

## ВПЛИВ МІЖФАЗНИХ ЗСУВНИХ ТРІЩИН БІЛЯ КУТОВОЇ ТОЧКИ МЕЖІ ПОДІЛУ СЕРЕДОВИЩ БІОДНОРІДНОГО ТІЛА НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН В ОКОЛІ ЦІЄЇ ТОЧКИ

У рамках гіпотези плоскої деформації розглянуто кусково-однорідне ізо-тропне пружне тіло з міжфазними зсувними тріщинами біля куткової точки межі поділу середовищ. Точний розв'язок відповідної задачі теорії пружності для клиноподібного тіла побудовано методом Вінера – Гопфа. На основі знайденого розв'язку досліджено поведінку напружень в околі куткової точки.

**Ключові слова:** межа поділу середовищ, кутова точка, міжфазні зсувні тріщини, метод Вінера – Гопфа.

**Вступ.** Сучасні конструкції з композитних матеріалів можуть містити шаруваті елементи, в яких поверхня спряження шарів не є гладкою. Такі елементи моделюють кусково-однорідним тілом з межею поділу середовищ у формі сторін кута, кутова точка якої може бути концентратором напружень, що ініціює зародження міжфазних тріщин. Тому дослідження напруженого стану кусково-однорідних тіл, послаблених міжфазними тріщинами, що зародилися у кутовій точці межі поділу середовищ, є актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла.

У більшості праць, присвячених дослідженню плоских статичних задач теорії пружності для клиноподібних областей з тріщинами при вершині, а також інших задач про лінії розриву переміщень у куткових точках, тіло вважають однорідним [1, 6, 8, 10, 12–14]. У випадку кусково-однорідного тіла досліджували лише задачі про лінії розриву переміщень у кінцях міжфазних тріщин, а також у кінці тріщини, що виходить на межу поділу середовищ [4, 5]. Задачі механіки руйнування, в яких досліджували б напружений стан у куткових точках кусково-однорідних пружних тіл за наявності міжфазних тріщин у цих точках, не розглядалися.

Одним з ефективних методів дослідження задач механіки руйнування матеріалів для тіл з тріщинами [2, 3, 12] є метод Вінера – Гопфа [7]. Нижче з використанням цього методу побудовано точний розв'язок плоскої статичної задачі теорії пружності для кусково-однорідного ізотропного пружного тіла з маломасштабними міжфазними зсувними тріщинами біля куткової точки межі поділу середовищ. На основі цього розв'язку досліджено напружений стан тіла в околі куткової точки.

**1. Постановка задачі.** В умовах плоскої деформації в рамках статичної симетричної задачі теорії пружності розглянемо кусково-однорідне тіло з межею поділу середовищ у формі сторін кута, складене з ізотропних пружних частин з модулями Юнга  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_1 > E_2$ , і коефіцієнтами Пуассона  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  (рис. 1).

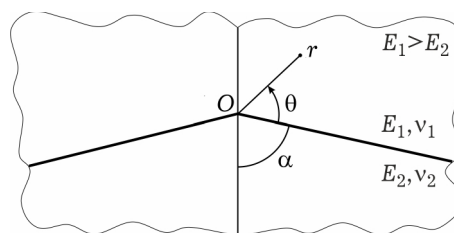


Рис. 1

Відповідно до загальних положень про поведінку напружень біля кутових точок пружних тіл, кутова точка межі поділу середовищ  $O$  є концентратором напружень зі степеневою особливістю. При цьому в її околі подання напружень мають вигляд:

<sup>✉</sup> a.l.kipnis@gmail.com

$$t_{rq}(r, 0) = Cg_1(\mathbf{a}, e_0, n_1, n_2)r^{l_0} + o(r^{l_0}),$$

$$s_q(r, 0) = Cg_2(\mathbf{a}, e_0, n_1, n_2)r^{l_0} + o(r^{l_0}), \quad r \gg 0, \quad e_0 = E_1 / E_2,$$

