

ПРУЖНЕ ОСЕРЕДНЕННЯ МАТЕРІАЛІВ ІЗ КОМПОЗИЦІЙНОЮ МЕРЕЖЕВОЮ БУДОВОЮ*


Метод шляхів максимального просування поширено на випадок пружного осереднення матеріалів із композиційною мережевою будовою. У подання мікродеформацій мережі для кожної зі складових уведено окремі розподіли векторів розтягу ланок. На основі уточненої статистики орієнтацій ланок у шляхах максимального просування отримано нове формулювання кінематичного співвідношення, що пов'язує ці мікромеханічні змінні з макроскопічною деформацією матеріалу. Задачу визначення рівноваги мережі розв'язано за допомогою проміжного осереднення деформацій та відгуку ланок спільної початкової орієнтації. У результаті різні складові мережі замінено еквівалентною ланкою. У рамках запропонованої моделі встановлено послідовний характер їх поєднання та передачі зусиль у мережі. Проаналізовано якісні відмінності поведінки матеріалів різної будови, які пояснюються геометричними та фізичними властивостями елементів композиційної мережевої мікроструктури.

Ключові слова: мережева мікроструктура, пружна гомогенізація, шляхи максимального просування, мікросфера.

Вступ. Мережеві мікроструктури є типовими серед матеріалів природного та штучного походження. Вони складаються з видовжених елементів: волокон, молекулярних ланцюжків, перетинок, ниток тощо, поєднаних між собою у вузлах. Ключовою властивістю цих елементів є те, що їхні розміри є суттєво меншими за розміри макроскопічного тіла. У результаті деформації тіла ці ланки можуть видовжуватися, вигинатися, а також зазнавати інших мікродеформацій. У відповідь на це в них виникають сили відгуку, які перерозподіляються у дво- або тривимірній нерегулярній структурі. Сукупний внесок складових внутрішньої будови матеріалу визначає поведінку матеріалу на макрорівні.

Вочевидь, результуючі механічні властивості матеріалу залежать від топології та геометрії випадкової мережі, типу структурних елементів, із яких вона складається, та їхніх фізичних параметрів. Не дивно, що було запропоновано багато різних мікромеханічних підходів, які явним чином враховують зазначені фактори в моделях деформування м'яких матеріалів. Ключовим питанням при цьому є спосіб подання структури мережі. Навіть невелика її частка в малому об'ємі тіла містить надзвичайно велику кількість ланок, випадково розташованих у просторі та поєднаних між собою. Звичайно, одним зі шляхів дослідження таких мереж є повне відтворення цієї мікроструктури у репрезентативних комірках [12]. Це дає змогу детально проаналізувати деформування мереж, встановити якісні закономірності розподілу мікроскопічних зусиль між її ланками та ефективно обчислити поведінку матеріалу. Однак такий підхід не завжди є практично виправданим. Окрім значних обчислювальних затрат, його застосування є обмеженим через брак інформації про реальну структуру мережі, необхідної для адекватної побудови моделей.

Натомість для опису випадкових мереж використовують наближені підходи, засновані на осередненому поданні їхніх елементів. Це вимагає у першу чергу використання статистичного подання самої мікроструктури, а також її деформування за допомогою певних розподілів. Наприклад, поши-

 myk.tkachuk@gmail.com

* Рекомендовано до друку Програмним комітетом 10-ї Міжнародної наукової конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур» (17–20 вересня 2019 р., Львів, Україна, <http://iapmm.lviv.ua/mpmns2019>)

рена модель мікросфери передбачає урахування початкової орієнтації ланок мережі. В одній із перших робіт [15], де використовується цей підхід, розглянуто видовження ланок мережі як функцію вектора початкової орієнтації, визначену на одиничній сфері. При цьому для встановлення зв'язку між цими мікроскопічними деформаціями та макроскопічною деформацією матеріалу запропоновано оригінальне феноменологічне співвідношення. Остаточо, для визначення відгуку мережі застосовано принцип мінімуму осередненої енергії.

Було також запропоновано багато інших статистичних моделей деформування мереж, які засновані на подібних принципах. Область їхнього застосування поширено на низку складних явищ та механізмів непружного деформування тіл із м'яких та волокнистих матеріалів, зокрема при розв'язуванні задач в'язкопружності [10], визначення пошкодження ланок та з'єднань мережі [3, 5], деформаційної кристалізації еластомерів [11, 16] тощо. Важливою складовою цих моделей є не лише адекватний фізичний опис деформування елементів мережі, але й достовірне урахування її кінематики [8]. У роботі [18] запропоновано уточнене статистичне подання, яке, на відміну від оригінальної моделі мікросфери [15], використовує векторну змінну мікродеформації ланок мережі. За допомогою концепції шляхів максимального просування сформульовано нове кінематичне співвідношення між деформаціями на мікро- та макрорівнях. Завдяки кращому мікрOMEХАнічному обґрунтуванню отримана модель є здатною відтворювати особливості поведінки реальних матеріалів, які раніше не мали адекватного теоретичного пояснення.

У цій роботі метод шляхів максимального просування поширено на випадок мереж композиційної будови, які складаються з двох чи більше компонент, відмінних за властивостями чи параметрами. Для цього необхідно мати нове статистичне подання з окремими змінними мікродеформацій для кожної зі складових мережі та відповідне кінематичне співвідношення.

1. Модель статистичного осереднення. У композиційних мережах необхідно розрізняти окремі складові між собою. Через відмінність параметрів, властивостей чи природи компонент слушно припустити, що й деформації та відгук волокон на них істотно відрізняються. Тому запропоновано [1] розглядати окремі статистичні простори для кожної зі складових. Зокрема, для двокomпонентної мережі є дві мікросфери початкових орієнтацій

$$S_p = \{\mathbf{\Lambda}_p : |\mathbf{\Lambda}_p| = 1\}, \quad S_q = \{\mathbf{\Lambda}_q : |\mathbf{\Lambda}_q| = 1\},$$

що містять одиничні вектори $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{R} / R$, де \mathbf{R} – повний вектор видовження довільної ланки, $R = |\mathbf{R}|$ – його абсолютне значення.

Якщо припустити ізотропність кожної з фракцій волокон, то щільність розподілу одиничних векторів їхньої випадкової орієнтації у недеформованому стані є однорідною. Нехай $\rho(\mathbf{\Lambda}_p) = 1$, $\rho(\mathbf{\Lambda}_q) = 1$ з урахуванням множника $|S_{p,q}|^{-1} = (4\pi)^{-1}$, віднесеного до повної площі поверхні мікросфери. Частки p та q кожної зі складових визначені відносно загальної кількості n ланок мережі в одиниці об'єму і відрізняються, взагалі кажучи, від об'ємних чи молярних часток.

