

**РАССЕЯНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ  
ЗВУКОВЫХ ПАКЕТОВ РАЗНОЙ ЧАСТОТЫ ТОЛСТОСТЕННЫМ УПРУГИМ ЦИЛИНДРОМ**

Задачи рассеяния звуковых волн толстостенными упругими цилиндрами рассматривались многими авторами (см., например, работу [2]). Нестационарные задачи рассеяния звуковых импульсов на цилиндре (или сфере) рассматривались для случаев монохроматического импульса конечной длительности [1], частотно-модулированного [6] и узконаправленного монохроматического импульсов [4].

В данной работе рассматривается задача рассеяния на упругом цилиндре импульса конечной длительности, частота которого изменяется скачкообразно, т. е. импульс состоит из двух или более последовательных монохроматических импульсов. Задача была поставлена с целью охарактеризовать пики формфункции системы жидкость — цилиндр с помощью импульсного зондирования объекта, что позволяет получить дополнительную информацию о параметрах зондируемого цилиндра. Известные результаты исследования эхосигналов от упругих пустотелых сфер при частотно-модулированных импульсах [6] не позволяют провести такой анализ.

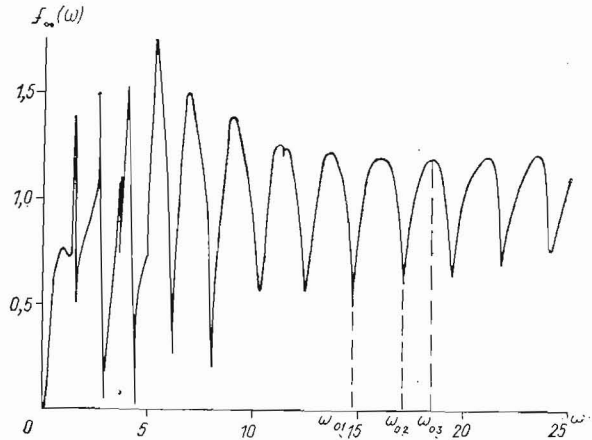


Рис. 1.

Пусть на толстостенный упругий цилиндр, имеющий внешний и внутренний радиусы соответственно  $a$  и  $b$  и контактирующий по внешней и внутренней поверхностям с идеальной сжимаемой жидкостью, падает плоская волна давления  $p_i(r, \varphi, \tau) = \dot{f}(\tau + r \cos \varphi - 1)$ , где  $r$  — безразмерная радиальная координата, отнесенная к  $a$ ;  $\tau = c_1 t/a$ ;  $c_1$  — скорость звука во внешней среде;  $\dot{f}$  — функция изменения давления в падающей волне. В данной работе

$$\begin{aligned} \dot{f}(\tau) = & [H(\tau) - H(\tau - \tau_1)] \sin \omega_1^* \tau + \\ & + [H(\tau - \tau_1) - H(\tau - \tau_1 - \tau_2)] \sin \omega_2^* (\tau - \tau_1), \end{aligned} \quad (1)$$

$\tau_i$  ( $i = 1, 2$ ) — безразмерная длительность волнового пакета;  $\omega_i^* = \Omega_i a/c_1$  — безразмерная несущая частота волнового пакета;  $\Omega_i$  — круговая частота ( $i = 1$  отвечает первому, а  $i = 2$  — второму волновому пакетам);  $H(\xi)$  — единичная функция Хевисайда.

В рассматриваемой линейной постановке задача сводится [5] к решению четырех волновых уравнений:

$$\square_{\kappa_3} p_e = 0, \quad \square p_s = 0, \quad \square_{\kappa_1} \varphi = 0, \quad \square_{\kappa_2} a_2 = 0 \quad (2)$$

относительно давлений  $p_e$  — в заполнителе,  $p_s$  — в рассеянном поле и потенциалов  $\varphi$  и  $a_2$ , где  $\square_{\kappa} = \nabla^2 - \frac{1}{\kappa^2} \partial^2 / \partial \tau^2$  — оператор Даламбера;  $\kappa_1 = c_{10}/c_1$ ;  $\kappa_2 = c_{20}/c_1$ ;  $\kappa_3 = c_3/c_1$ ;  $c_{10}$ ,  $c_{20}$  — скорости распространения продольных и поперечных волн в материале цилиндра;  $c_3$  — скорость звука в заполнителе. Уравнения (2) должны быть решены при условиях безотрывного контакта упругой и акустической сред по внешней и внутренней поверхностям

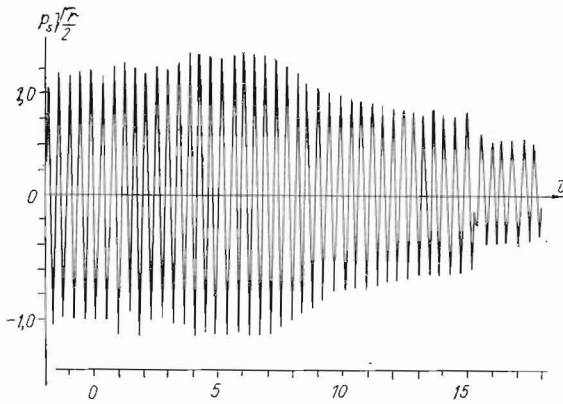


Рис. 2.