де

$$g_1 = l_0 g_{11} \sin l_0 a - g_{12} \sin(l_0 + 2)a,$$

$$g_{11} = (1 - e)l_0^2 \sin^2 2a \cos(l_0 + 2)a - \\ - (1 - \alpha_1 - 2e)l_0 \sin 2a \cos(l_0 + 2)a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \sin(l_0(p - a) - 2a) + \\ + (2 - (1 - \alpha_2)e)l_0 \sin 2a \cos l_0 a \cos(l_0 + 2)a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \sin(l_0(p - a) - 2a) + \\ + (1 + \alpha_1)l_0 \sin 2a \sin(l_0 + 2)a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \cos(l_0(p - a) - 2a) + \\ + (1 + \alpha_1)(1 - \alpha_2) \cos l_0 a \sin^2(l_0 + 2)a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \cos(l_0(p - a) - 2a) - \\ - (1 + \alpha_2)l_0 \sin 2a \cos l_0 a \sin(l_0 + 2)a \cos(l_0 + 2)a + \\ + (1 + \alpha_1)(1 - \alpha_2) \cos l_0 a \sin(l_0 + 2)a \cdot \\ \cdot \cos(l_0 + 2)a \cos l_0(p - a) \sin(l_0(p - a) - 2a),$$

$$g_{12} = (1 - e)(1 - \alpha_2 + l_0)l_0^2 \sin^2 2a \cos l_0 a - \\ - (1 - \alpha_1 - 2e)l_0(1 - \alpha_2 + l_0) \sin 2a \cos l_0 a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \sin(l_0(p - a) - 2a) + \\ + (2 - (1 - \alpha_2)e)l_0(1 - \alpha_2 + l_0) \sin 2a \cos^2 l_0 a \cdot \\ \cdot \sin(l_0 + 2)a - 2(1 - \alpha_1 - (1 - \alpha_2)e)(1 - \alpha_2 + l_0) \cdot \\ \cdot \cos^2 l_0 a \sin(l_0 + 2)a \cos l_0(p - a) \cdot \\ \cdot \sin(l_0(p - a) - 2a) + (1 + \alpha_1)l_0^2 \sin 2a \sin l_0 a \cdot \\ \cdot \cos l_0(p - a) \cos(l_0(p - a) - 2a) + \\ + (1 + \alpha_1)(1 - \alpha_2)l_0 \sin l_0 a \cos l_0 a \cdot \\ \cdot \sin(l_0 + 2)a \cos l_0(p - a) \cos(l_0(p - a) - 2a) - \\ - (1 + \alpha_2)l_0^2 \sin 2a \sin l_0 a \cos l_0 a \cos(l_0 + 2)a + \\ + (1 - \alpha_1)(1 + \alpha_2)l_0 \sin l_0 a \cos l_0 a \cdot \\ \cdot \cos(l_0 + 2)a \cos l_0(p - a) \sin(l_0(p - a) - 2a),$$

$$e = \frac{1 + n_2}{1 + n_1} e_0, \quad \alpha_{12} = 3 - 4n_{12}.$$

Показник степеня особливості напружень  $l_0$  є єдиним на інтервалі  $(-1, 0)$  коренем характеристичного рівняння

$$D(-l - 1) = 0,$$

де  $D(z) = d_0(z) + d_1(z)e + d_2(z)e^2$ ,

$$d_0(z) = (\sin 2za + z \sin 2a)(\alpha_1 \sin 2z(p - a) + z \sin 2a),$$

$$d_1(z) = (1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2) \sin^2 zp -$$

$$\begin{aligned}
& - (\sin 2\alpha + z \sin 2a)(\alpha_1 \sin 2z(p - a) + z \sin 2a) - \\
& - (\sin 2z(p - a) - z \sin 2a)(\alpha_2 \sin 2\alpha - z \sin 2a), \\
d_2(z) &= (\sin 2z(p - a) - z \sin 2a)(\alpha_2 \sin 2\alpha - z \sin 2a).
\end{aligned}$$

Деякі значення показника степеня особливості напружень для різних відношень модулів Юнга матеріалів у залежності від значень кута наведено в табл. 1.

Таблиця 1

$\alpha$ , [°] \ $e_0$	2	3	5	10
15	-0.036	-0.068	-0.122	-0.215
30	-0.075	-0.132	-0.232	-0.310
45	-0.112	-0.180	-0.258	-0.332
60	-0.112	-0.184	-0.248	-0.308
75	-0.086	-0.127	-0.167	-0.203
105	-0.025	-0.037	-0.049	-0.059
120	-0.054	-0.081	-0.104	-0.124
135	-0.089	-0.130	-0.168	-0.202
150	-0.117	-0.173	-0.228	-0.278
165	-0.104	-0.168	-0.241	-0.318

Сталу  $C$  у вищенаведених поданнях визначають з розв'язку кожної конкретної задачі теорії пружності для тіла, зображеного на рис. 1. Цю сталу, що залежить від зовнішнього навантаження, можна розглядати як коефіцієнт інтенсивності напружень у кутовій точці межі поділу середовищ.