Як і для мереж однорідного складу, розглянемо шляхи максимального просування. У кожному окремому вузлі цей шлях пролягає вздовж волокна, орієнтованого найближче до обраного напрямку \mathbf{M} . З огляду на те, що по одній з f сполучених у вузлі ланок шлях має потрапити до нього, для його виходу залишається $f - 1$ ланка. Якщо поєднання ланок у вузлі є цілком випадковим, тобто ані орієнтація, ані тип волокон між собою не корелюють, то вектор $\mathbf{\Lambda}^m$ орієнтації ланки з максимальним просуванням має випадковий розподіл зі щільністю

$$\rho(\Lambda, \mathbf{M}) = (f-1) \left(\frac{\Lambda \cdot \mathbf{M} + 1}{2} \right)^{f-2}, \quad (1)$$

що є однаковим для обох складових мережі. За цим розподілом визначається повний вектор шляху максимального просування \mathbf{R}_M . Якщо кількість ланок n_M у ньому є достатньо великою, то цю випадкову величину характеризує її середнє значення

$$\mathbf{R}_M = n_M (pR_p + qR_q) \langle \Lambda^m \rangle = n_M (pR_p + qR_q) \frac{f-2}{f} \mathbf{M}.$$

Довжина цього шляху залежить як від початкової довжини різних фракцій ланок R_p , R_q , так і від їхньої кількісної частки p і q . Тут і нижче через $\langle \bullet \rangle$ позначено середнє значення.

В оригінальній моделі [18] запропоновано розглядати деформації цих шляхів як макроскопічних об'єктів, зважаючи на їхні великі відносно мікроскопічного масштабу мережі розміри, а також як сукупності великої кількості ланок, з яких вони складаються. У випадку двокомпонентної мережі цей підхід забезпечує таке співвідношення

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_M &= n_M \left(pR_p \langle \lambda_p^m \rangle + qR_q \langle \lambda_q^m \rangle \right) = \\ &= n_M (pR_p + qR_q) \frac{f-2}{f} \boldsymbol{\mu}, \quad \boldsymbol{\mu} = \mathbf{F} \mathbf{M}, \end{aligned} \quad (2)$$

де вектори розтягнення $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{r} / R$ є детермінованими функціями початкової орієнтації Λ , визначені окремо для кожної складової, $\lambda^m = \boldsymbol{\lambda}(\Lambda^m)$ – їхні значення у деформованому шляху максимального просування, а \mathbf{F} є тензором макроскопічного градієнта деформації. Рівність (2) має виконуватись для довільних напрямків $\mathbf{M} \in S_M$ та за своєю структурою є рівнянням Фредгольма 1-го роду:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|S|} \int_S (\tilde{p} \lambda_p + \tilde{q} \lambda_q - \bar{\lambda}) \rho(\Lambda, \mathbf{M}) d\Lambda &= \mathbf{0}, \\ \tilde{p} &= \frac{pR_p}{pR_p + qR_q}, \quad \tilde{q} = \frac{qR_q}{pR_p + qR_q}. \end{aligned} \quad (3)$$

де $\bar{\lambda} = \mathbf{F} \Lambda$ є афінною деформацією, а вагові коефіцієнти \tilde{p} та \tilde{q} є, взагалі кажучи, відмінними від кількісних часток ланок p та q .

Як показано раніше [1, 18], внаслідок того, що ядро (1) є поліномом, інтегральне рівняння (3) є еквівалентним системі векторних рівнянь, кількість яких залежить від степеня цього полінома. Для випадку тетрафункціональних мереж ($f = 4$) таку систему трьох векторних рівнянь можна подати у тензорному вигляді:

$$\frac{1}{|S|} \int_S (\tilde{p} \lambda_p + \tilde{q} \lambda_q) \otimes \Lambda d\Lambda = \frac{1}{3} \mathbf{F}. \quad (4)$$

Це рівняння встановлює кінематичний зв'язок між невідомими полями мікродеформацій λ_p та λ_q і макроскопічними деформаціями тіла. Для остаточного визначення цих варійованих змінних використовують принцип мінімуму осередненої енергії, відповідно до якого повна внутрішня енергія деформації мережі, обчислена за осередненням енергії деформацій ланок $\Psi_{p,q} = \Psi_{p,q}(\lambda_{p,q})$ із різних складових, є мінімальною

$$\Psi[\lambda_p, \lambda_q] = n \left(p \langle \psi_p \rangle + q \langle \psi_q \rangle \right) \rightarrow \min \quad (5)$$

серед усіх кінематично допустимих розподілів мікродеформацій. Разом (4) та (5) складають задачу математичного програмування з лінійними обмеженнями у вигляді рівностей. Аналогічну задачу було сформульовано для мереж однорідного складу [18], тому для її розв'язання можна застосувати той самий підхід [1]. Однак для композиційних мереж його реалізація є складнішою, адже доведеться мати справу з більшою кількістю невідомих через наявність у постановці не одного, а двох чи більше розподілів мікродеформацій. Натомість, ситуацію можна істотно спростити, якщо здійснити проміжне осереднення відгуку різних складових мережі вздовж окремих початкових напрямків орієнтації ланок.

Для цього розглянемо кінематичне співвідношення (4), що є обмеженням варійованих векторів мікророзтягів у різних складових мережі. У підінтегральному виразі першим множником діадного добутку є вектор

$$\tilde{\lambda} = \tilde{p}\lambda_p + \tilde{q}\lambda_q, \quad (6)$$

який можна інтерпретувати як ефективний вектор мікродеформацій. Ця величина пов'язана з еквівалентною або ефективною ланкою. Початкову довжину цієї ланки визначимо як $\tilde{R} = pR_p + qR_q$, а повне видовження як

$$\tilde{r} = \tilde{R}\tilde{\lambda} = p\mathbf{r}_p + q\mathbf{r}_q. \quad (7)$$

Ефективний відгук ланки визначимо для кожної окремої початкової орієнтації як мінімум повної щільності енергії обох компонент мережі

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(\tilde{\lambda}) &= \min_{\lambda_p, \lambda_q} (p\psi_p(\lambda_p) + q\psi_q(\lambda_q)), \\ \psi(\tilde{\mathbf{r}}) &= \min_{\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q} (p\psi_p(\mathbf{r}_p) + q\psi_q(\mathbf{r}_q)) \end{aligned} \quad (8)$$

за умов, що їхні деформації задовольняють співвідношення (6) або (7) за заданого $\tilde{\lambda}$ або $\tilde{\mathbf{r}}$.

Розв'язок задачі (8), як і для задачі рівноваги деформацій мережі [18], можна отримати за допомогою множників Лагранжа, в ролі яких у цьому випадку є не тензор, а вектор. Як наслідок, отримуємо систему співвідношень відносно безрозмірних та повних векторів подовження волокон

$$\begin{cases} p\boldsymbol{\tau}_p(\lambda_p) - \tilde{p}\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{0}, & \begin{cases} p\mathbf{t}_p(\mathbf{r}_p) - p\tilde{\mathbf{t}} = \mathbf{0}, \\ q\mathbf{t}_q(\mathbf{r}_q) - q\tilde{\mathbf{t}} = \mathbf{0}, \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

де $\boldsymbol{\tau}_{p,q} = \partial\psi_{p,q} / \partial\lambda_{p,q}$ та $\mathbf{t}_{p,q} = \partial\psi_{p,q} / \partial\mathbf{r}_{p,q}$ є осьовими силами, спряженими до безрозмірного вектора деформації та, відповідно, повного подовження ланки.

