newton M. I., McHale G., Martin F., Gizeli E., Meizak K. A.* Generalized Love waves // Europhys. Lett. – 2002. – **58**, No. 6. – P. 818–822.
    – https://doi.org/10.1209/epl/i2002-00447-3.
15. *Singh B.* Reflection of elastic waves from plane surface of a half-space with impedance boundary conditions // Geosci. Res. – 2017. – **2**, No. 4. – P. 242–253.
    – https://dx.doi.org/10.22606/gr.2017.24004.
16. *Vinh P. C., Hue T. T. T.* Rayleigh waves with impedance boundary conditions in incompressible anisotropic half-spaces // Int. J. Eng. Sci. – 2014. – **85**. – P. 175–185. – https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2014.08.002.
17. *Vinh P. C.*, Xuan N. Q. Rayleigh waves with impedance boundary condition: Formula for the velocity, existence and uniqueness // Eur. J. Mech. A. Solid. – 2017. – **61**. – P. 180–185. – https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2016.09.011.

## ХВИЛІ В СИСТЕМІ ТОНКИЙ ШАР – ПІВПРОСТІР ЗІ ЗМІШАНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ

*Розглянуто дві проблеми, пов'язані з пружними шаруватими хвилеводами. Для першої з них запропоновано модель для дослідження поширення хвиль у пружних тілах (півпростір з тонким шаром), де на зовнішній межі шару дотичне напруження є пропорційними відповідній складовій швидкості, а для другої – модель для визначення впливу зосередженої маси, розподіленої у площині пружного шару, на характеристики пружного хвилеводу.*

***Ключові слова**: система шар-півпростір, змішані межові умови, активний і реактивний акустичний опір, хвилевод, дисперсійне рівняння, локалізовані коливання.*

## WAVES IN A SYSTEM THIN LAYER – HALF-SPACE WITH MIXED BOUNDARY CONDITIONS

*Two problems are addressed with concern to elastic layered waveguides. Within the first problem, a model is suggested for the analysis of wave propagation in elastic solids (a half-space with a thin layer), where the shearing stress on the surface of the layer is proportional to the corresponding velocity component. Within the second problem, a model is suggested for the evaluation of the effect of the concentrated mass, distributed within the plane of elastic layer, in the characteristics of the elastic waveguide.*

***Key words**: system layer-half-space, mixed boundary conditions, active and reactive acoustic resistance, waveguide, disperse equations, localized oscillations.*

[1] Ин-т механики НАН РА,
[2] Ереванский гос. ун-т,
Ереван, Республика Армения

Одержано
19.09.19