Результати розрахунків показують, що  $l_0 > -1/2$ ,  $g_1(\alpha) < 0$  при  $\alpha \neq 0, p/2, p$ ;  $g_1(0) = g_1(p/2) = g_1(p) = 0$ ,  $g_1 = 0$ , якщо  $E_1 = E_2$ ,  $\nu_1 = \nu_2$ ;  $g_2(\alpha) < 0$  при  $\alpha \in (0, \alpha_1) \cup (p/2, \alpha_2)$ ,  $g_2(\alpha) > 0$  при  $\alpha \in (\alpha_1, p/2) \cup (\alpha_2, p)$ ,  $g_2(0) = g_2(\alpha_1) = g_2(p/2) = g_2(\alpha_2) = g_2(p) = 0$ ,  $g_2 = 0$ , якщо  $E_1 = E_2$ ,  $\nu_1 = \nu_2$ . Якщо  $e_0$  збільшується, то  $\alpha_1, \alpha_2$  зменшуються. Значенням  $e_0 = 2, 3, 5, 10$  відповідають значення  $\alpha_1 = 38.2, 34.4, 29.3, 21.7$  [°] і значення  $\alpha_2 = 134.2, 133.4, 133.1, 131.3$  [°].

Якщо  $C < 0$  (показано, що повинна виконуватися саме така умова) і  $\alpha \in (\alpha_1, p/2) \cup (\alpha_2, p)$ , то згідно з інформацією про функцію  $g_2$  та вищенаведеним поданням колових напружень,  $s_q(r, 0) \approx -\frac{C}{r}$  при  $r \approx 0$ , а тому на межі поділу середовищ біля кутової точки нормальні напруження є стискальними. Тоді внаслідок високої концентрації напружень у кутовій точці можливе зародження міжфазних зсувних тріщин, що виходять з цієї точки, з повністю контактуючими берегами, довжина яких значно менша, ніж розміри тіла (рис. 2). Чим більшим є відношення модулів Юнга  $e_0 = E_1/E_2 > 1$ , тим ширша область значень кута  $\alpha$ , при яких слід очікувати утворення таких тріщин. Вважаємо, що тертя між берегами тріщин відсутнє.

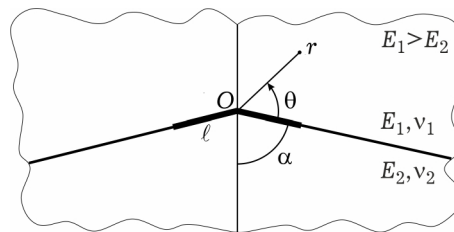


Рис. 2

Якщо  $C < 0$  і  $\alpha \in (0, \alpha_1) \cup (p/2, \alpha_2)$ , то на межі поділу середовищ біля кутової точки має місце висока концентрація нормальних розтягальних напружень. Тоді слід очікувати зародження відкритих тріщин.

Розглянемо лише випадок, коли  $C < 0$  і  $a \hat{=} (a_1, p/2) U(a_2, p)$ .

Дослідимо поведінку напружень в околі кутової точки  $O$  межі поділу середовищ (рис. 2). З урахуванням малості тріщин приходимо до плоскої статичної симетричної задачі теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу

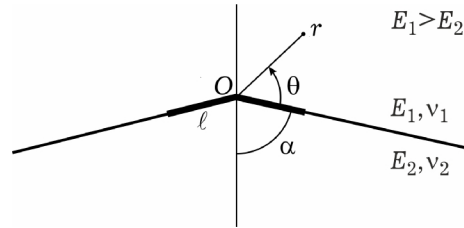


Рис. 3

середовищ у формі сторін кута, що містить розрізи скінченної довжини, які виходять з кутової точки та розташовані на цій межі (рис. 3). На нескінченності задано асимптотику поля напружень, що є розв'язком аналогічної задачі без розрізів (*задача К*) – однорідної задачі теорії пружності для кусково-однорідної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, який породжується єдиним на інтервалі  $(-1, 0)$  коренем  $l_0$  її характеристичного рівняння. Сталу  $C$  вважаємо заданою.