У результаті такого проміжного урівноваження волокон різних складових мережі заданої початкової орієнтації визначимо осереднений відгук ефективною ланки. Спряженою до зміни видовження величиною є ефективна осьова сила, тотожна множникові Лагранжа. Дійсно, з урахуванням співвідношень (6), (7), (9) похідна повної енергії деформування урівноважених складових мережі становить

$$\begin{aligned} \frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial\tilde{\lambda}} &= p\boldsymbol{\tau}_p \frac{\partial\lambda_p}{\partial\tilde{\lambda}} + q\boldsymbol{\tau}_q \frac{\partial\lambda_q}{\partial\tilde{\lambda}} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}, \\ \frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial\tilde{\mathbf{r}}} &= p\mathbf{t}_p \frac{\partial\mathbf{r}_p}{\partial\tilde{\mathbf{r}}} + q\mathbf{t}_q \frac{\partial\mathbf{r}_q}{\partial\tilde{\mathbf{r}}} = \tilde{\mathbf{t}}. \end{aligned}$$

Зі співвідношення (9) добре видно, що фізичні сили в окремих ланках однакового початкового напрямку є ідентичними: $\mathbf{t}_p = \mathbf{t}_q = \tilde{\mathbf{t}}$. Вони також вказують на колінеарність векторів деформацій та осьових зусиль окремих

та еквівалентної ланок. Цей результат можна інтерпретувати так, що волокна різних мереж по суті є з'єднаними послідовно, наче в лінію одне за одним, та сприймають однакоє поздовжнє зусилля, що залежить лише від початкової орієнтації, але не від типу волокон. Більше того, комбінацію волокон можна замінити на єдине еквівалентне волокно, яке матиме тотожний ефективний відгук.

Зважаючи на те, що врівноважені волокна матимуть однакоє орієнтацію в напрямку дії спільного для них поздовжнього зусилля, усі принципіві обчислення можна звести до абсолютних значень замість повних векторів. Це значно спрощує, зокрема, визначення ефективного модуля або осьової жорсткості еквівалентної ланки

$$\tilde{k} = \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{r}} = \left(\frac{\partial \tilde{r}}{\partial \tilde{t}} \right)^{-1} = \left(p \frac{\partial r_p}{\partial t_p} \frac{\partial t_p}{\partial \tilde{t}} + q \frac{\partial r_q}{\partial t_q} \frac{\partial t_q}{\partial \tilde{t}} \right)^{-1} = \left(\frac{p}{k_p} + \frac{q}{k_q} \right)^{-1} \quad (10)$$

за величинами модулів окремих складових $k_{p,q} = \partial t_{p,q} / \partial r_{p,q}$ у стані рівноваги. Аналогічне співвідношення для модуля ефективної ланки відносно безрозмірних розтягів матиме дещо інший вигляд:

$$\tilde{\gamma} = \frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial \tilde{\lambda}} = \left(\frac{\tilde{p}^2}{p\gamma_p} + \frac{\tilde{q}^2}{q\gamma_q} \right)^{-1},$$

де $\gamma_{p,q} = \partial \tau_{p,q} / \partial \lambda_{p,q}$. У будь-якому разі, отримана форма залежності повної осьової жорсткості від жорсткостей складових цілком відповідає випадку послідовно з'єднаних пружних елементів.

Запропонований проміжний крок дає змогу звести вихідну задачу мінімізації (4), (5) з двома або більше невідомими змінними для багатоконпонентних мереж до задачі з однією невідомою, яка повністю повторює оригінальну модель [18] для однокомпонентних мереж за умови, що у ній фігурують деформації та відгук вже осередненої еквівалентної ланки

$$\Psi[\tilde{\lambda}] = n \langle \tilde{\psi} \rangle \rightarrow \min, \quad \langle \tilde{\lambda} \otimes \Lambda \rangle = \frac{1}{3} \mathbf{F}. \quad (11)$$

Її розв'язок визначає афінний розподіл мікроскопічних сил, спряжених до векторів відносного видовження

$$n \tilde{\tau}(\tilde{\lambda}) = \mathbf{v} \Lambda, \quad (12)$$

розмірність яких становить [Н·м]. Осереднені напруження як повна похідна внутрішньої енергії відносно градієнта деформацій однозначно визначаються або за вище наведеним розподілом мікроскопічних сил (12), або безпосередньо за множником Лагранжа

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{F}} = n \langle \tilde{\tau} \otimes \Lambda \rangle = \frac{1}{3} \mathbf{v}. \quad (13)$$

Отримані співвідношення забезпечують розв'язність задачі пружного осереднення. Невідомі значення векторів мікродеформацій та тензора множників Лагранжа можна визначити за умовами стаціонарності (12) та кінематичним рівнянням сумісності мікро- та макродеформацій в (11) аналітично, якщо рівняння (12) мають обернення, а інтеграл у правій частині кінематичних умов (4) можна обчислити аналітично. Інакше застосовують чисельний метод, заснований на наближенні інтеграла по одиничній сфері з використанням спеціальних квадратурних формул Бажанта і Оу [15, 19]. Для довільної скалярної або тензорної величини ξ , що є парною функцією орієнтації Λ , її середнє обчислюється як сума

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{|S|} \int_S \xi(\Lambda) d\Lambda = \sum_{i=1}^{21} \xi_i w_i$$

21-го вузлового значення $\xi_i = \xi(\Lambda_i)$ підінтегральної функції з ваговими коефіцієнтами w_i , наведеними разом з координатами вузлових точок на оди-

ничній сфері в роботі [19]. В цілому цей спосіб передбачає розв'язання системи нелінійних рівнянь відносно вузлових значень мікродеформацій, а отже, зменшення кількості невідомих розподілів мікродеформацій завдяки проміжному осередненню також стає у нагоді. У будь-якому випадку осереднені напруження остаточно обчислюються за формулою (13), знову ж таки точно або наближено.

Таким чином, створено замкнуту модель деформування матеріалів із композиційною мережевою будовою. З її допомогою нижче досліджено якісні відмінності їхнього відгуку залежно від типу волокон, з яких складається мережа, геометричних та інших мікроструктурних параметрів. Раніше в роботі [18] було проаналізовано залежність осередненого відгуку однорідної мережі від характеру відгуку волокон, з яких вона складається. Зокрема, було окремо розглянуто випадки гнучких ланцюжків та жорстких волокон. Відмінність між ними полягає в тому, що гнучкі ланцюжки мають енергію деформування, яка є опуклою функцією вектора розтягнення з мінімумом у нулі. В них виникають виключно поздовжні зусилля розтягу. Натомість у жорстких волокнах відгук якісно ближчий до звичайного стрижня чи пружини, які в принципі можуть зазнавати як розтягнення, так і стиснення. Енергія їх деформування з урахуванням можливих скінченних поворотів волокна не є строго опуклою функцією. Крім того, відгук матеріалу може відрізнятися залежно від того, чи є він стисливим.

2. Мережі пружних волокон. Папір та неткані текстилі складаються з пружних волокон. Спосіб їхньої укладки в площині полотна та поєднання між собою можуть істотно відрізнятися. Для застосування запропонованого підходу у цьому випадку важливим є те, що, по-перше, довжина волокна значно переважає його переріз. Це дає підстави сприймати волокна як одновимірні об'єкти. По-друге, не розглядається випадок матеріалів надмірно високої щільності, в яких волокна розташовані впритул одне до одного та, відповідно, контактують між собою вздовж значного відрізка довжини. Натомість, передбачається, що взаємодія між волокнами є обмеженою точками поєднання. Таку структуру можна подати як просторову чи, точніше, плоску ферму прямолінійних стрижнів. Зусилля, що виникають у волокнах, є виключно осьовими та передаються в шарнірних точках поєднання. До таких матеріалів також належать гелі та піни, якщо агрегати, з яких вони складаються, є достатньо тонкими та нездатними передавати істотні зусилля згину та зсуву. Слід зауважити, що їхній осьовий відгук може відрізнятися від лінійного, однак ми обмежимося для обох типів волокон моделлю пружного тонкого стрижня, енергія та зусилля розтягнення якого мають такий вираз

$$\psi(r) = \frac{1}{2} EA \frac{(r - R)^2}{R}, \quad t(r) = EA \frac{r - R}{R},$$

де R – довжина сегмента волокна, E та A – відповідно модуль Юнга матеріалу та площа перерізу волокна.

Якщо сили розтягу в обох складових мережі є лінійними, то умови рівноваги (3) однозначно визначають відгук ефективного волокна як лінійний $\tilde{t}(\tilde{r}) = \tilde{E}\tilde{A}(\tilde{r} - \tilde{R}) / \tilde{R}$ із характерною початковою довжиною $\tilde{R} = pR_p + qR_q$ та еквівалентною жорсткістю, що обчислюється за формулою (10) як

$$\frac{\tilde{E}\tilde{A}}{\tilde{R}} = \left(\frac{p\tilde{R}_p}{E_p A_p} + \frac{q\tilde{R}_q}{E_q A_q} \right)^{-1}. \text{ Приклад поєднання у рівних пропорціях двох типів}$$

лінійно пружних волокон однакової жорсткості EA та відмінної довжини $R_p = 1$ та $R_q = 10$ в умовних одиницях виміру наведено на рис. 1а.

Отже, можна зробити висновок, що відгук композиційної мережі якісно повторюватиме отриманий у роботі [18] для однорідних мереж лінійно пружних волокон. За певних деформацій мікроструктура втрачатиме стійкість.

За стійкого відгуку всі волокна зазнаватимуть розтягу. При цьому неафінні деформації λ_p та λ_q за тієї самої макроскопічної деформації матимуть розподіли, подібні до випадку однорідних мереж, з точністю до відповідних множників, обернено пропорційних до жорсткості перерізу. Якщо ж матеріал волокон у мережі, а також площа їхнього перерізу будуть однаковими, тобто вони відрізнятимуться між собою лише довжиною, то деформації в них, взагалі кажучи, будуть ідентичними. Пружні властивості такого мережевого матеріалу залежатимуть за фіксованого значення EA лише від лінійної щільності матеріалу, яка обчислюється як $\ell = n(pR_p + qR_q)$.

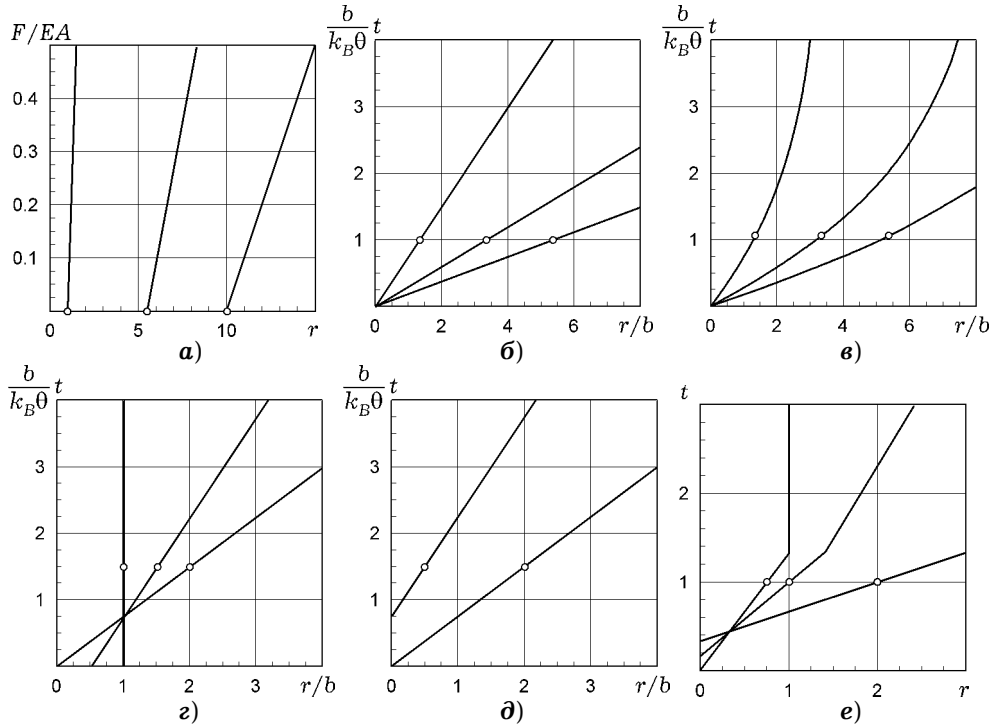


Рис. 1. Відгук еквівалентної ланки за різного складу: а) пружних волокон; б), в) гаусових і негаусових ланцюжків; г), д) гаусового ланцюжка та жорсткої ланки, що розтягується або стискається; е) ланцюжків полідиметилсилоксану модельної бімодальної мережі.