Беручи до уваги симетрію, крайові умови задачі (рис. 3) запишемо так:

$$\begin{aligned} q = p - a, \quad q = -a: \quad t_{rq} = 0, \quad u_q = 0, \\ q = 0: \quad \langle s_q \rangle = \langle t_{r,q} \rangle = 0, \quad \langle u_q \rangle = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} q = 0, \quad r < 1: \quad t_{rq} = 0, \\ q = 0, \quad r > 1: \quad \langle u_r \rangle = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$q = 0, \quad r \infty: \quad t_{rq} = Cg_1 r^{l_0} + o(1/r), \quad -a \leq q \leq p - a. \quad (3)$$

Тут  $\langle a \rangle$  – стрибок  $a$ .

Розв'язок сформульованої задачі теорії пружності (рис. 3) є сумою розв'язків наступних двох задач. Перша задача (*задача 1*) відрізняється від вихідної тим, що замість першої з умов (2) задано

$$q = 0, \quad r < 1: \quad t_{rq} = -Cg_1 r^{l_0}, \quad (4)$$

а на нескінченності напруження згасають як  $o(1/r)$ , що описується умовою (3) без першого доданку. Друга задача – *задача К*. Оскільки розв'язок другої задачі відомий, достатньо розв'язати *задачу 1*. Для побудови точного розв'язку *задачі 1* використаємо метод Вінера – Гопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна [9].

**2. Розв'язання рівняння Вінера – Гопфа.** Застосувавши перетворення Мелліна з комплексним параметром  $p$  до рівнянь рівноваги, умови сумісності деформацій, закону Гука, умов (1) та врахувавши другу умову (2) та умову (4), приходимо до функціонального рівняння Вінера – Гопфа:

$$F^+(p) + \frac{t}{p + l_0 + 1} = A \operatorname{ctg} pp G(p) F^-(p), \quad (5)$$

де

$$A = \frac{(1 + \alpha_1)(1 + \alpha_1 + (1 + \alpha_2)e)}{2(\alpha_1 + (1 + \alpha_1\alpha_2)e + \alpha_2 e^2)}, \quad G(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)},$$

$$G_1(p) = (\alpha_1 + (1 + \alpha_1\alpha_2)e + \alpha_2 e^2)(a_0(p) + a_1(p)e) \sin pp,$$

$$G_2(p) = (1 + \alpha_1 + (1 + \alpha_2)e)(b_0(p) + b_1(p)e + b_2(p)e^2) \cos pp,$$

$$a_0(p) = (1 + \alpha_1)(\cos 2p(p - a) - \cos 2a)(\sin 2pa + p \sin 2a),$$

$$\begin{aligned}
a_1(p) &= (1 + \alpha_2)(\cos 2pa - \cos 2a)(\sin 2p(p - a) - p \sin 2a), \\
b_0(p) &= (\sin 2pa + p \sin 2a)(\alpha_1 \sin 2p(p - a) + p \sin 2a), \\
b_1(p) &= (1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2) \sin^2 pp - (\sin 2pa + p \sin 2a) \cdot \\
&\quad \cdot (\alpha_1 \sin 2p(p - a) + p \sin 2a) - \\
&\quad - (\sin 2p(p - a) - p \sin 2a)(\alpha_2 \sin 2pa - p \sin 2a), \\
b_2(p) &= (\sin 2p(p - a) - p \sin 2a)(\alpha_2 \sin 2pa - p \sin 2a), \\
F^+(p) &= \int_1^{\infty} t_{rq}(r, \mathbf{l}, 0) r^p dr, \quad F^-(p) = \frac{E_1}{4(1 - v_1^2)} \int_0^1 \frac{u_r}{r} \Big|_{r=1}^1 r^p dr, \\
t &= -Cg_1 \mathbf{l}^0, \quad -e_1 < \operatorname{Re} p < e_2,
\end{aligned}$$

$e_1, e_2$  – малі додатні числа.

Розв'язок рівняння (5) має вигляд

$$\begin{aligned}
F^+(p) &= \frac{t K^+(p) G^+(p)}{p + l_0 + 1} \frac{1}{K^+(-l_0 - 1) G^+(-l_0 - 1)} - \\
&\quad - \frac{1}{K^+(p) G_1^+(p)}, \quad \operatorname{Re} p < 0, \\
F^-(p) &= \frac{t p G^-(p)}{A K^+(-l_0 - 1) G^+(-l_0 - 1) (p + l_0 + 1) K^-(p)}, \quad \operatorname{Re} p > 0. \quad (6)
\end{aligned}$$

Тут

$$\exp \frac{\alpha_1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\ln G(z)}{z - p} dz = \begin{cases} G^+(p), & \operatorname{Re} p < 0, \\ G^-(p), & \operatorname{Re} p > 0, \end{cases} \quad K^{\pm}(p) = \frac{G(1 \mp p)}{G(1/2 \mp p)},$$

$G(z)$  – гамма-функція.

**3. Дослідження поведінки напружень в околі кутової точки.** На основі розв'язку (6) рівняння Вінера – Гопфа (5) одержано вирази для меллінівських трансформант напружень. У результаті застосування до цих виразів формули обернення Мелліна, знайдено напруження для задачі 1. Так для колових напружень маємо вираз

$$s_q(r, q) = r^{l_1} S(q) C_1 + \alpha(r^{l_1}), \quad (7)$$

що визначає головний член розвинення  $s_q(r, q)$  в асимптотичний ряд при  $r \gg 0$  для матеріалу 1,  $0 < q < p - a$ . Подання цього члена для  $s_q(r, q)$ , коли  $-a < q < 0$ , а також для  $t_{rq}(r, q)$  і  $s_r(r, q)$  є аналогічними. Тут

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{g_1 G(l_0 + 3/2) G(l_1 + 2) G_1^+(-l_1 - 1)}{(l_1 - l_0) s G(l_0 + 2) G(l_1 + 3/2) G_1^+(-l_0 - 1)} C \mathbf{l}^{l_0 - l_1}, \\
s &= (1 + \alpha_1) \{ (\cos 2(l_1 + 1)(p - a) - \cos 2a) \cdot \\
&\quad \cdot (2a \cos 2(l_1 + 1)a + \sin 2a) - 2(p - a)(\sin 2(l_1 + 1)a + \\
&\quad + (l_1 + 1) \sin 2a) \sin 2(l_1 + 1)(p - a) \} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 + \alpha_2) \{ (2(p - a) \cos 2(l_1 + 1)(p - a) - \sin 2a) \cdot \\
& \cdot (\cos 2(l_1 + 1)a - \cos 2a) - 2a(\sin 2(l_1 + 1)(p - a) - \\
& - (l_1 + 1) \sin 2a) \sin 2(l_1 + 1)a \} e, \\
S(q) = & \frac{1}{2} \frac{\dot{e}}{e} - s_1(l_1 + 2) \sin l_1 q + s_1 \sin(l_1 + 2)q + \\
& + s_3^1(l_1 + 2) \cos l_1 q - s_4^1 \cos(l_1 + 2)q, \\
s_1 = & 2c_1 c_2 - (c_1 c_3 + (1 + \alpha_2)c_4 c_5) e, \\
s_2 = & 2(1 + l_1 + \alpha_2)c_1 c_2 - (l_1 c_1 c_3 - (l_1 + 2)(1 + \alpha_2)c_4 c_6) e, \\
s_3 = & 2c_2 c_6 - (c_3 c_6 + (1 + \alpha_1)c_4 c_7) e, \\
s_4 = & 2(1 + l_1 + \alpha_1)c_2 c_5 - (l_1 c_3 c_5 + (l_1 + 2)(1 + \alpha_1)c_4 c_7) e, \\
c_1 = & \cos 2(l_1 + 1)(p - a) - \cos 2a, \\
c_2 = & \sin 2(l_1 + 1)a + (l_1 + 1) \sin 2a, \\
c_3 = & (2l_1 + 3 + \alpha_2) \sin 2a + (1 - \alpha_2) \sin 2(l_1 + 1)a, \\
c_4 = & \cos 2(l_1 + 1)a - \cos 2a, \\
c_5 = & \sin 2(l_1 + 1)(p - a) + \sin 2a, \\
c_6 = & \sin 2(l_1 + 1)(p - a) - \sin 2a, \\
c_7 = & \cos 2(l_1 + 1)(p - a) + \cos 2a, \\
c_8 = & (2l_1 + 3 + \alpha_2) \sin 2a + (1 - \alpha_1) \sin 2(l_1 + 1)a,
\end{aligned}$$

$$0 < q < p - a,$$

$l_1$  – єдиний на інтервалі  $(-1, 0)$  корінь рівняння

$$\begin{aligned}
& (1 + \alpha_1)(\cos 2(l_1 + 1)(p - a) - \cos 2a) \cdot \\
& \cdot (\sin 2(l_1 + 1)a + (l_1 + 1) \sin 2a) + \\
& + (1 + \alpha_2)(\cos 2(l_1 + 1)a - \cos 2a) \cdot \\
& \cdot (\sin 2(l_1 + 1)(p - a) - (l_1 + 1) \sin 2a) e = 0. \quad (8)
\end{aligned}$$

Якісну залежність кореня  $l_1$  (показника степеня особливості напружень у кутовій точці  $O$ ) від кута  $a$  якісно зображено на рис. 4. Деякі значення  $l_1$  наведено в табл. 2 при  $n_1 = n_2 = 0.3$ .