3. Мережі гаусових полімерних ланцюжків. Для еластомерів, біогелів і т.п. є характерною мережева мікробудова, утворена хімічно поєднаними між собою полімерними ланцюжками. На відміну від звичайних волокон, поведінка яких описується законом Гука, відгук цих макромолекул має іншу природу. Залежно від гнучкості ланцюжків їхній відгук визначається зміною ентропії ймовірних конфігурацій, пов'язаною з тепловим рухом атомарних часток, а також, імовірно, ентальпією вигину, пов'язаною з деформацією окремих атомарних зв'язків між мономерами [7]. Найпростіша молекулярна теорія пружності гумоподібних матеріалів спирається на гаусову статистику випадкових ланцюжків. Відповідно до неї вільна енергія розтягу та термодинамічна сила, що діє на кінці такого ланцюжка, обчислюються як

$$\psi(r) = \frac{3r^2}{2Nb^2} k_B \theta, \quad t(r) = \frac{3r}{Nb^2} k_B \theta,$$

де $k_B \theta$ – добуток сталої Больцмана на температуру, b – довжина статистичного сегмента Куна для цього полімеру, N – кількість таких сегментів у ланцюжку. Зазвичай припускають, що в утворюваних мережах гаусових ланцюжків у недеформованому стані початкова довжина ланок збігається з

середнім значенням відстані між кінцями вільного ланцюжка $R = \sqrt{N}b$. Цього достатньо для однозначного визначення відгуку гумоподібних матеріалів виключно за параметрами їхнього хімічного складу. Таку неогуківську модель нестисного матеріалу визнано [7, 15] достовірною за помірних скінченних деформацій. Зокрема, експериментально отримувані значення модуля пружності добре корелюють із теоретичною залежністю від середнього значення молекулярної ваги за умов, що довжини ланцюжків мають переважно унімодальний розподіл. Натомість, запропонована модель дає змогу оцінити поведінку бімодальних мереж, які складаються з двох хімічно ідентичних компонент коротких та довгих ланцюжків, які різняться між собою лише довжиною, тобто параметром N , однак не відрізняються за параметром b . Як і у випадку лінійно пружних волокон, осереднений відгук визначається лінійною залежністю ефективної термодинамічної сили

$$\tilde{t}(\tilde{r}) = \frac{3\tilde{r}}{\tilde{N}b^2} k_B \theta, \quad (14)$$

яку можна пов'язати з еквівалентним ланцюжком з параметрами, визначеними за співвідношенням $\tilde{N} = pN_p + qN_q$, що впливає зі співвідношення (10) для дотичних модулів. Однак залишається невизначеним важливий показник структури композиційної мережі. Припущення щодо того, що початкова довжина ланцюжків набуває в недеформованому стані найбільш вірогідного значення, для бімодальних мереж не виконується. Значення сил за видовжень $\sqrt{N_p}b$ та $\sqrt{N_q}b$ ланцюжків не збігаються. Натомість, умови рівноваженості довгих та коротких ланцюжків ведуть до співвідношення

$$\frac{\tilde{R}}{\tilde{N}} = \frac{R_p}{N_p} = \frac{R_q}{N_q}, \quad (15)$$

яке залишає свободу вибору початкового видовження, якщо не залучати інших міркувань. На рис. 16 наведено приклад поєднання гаусових ланцюжків з $N_p = 4$ та $N_q = 16$ сегментів, які у початковому стані є зрівноваженими за видовження, що складає третину від повної довжини ланцюжка. Рівномірна лінійна залежність ефективної сили від подовження (14) означає, що відгук бімодальної мережі гаусових ланцюжків визначає поведінку еластомера, що якісно повторюватиме неогуківську модель матеріалу. Єдина відмінність полягатиме в обчисленні пружних сталих за параметрами внутрішньої будови.

4. Мережі негаусових полімерних ланцюжків. Гаусове наближення статистики гнучких ланцюжків має суттєвий недолік. Воно нехтує скінченною здатністю ланцюжка до розтягу. Коли усі його ланки вишикуються у пряму лінію, подальше видовження полімерного ланцюжка є неможливим без деформації атомарних зв'язків всередині молекули, що вимагає значно більших зусиль. Саме така залежність термодинамічної сили від видовження впливає з моделі ланцюжків вільного обертання, а саме

$$t(r) = \frac{k_B \theta}{b} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{r}{Nb}\right), \quad (16)$$

де \mathcal{L}^{-1} є оберненою функцією Ланжевена $\mathcal{L}(\chi) = \text{cth } \chi - 1/\chi$, яка зростає до нескінченності, коли аргумент прямує до 1. Як наслідок, у співвідношенні (16) значення сили зростає нескінченно з наближенням видовження r до довжини розгорнутого ланцюжка Nb . Застосування цієї моделі до бімодальних мереж призводить до наступного результату. Виявляється, що відгук еквівалентної ланки відповідає негаусовому ланцюжку з відгуком такого ж типу, що й у похідних складеної мережі. Параметр ефективної довжини, який слід використовувати при цьому у співвідношенні (16),

обчислюється, як і для випадку гаусових ланцюжків, за пропорцією $\tilde{N} = pN_p + qN_q$. А початкові подовження пов'язані співвідношенням (15). На рис. 1в наведено приклад поєднання негаусових ланцюжків з $N_p = 4$ та $N_q = 16$ сегментів, для яких початкове подовження, як і для гаусових ланцюжків, дорівнює третині від повної довжини ланцюжка. Відмінність відгуку полягатиме в тому, що термодинамічна сила тепер зростатиме необмежено, коли деформація як ефективного ланцюжка, так і його складових досягне одного і того самого трикратного значення. Осереднений відгук якісно не відрізняється від обчисленого в роботі [18] для унімодальних мереж негаусових ланцюжків, якщо в законі деформування (16) використовувати параметри еквівалентної ланки.

5. Комбінація гнучких ланцюжків із нерозтяжними ланками. Як показали попередні два приклади, поєднання в мережі подібних складових не вносить нових якісних особливостей у поведінку матеріалу. Розглянемо натовмість мережу, що складається одночасно з лінійних гаусових ланцюжків та нерозтяжних ланок. Останні можна розглядати як пружні стрижні високої жорсткості $k_q = \infty$, видовження яких залишається незмінним за дії довільної осьової сили. На діаграмі сила-видовження ця залежність відповідає вертикальній лінії. Очікувано, що осереднений відгук таких складових також визначається прямою лінією $\tilde{t}(\tilde{r}) = \tilde{k}(\tilde{r} - qR_q)$ з нахилом $\tilde{k} = k_p / p$, де $k_p = 3k_B\theta / (N_p b^2)$ – дотичний модуль жорсткості гаусових ланцюжків. Ця лінія перетинає горизонтальну вісь у точці qR_q . Нерозтяжні ланки можуть бути врівноважені з гнучкими ланцюжками за довільного їхнього початкового видовження. Отже, для нього можна прийняти найбільш звичне значення $R_p = \sqrt{N_p} b$. Цікаво зазначити ефект, який має зсув кривої залежності осьової сили від деформації, проілюстрований на рис. 1г, рис. 1д для комбінації гаусового ланцюжка з $N_p = 4$ у рівних пропорціях ($p = q = 1/2$) з нерозтяжними ланками за різних значень їхньої довжини R_q , на характер відгуку матеріалу. Для його оцінки найбільш придатним є спостереження напружень у поданні Муни – Рівліна, які наведені на рис. 2 і віднесені до величини $\mu = nk_B\theta$. Для одновісного ізохорного розтягнення нестисливого тіла відповідний пружний модуль визначається за відношенням $P^* = P / (\alpha - \alpha^{-2})$. Воно зручне тим, що для неогуківського матеріалу крива залежності цієї величини від оберненого подовження матиме вигляд сталої горизонтальної лінії. У цьому випадку сталі значення модуля дорівнює 1/2, адже лише половина ланок мережі є гнучкими ланцюжками. Такий результат спостерігається при $q = 0$ або $R_q = 0$, коли нерозтяжні ланки впливають на деформацію мережі. Натомість на рис. 2 спостерігаємо, що за додатних значень R_q крива напружень відхиляється вгору за розтягнення $\alpha > 1$. Якщо ж довжині R_q надати формально від'ємного значення, то крива відгуку ефективної ланки зміститься ліворуч, як показано на рис. 1д. При цьому характер

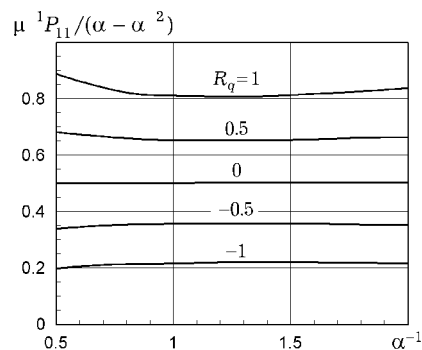


Рис. 2. Криві Муни – Рівліна для розтягнення-стиснення комбінованої мережі з гаусових ланцюжків та жорстких ланок.

відгику якісно зміниться. Як видно на рис. 2, у цьому випадку нахил кривої модуля Муни – Рівліна у правій частині графіка буде протилежним. Саме зниження P^* є характерною особливістю поведінки еластомерів за помірною розтягнення [7]. Запропонована осереднена модель мережі має здатність пояснити це явище за рахунок додаткового внеску в деформації ефективного волокна, які спричиняють певний зсув кривої відгику.

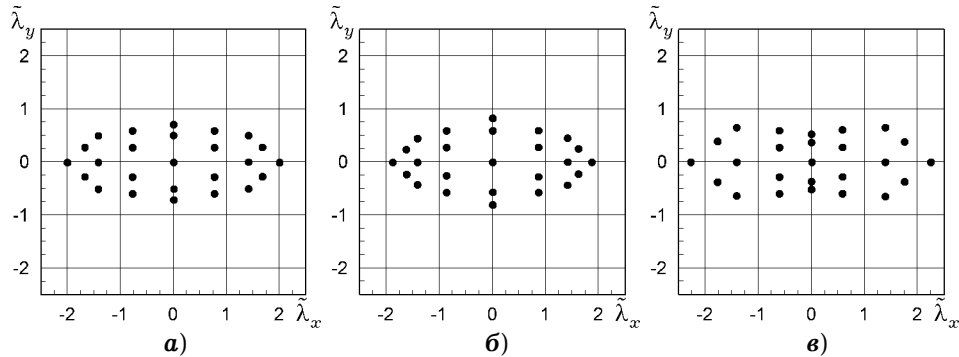


Рис. 3. Мікродформації еквівалентних ланок комбінованої мережі з гаусових ланцюжків та жорстких ланок з а) $R_q = 0$, б) $R_q = 1$, в) $R_q = -1$ за одновісного розтягу $\alpha = 2$.

Варта уваги істотна відмінність розподілів мікродформацій еквівалентної ланки за різних значень та знаку величини зсуву, наведених на рис. 3. Може скластися враження, що мережі з від'ємним зсувом $R_q = -1$ зазнають більших деформацій, адже на рис. 3в деформації еквівалентних волокон у напрямку одновісного розтягу матеріалу виявляються вищими за макромеханічну деформацію $\alpha = 2$. Для повністю афінного випадку за $R_q = 0$ на рис. 3а вони збігаються, а для додатного зсуву $R_q = 1$ на рис. 3б ці деформації є меншими, ніж 2. Однак насправді за тої самої відносної деформації $\tilde{\lambda}$ лінійна еквівалентна ланка з від'ємним зсувом відрізняється меншим поздовжнім зусиллям \tilde{t} . Відповідно, спостерігаємо на рис. 2 для цього випадку значно нижчу жорсткість матеріалу за розтягнення. Додатково це пояснюється і тим, що волокна значно менше, ніж у інших двох випадках, орієнтуються в напрямку розтягу. При цьому навіть за відчутного скорочення ланцюжків з початковою орієнтацією, перпендикулярною до напрямку розтягнення матеріалу, абсолютне значення сили також зменшується повільніше. Таким чином, розподіл осьових сил у мережі є ближчим до кульового, ніж до еліпсоїдального. Це значить, що гідростатична чи то сферична складова мережевого тензора напружень залишається значною порівняно до девіаторної його частини. Зазначимо, що для обчислення напружень одновісних деформацій нестисливого тіла віднімається гідростатичний тиск таким чином, що нормальна компонента напружень у напрямку розтягнення залишається єдиною ненульовою.

6. Модельні бімодальні мережі. Для оцінки практичних можливостей запропонованої моделі розглянемо реальний приклад матеріалів зі складеною мережевою будовою. В циклі досліджень, до якого входять зокрема роботи [7, 13, 14], синтезовано модельні тетрафункціональні мережі полідиметилсилоксану з бімодальним розподілом молекулярної ваги ланцюжків та випробувано їхні механічні властивості. Особливістю складу цих матеріалів є поєднання великої кількості коротких ланцюжків зі значно меншою часткою довгих ланцюжків. Зокрема, для першої складової полімерна вага макромолекул складає лише 220 г/моль або 660 г/моль. Відповідно, такі ланцюжки складаються лише з 3 або 9 мономерів та мають уздовж свого скелету 6 або 18 поєднаних атомів вуглецю. Натомість молекулярна вага

ланцюжків іншої компоненти мережі досягає 18500 г/моль, що відповідає 125 мономерам із 250 атомарними зв'язками. Цієї кількості досить, щоб вважати поведінку цих надзвичайно гнучких ланцюжків цілком гаусівською. Натомість короткі ланцюжки, вочевидь, відрізнятимуться істотним відхиленням від гаусівської статистики. Зокрема, слід очікувати, що для них є відчутним ефект скінченної розтяжності, проявом якого буде стрімке зростання термодинамічної сили за досягнення повної довжини розгорнутого ланцюжка. Саме цим має бути пояснено жорсткий відгук матеріалу після певного рівня осової деформації та відповідне зростання модуля, які спостерігаються експериментально у модельних бімодальних мереж [13].