З виразу (7) випливає, що кутова точка  $O$  є особливою точкою (концентратором напружень) розглянутої крайової задачі теорії пружності (рис. 3). При наближенні цієї точки напруження нескінченно зростають згідно зі степеневим законом. Показник степеня особливості напружень залежить від кута, відношення модулів Юнга та коефіцієнтів Пуассона. Цей показник – єдиний на інтервалі  $(-1, 0)$  корінь трансцендентного рівняння типу (8).

Таблиця 2

$\begin{matrix} e_0 \\ a, [^\circ] \end{matrix}$	2	3	5	10
15	-0.738	-0.702	-0.652	-0.602
30	-0.640	-0.611	-0.577	-0.541
45	-0.547	-0.527	-0.506	-0.484
60	-0.430	-0.419	-0.408	-0.398
75	-0.262	-0.258	-0.255	-0.252
105	-0.274	-0.277	-0.280	-0.283
120	-0.467	-0.476	-0.484	-0.492
135	-0.613	-0.628	-0.641	-0.653
150	-0.731	-0.749	-0.767	-0.782
165	-0.835	-0.855	-0.873	-0.889

Зі зростанням кута  $\alpha$  від 0 до  $\pi/2$  концентрація напружень біля кутової точки послаблюється, а зі збільшенням його від  $\pi/2$  до  $\pi$  – посилюється. Якщо кут  $\alpha$  прямує до нуля або  $\pi$ , показник степеня особливості напружень прямує до  $-1$ . Якщо кут  $\alpha$  прямує до  $\pi/2$ , то показник степеня особливості напружень прямує до нуля. Якщо кут  $\alpha$  гострий, то зі зростанням відношення модулів Юнга  $e_0 = E_1 / E_2 > 1$  концентрація напружень біля кутової точки послаблюється, а якщо тупий – посилюється.

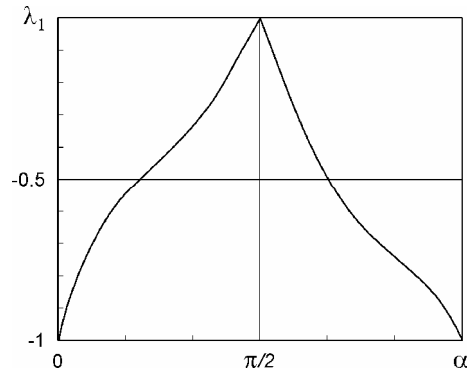


Рис. 4

1. Банцури Р. Д. Решение первой основной задачи теории упругости для клина, имеющего конечный разрез // Докл. АН СССР. – 1966. – 167, № 6. – С. 1256–1259.
2. Богданов В. Л., Гузь А. Н., Назаренко В. М. Исследование неклассических проблем механики разрушения композитов со взаимодействующими трещинами // Прикл. механика. – 2015. – 51, № 1. – С. 79–104.  
То же: Bogdanov V. L., Guz A. N., Nazarenko V. M. Nonclassical problems in the fracture mechanics of composites with interacting cracks // Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, No. 1. – P. 64–84. – <https://doi.org/10.1007/s10778-015-0673-y>
3. Гузь А. Н. О построении основ механики разрушения материалов при сжатии вдоль трещин (обзор) // Прикл. механика. – 2014. – 50, № 1. – С. 5–88.  
Те саме: Guz A. N. Establishing the foundations of the mechanics of fracture of materials compressed along cracks (Review) // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, No. 1. – P. 1–57. – <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0609-y>
4. Лобода В. В., Шевелева А. Е. Определение зон предразрушения у края трещины между двумя упругими ортотропными телами // Прикл. механика. – 2003. – 39, № 5. – С. 76–82.  
Те саме: Loboda V. V., Sheveleva A. E. Determining prefracture zones at a crack tip between two elastic orthotropic bodies // Int. Appl. Mech. – 2003. – 39, No. 5. – P. 566–572. – <https://doi.org/10.1023/A:1025139625891>
5. Кулиев В. Д., Работнов Ю. Н., Черепанов Г. П. О торможении трещины на границе раздела различных упругих сред // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1978. – № 4. – С. 120–128.