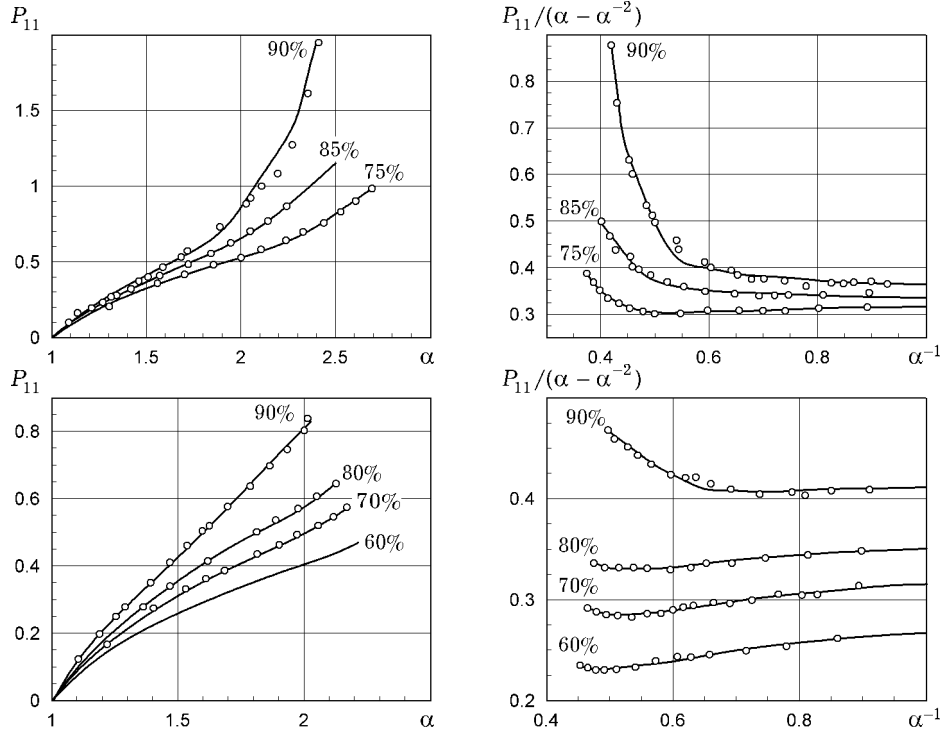


Рис. 4. Криві інженерних напружень та модуля Муні – Рівліна бімодальних мереж полідиметилсилоксану, утворених з ланцюжків молекулярної ваги 220 г/моль (верхній рядок) або 660 г/моль (нижній рядок) та 18500 г/моль, за одновісного розтягнення. Кожну криву позначено відповідним молярним вмістом коротких ланцюжків. Для порівняння круглими маркерами відмічено експериментальні дані [13].

У роботі [7] в мережеві моделі застосовано розподіл Фіксмана – Альбена для визначення відгуку коротких ланцюжків. У літературі, наприклад [2], можна зустріти багато інших теоретичних моделей для коротких та жорстких макромолекул. Натомість у цій роботі пропонується більш просте білінійне співвідношення між деформацією та осовою силою. Попри все, воно володіє усіма потрібними якісними особливостями відгуку ланцюжків, які необхідно врахувати. Вважається, що крива навантаження є спочатку лінійною, а за максимального подовження ланцюжка переходить у вертикальну лінію, як показано на рис. 1e. Таким чином, зростання сили відбувається миттєво. У результаті поєднання з довгими ланцюжками з лінійним відгуком внаслідок такого спрощення отримуємо відгук еквівалентної ланки, який також є білінійним. Однак для нього, як видно на рис. 1e, нахил кривої після зламу є скінченим. Пропонується форма цієї білінійної залежності у вигляді

$$\frac{\tilde{\tau}(\tilde{\lambda})}{\tilde{\tau}(1)} = \begin{cases} 1 + \tilde{\gamma}_1(\tilde{\lambda} - 1), & \tilde{\lambda} \leq \bar{\lambda}, \\ 1 + \tilde{\gamma}_1(\tilde{\lambda} - 1) + \tilde{\gamma}_2(\tilde{\lambda} - \bar{\lambda}), & \tilde{\lambda} > \bar{\lambda}, \end{cases} \quad (17)$$

відносно безрозмірних змінних мікродеформацій та спряженої до них сили, віднесеної до свого початкового значення $\tilde{\tau}(1)$. Нахили кривої $\tilde{\gamma}_1$ та $\tilde{\gamma}_2$ до та після зміцнення та розтягнення $\bar{\lambda} > 1$, за якого воно відбувається, є відповідно характерними параметрами, які визначають форму кривої навантаження з точністю до масштабування. Перехід до безрозмірних величин необхідно врахувати у формулі (13) для обчислення напружень. Для цього можна ввести параметр, що є добутком щільності мережі на початкове значення сили $\mu = n\tilde{\tau}(1)$.

На рис. 4 наведено результати обчислення за допомогою розробленої моделі одновісного розтягу бімодальних мереж коротких та довгих ланцюжків. Параметри білінійної кривої відгуку еквівалентної ланки (17) визначено для кожного окремого складу мережі, молекулярної ваги коротких ланцюжків та їхнього вмісту, за найкращим наближенням обчисленої кривої експериментальних даних [13]. Їхні значення наведено в таблиці 1. Видно, що запропонована модель, попри спрощене врахування поведінки негаусових ланцюжків, відтворює дійсну поведінку матеріалів із відмінною точністю. Це, зокрема, стосується різкого зростання напружень та різних рівнів деформацій, за яких воно відбувається, залежно від вмісту коротких волокон. Також можна спостерігати, що нахили модуля Муні – Рівліна на початку розтягнень повністю узгоджуються з експериментом.

Таблиця 1. Параметри моделі для бімодальних мереж

Молярна вага M_p [г/моль]	Вміст P [%]	Модуль μ [МПа]	Коефіцієнт γ_1	Коефіцієнт γ_2	Критичний розтяг $\bar{\lambda}$
220	75	0.888	0.752	136.642	2.140
	85	0.942	1.405	5.485	1.670
	90	0.997	1.655	16.275	1.523
660	60	1.144	0.211	2.011	2.191
	70	1.206	0.345	505.898	2.055
	80	1.193	0.562	2.705	1.871
	90	1.293	0.800	2.000	1.411

Висновки. Модель шляхів максимального просування [18] поширено на випадок мереж композиційної будови. Нове кінематичне співвідношення між деформаціями на мікро- та макрорівнях явно враховує частку кожної зі складових, а також їхнє початкове видовження у недеформованому стані. З принципу мінімуму осередненої енергії були отримані умови рівноваги мікроскопічних сил. З них випливає, що ланки різних типів з однаковою початковою орієнтацією виявляються навантаженими послідовно.

Продемонстровано якісні особливості поведінки мережевих матеріалів за поєднання ланок з різним типом відгуку. Показано, що в деяких випадках крива навантаження еквівалентної ланки є подібною до окремих складових. Натомість, у разі поєднання принципово різних типів волокон у мережі її відгук набуває якісно нових властивостей. Здатність моделі описувати поведінку реальних матеріалів продемонстровано на прикладі бімодальних мереж полідиметилсилоксану [13]. Узгодження з експериментальними даними дає підстави стверджувати, що запропоновану модель можна в подальшому застосувати для дослідження перспективних матеріалів з композиційною мережевою будовою, зокрема надзвичайно еластичних та міцних гелів [4, 6, 9, 17, 20–22].

1. Ткачук М. М. Метод пружної гомогенізації бімодальних мереж // Вісн. нац. тех. ун-ту «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – 2019. – № 7. – С. 107–115. – <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2019.7.17>.

2. *Blundell J. R., Terentjev E. M.* Forces and extensions in semiflexible and rigid polymer chains and filaments // *J. Phys. A: Math. Theor.* – 2007. – **40**, No. 36. – P. 10951–10964. – <https://doi.org/10.1088/1751-8113/40/36/001>.
3. *Chen N., Silberstein M. N.* A micromechanics-based damage model for non-woven fiber networks // *Int. J. Solids Struct.* – 2019. – **160**. – P. 18–31. – <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.10.009>.
4. *Creton C.* 50th anniversary perspective: Networks and gels: Soft but dynamic and tough // *Macromolecules.* – 2017. – **50**, No. 21. – P. 8297–8316. – <https://doi.org/10.1021/acs.macromol.7b01698>.
5. *Diani J., Le Tallec P.* A fully equilibrated microsphere model with damage for rubber-like materials // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2019. – **124**. – P. 702–713. – <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2018.11.021>.
6. *Dragan E. S.* Design and applications of interpenetrating polymer network hydrogels. A review // *Chem. Eng. J.* – 2014. – **243**. – P. 572–590. – <https://doi.org/10.1016/j.cej.2014.01.065>.
7. *Erman B., Mark J. E.* Use of the Fixman – Alben distribution function in the analysis of non-Gaussian rubber-like elasticity // *J. Chem. Phys.* – 1988. – **89**, No. 5. – P. 3314–3316. – <https://doi.org/10.1063/1.454938>.
8. *Gloria A., Le Tallec P., Vidrascu M.* Foundation, analysis, and numerical investigation of a variational network-based model for rubber // *Continuum Mech. Thermodyn.* – 2014. – **26**, No. 1. – P. 1–31. – <https://doi.org/10.1007/s00161-012-0281-6>.
9. *Gong J. P., Katsuyama Y., Kurokawa T., Osada Y.* Double-network hydrogels with extremely high mechanical strength // *Adv. Mater.* – 2003. – **15**, No. 14. – P. 1155–1158. – <https://doi.org/10.1002/adma.200304907>.
10. *Govindjee S., Zoller M. J., Hackl K.* A fully-relaxed variationally-consistent framework for inelastic micro-sphere models: Finite viscoelasticity // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2019. – **127**. – P. 1–19. – <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.02.014>.
11. *Kroon M.* A constitutive model for strain-crystallising rubber-like materials // *Mech. Mater.* – 2010. – **42**, No. 9. – P. 873–885. – <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2010.07.008>.
12. *Kulachenko A., Uesaka T.* Direct simulations of fiber network deformation and failure // *Mech. Mater.* – 2012. – **51**. – P. 1–14. – <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.03.010>.
13. *Llorente M. A., Andrady A. L., Mark J. E.* Model networks of end-linked polydimethylsiloxane chains. XI. Use of very short network chains to improve ultimate properties // *J. Polym. Sci. A2.* – 1981. – **19**, No. 4. – P. 621–630. – <https://doi.org/10.1002/pol.1981.180190406>
14. *Mark J. E.* Elastomeric networks with bimodal chain-length distributions // *Acc. Chem. Res.* – 1994. – **27**, No. 9. – P. 271–278. – <https://doi.org/10.1021/ar00045a003>.
15. *Miehe C., Göktepe S., Lulei F.* A micro-macro approach to rubber-like materials – Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2004. – **52**, No. 11. – P. 2617–2660. – <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2004.03.011>.
16. *Rastak R., Linder C.* A non-affine micro-macro approach to strain-crystallizing rubber-like materials // *J. Mech. Phys. Solids.* – 2018. – **111**. – P. 67–99. – <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2017.10.007>.
17. *Sun J. Y., Zhao X., Illeperuma W. R. K., Chaudhuri O., Oh K. H., Mooney D. J., Vlassak J. J., Suo Z.* Highly stretchable and tough hydrogels // *Nature.* – 2012. – **489**. – P. 133–136. – <https://doi.org/10.1038/nature11409>.
18. *Tkachuk M., Linder C.* The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure // *Philos. Mag. Part A: Mater. Sci.* – 2012. – **92**, No. 22. – P. 2779–2808. – <https://doi.org/10.1080/14786435.2012.675090>.
19. *Verron E.* Questioning numerical integration methods for microsphere (and microplane) constitutive equations // *Mech. Mater.* – 2015. – **89**. – P. 216–228. – <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2015.06.013>.
20. *Wang Q., Hou R., Cheng Y., Fu J.* Super-tough double-network hydrogels reinforced by covalently compositing with silica-nanoparticles // *Soft Matter.* – 2012. – **8**, No. 22. – P. 6048–6056. – <https://doi.org/10.1039/C2SM07233E>.
21. *Wang Z., Xiang C., Yao X., Le Floch P., Mendez J., Suo Z.* Stretchable materials of high toughness and low hysteresis // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* – 2019. – **116**, No. 13. – P. 5967–5972. – <https://doi.org/10.1073/pnas.1821420116>.

22. Zhao X. Multi-scale multi-mechanism design of tough hydrogels: building dissipation into stretchy networks // *Soft Matter*. – 2014. – **10**, No. 5. – P. 672–687.
– <https://doi.org/10.1039/c3sm52272e>.

УПРУГОЕ ОСРЕДНЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ С КОМПОЗИЦИОННЫМ СЕТЕВЫМ СТРОЕНИЕМ

Метод путей максимального продвижения распространен на случай упругого осреднения материалов с композиционным сетевым строением. В представление микродеформаций сети для каждой из составляющих вводятся отдельные распределения векторов растяжения звеньев. На основе уточненной статистики ориентаций звеньев в путях максимального продвижения получена новая формулировка кинематического соотношения, связывающего эти микромеханические переменные с макроскопической деформацией материала. Задача определения равновесия сети решена при помощи промежуточного осреднения деформаций и отклика звеньев общей начальной ориентации. В результате различные составляющие сети заменены эквивалентным звеном. В рамках предложенной модели установлен последовательный характер их сочленения и передачи усилий в сети. Проанализированы качественные различия поведения материалов разнообразного строения, которые объясняются геометрическими и физическими свойствами элементов композиционной сетевой микроструктуры.

Ключевые слова: сетевая микроструктура, упругая гомогенизация, пути максимального продвижения, микросфера.

ELASTIC HOMOGENIZATION OF MATERIALS WITH COMPOSITE NETWORK STRUCTURE

The method of maximum advancement paths is extended for elastic averaging of materials with composite network microstructure. Separate distributions of segment elongation vectors for each of the components are introduced into the representation of the network microdeformation. The statistics of the orientations of the links in the paths of maximum advance is updated for this case. A new formulation of the kinematic relation is derived on this basis. It connects these micromechanical variables to the macroscopic deformation of the material. The equilibrium problem is solved for the network by intermediate averaging of the strain and the response of the links with identical initial orientation. As a result separate components of the network are replaced by an equivalent link. Within the framework of the proposed model those links are found to be consecutively connected thus transmitting equal forces in the network. The qualitative variations of material behaviour due to various composition are analysed and explained by the geometrical and physical properties of the composite network microstructure.

Keywords: network microstructure, elastic homogenization, maximum advancement paths, microsphere.

Нац. техн. ун-т «ХПИ», Харків

Одержано
05.10.19