6. Некислых Е. М., Острик В. И. Задача об упругом равновесии клина с трещинами на оси симметрии // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2010. – № 5. – С. 111–129.  
Te same: Nekislykh E. M., Ostrik V. I. Problems on elastic equilibrium of a wedge with cracks on the axis of symmetry // Mech. Solids. – 2010. – 45, No. 5. P. 743–756. – <https://doi.org/10.3103/S0025654410050109>
7. Нобл В. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. – 279 с.  
Te same: Noble V. Methods based on the Wiener – Hopf technique. – New York: Chelsea, 1988. – 246 p.
8. Сметанин Б. И. Некоторые задачи о щелях в упругом клине и слое // Инж. журн. Механика твердого тела. – 1968. – № 2. – С. 115–122.
9. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Ленинград: Наука, 1968. – 402 с.
10. Храпков А. А. Задачи об упругом равновесии бесконечного клина с несимметричным надрезом в вершине, разрешимые в замкнутом форме // Прикл. математика и механика. – 1971. – 35, № 6. – С. 1062–1069.  
Te same: Khrapkov A. A. Closed form solutions of problems on the elastic equilibrium of an infinite wedge with nonsymmetric notch at the apex // J. Appl. Math. Mech. – 1971. – 35, No. 6. – P. 1009–1016.  
– [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(71\)90105-5](https://doi.org/10.1016/0021-8928(71)90105-5)
11. Guz A. N., Nazarenko V. M., Bogdanov V. L. Combined analysis of fracture under stresses acting along cracks // Arch. Appl. Mech. – 2013. – 83, No. 9. – P. 1273–1293. – <https://doi.org/10.1007/s00419-013-0746-5>
12. Keer L. M., Mendelsohn D. A., Achenbach J. D. Crack at the apex of a loaded notch // Int. J. Solids Struct. – 1977. – 13, No. 7. – P. 615–623.  
– [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(77\)90044-0](https://doi.org/10.1016/0020-7683(77)90044-0)
13. Uchterlony F. Symmetric cracking of a wedge by concentrated loads // Int. J. Eng. Sci. – 1977. – 15, No. 2. – P. 109–116.  
– [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(77\)90026-X](https://doi.org/10.1016/0020-7225(77)90026-X)
14. Stone S. F., Westmann R. A. Stress intensity factors for cracked wedges // Int. J. Solids Struct. – 1981. – 17, No. 3. – P. 345–358.  
– [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(81\)90068-8](https://doi.org/10.1016/0020-7683(81)90068-8)

#### **ВЛИЯНИЕ МЕЖФАЗНЫХ СДВИГОВЫХ ТРЕЩИН ВОЗЛЕ УГЛОВОЙ ТОЧКИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД БИОДНОРОДНОГО ТЕЛА НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВБЛИЗИ ЭТОЙ ТОЧКИ**

*В рамках гипотезы плоской деформации рассмотрено кусочно-однородное изотропное упругое тело с межфазными сдвиговыми трещинами вблизи угловой точки границы раздела сред. Точное решение соответствующей задачи теории упругости для клиновидного тела построено методом Винера – Хопфа. На основе найденного решения исследовано поведение напряжений в окрестности угловой точки.*

**Ключевые слова:** граница раздела сред, угловая точка, межфазные сдвиговые трещины, метод Винера – Хопфа.

#### **THE INFLUENCE OF INTERPHASE SHEAR CRACKS AT A CORNER POINT OF THE INTERFACE IN A BI-HOMOGENEOUS BODY ON THE STRESS STATE IN THE VICINITY OF THIS POINT**

*Within the framework of the plane deformation hypothesis, a piecewise homogeneous isotropic elastic body with interphase shear cracks at a corner point in the interface is considered. An exact solution of the corresponding problem of the elasticity theory for a wedge-shaped body is constructed by means of the Wiener-Hopf method. Based on the constructed solution, the behavior of stresses is investigated in the vicinity of the corner point.*

**Keywords:** media interface, corner point, interphase shear cracks, the Wiener – Hopf method.