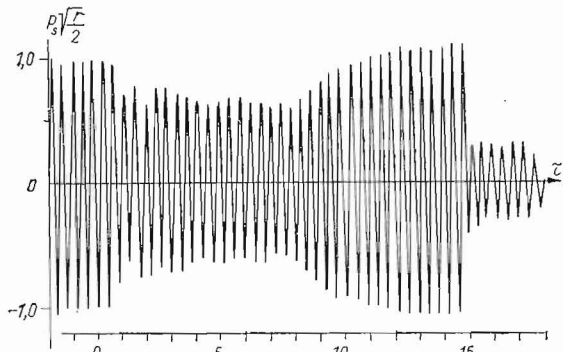


Рис. 3.

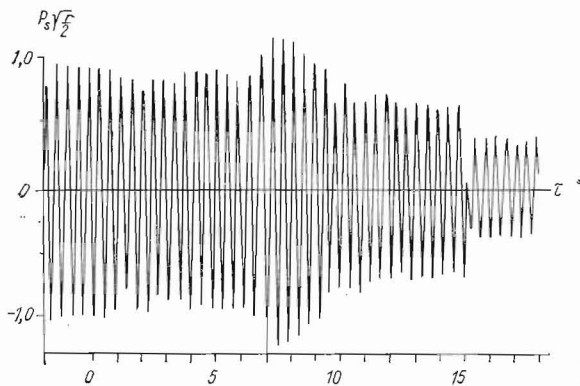


Рис. 4.

цилиндра [2], ограниченности решений в областях, где они определены, а давление  $p_s$  должно удовлетворять условию излучения на бесконечности.

Для решения задачи использовано интегральное преобразование Фурье по безразмерной временной переменной. Трансформанта рассеянного давления в дальнем поле имеет вид

$$p_s^F(r, \varphi, \omega) = F(\omega) f_\infty(\omega) / \sqrt{r/2}, \quad (3)$$

где

$$f_\infty(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi i \omega}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \varepsilon_n x_n \cos n\varphi \quad (4)$$

— формфункция рассеянного давления в дальнем поле [7];  $F(\omega)$  — спектральная плотность зондирующего импульса (трансформанта Фурье функции (1)):

$$F(\omega) = F_1(\omega) + e^{i\omega\tau_1} F_2(\omega);$$

$$F_j(\omega) = \frac{\exp[i(\omega - \omega_j^*)\tau_j]}{2(\omega - \omega_j^*)} + \frac{\exp[i(\omega + \omega_j^*)\tau_j]}{2(\omega + \omega_j^*)} - \frac{\omega_j^*}{\omega^2 - \omega_j^{*2}} \quad (j = 1, 2).$$

Переход в область оригиналов совершался численно по формуле

$$p_s(r, \varphi, \tau) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} p_s^F(r, \varphi, \omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (5)$$

с помощью квадратурной формулы Ромберга.

При расчетах использованы следующие параметры цилиндра, заполнителя и внешней среды:  $c_{10} = 5,24 \cdot 10^5$  см/с,  $c_{20} = 2,978 \cdot 10^5$  см/с,  $\rho_2 = 7,9$  г/см<sup>3</sup>,  $b/a = 0,8$ ,  $c_1 = 1,476 \cdot 10^5$  см/с,  $\rho_1 = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $c_3 = 0,331 \times 10^5$  см/с,  $\rho_3 = 0,00129$  г/см<sup>3</sup>.

На рис. 1 изображена формфункция рассеянного давления в дальнем поле (4). Обозначим через  $\omega_{01} = 14,8$ ,  $\omega_{02} = 17,15$ ,  $\omega_{03} = 18,6$  несущие частоты волновых пакетов, которые использовались при получении приведенных ниже результатов. Для каждой из несущих частот длительности монохроматических пакетов задавались равными двадцати периодам. В случае, когда падающая волна состоит из последовательности коротких волновых

пакетов (для данных геометрических и физических параметров цилиндра  $\tau_1 + \tau_2 \leq 2,7$ ), переизлученные пакеты не накладываются на прямо отраженный. Поэтому, как и в работе [6], в данном случае невозможно получить новые выводы по сравнению с результатами для монохроматических коротких импульсов, о чем было отмечено в работе [3].

Для длительных импульсов в силу линейности задачи после окончания первого монохроматического прямо отраженного пакета в эхо-сигнале начинается суперпозиция переизлученных импульсов первой несущей частоты с прямо отраженным монохроматическим импульсом второй частоты. Вследствие этого должна наблюдаться модуляция по амплитуде эхо-сигнала. Однако проведенные расчеты показали, что модуляция наблюдается далеко не для всех заданных значений несущих частот обоих пакетов. Например, когда несущие частоты пакетов совпадают с двумя последовательными резонансами формфункции (см. рис. 1):  $\omega_1^* = \omega_{01}$ ,  $\omega_2^* = \omega_{02}$ , после окончания первого отраженного пакета в эхо-сигнале начинаются модулированные колебания, исчезающие сразу после окончания второго отраженного пакета. Аналогичная картина наблюдается при  $\omega_1^* = \omega_{02}$ ,  $\omega_2^* = \omega_{03}$ .

На рис. 2 и 3 приведены графики зависимости давления от времени при действии на объект зондирующего импульса (1) для следующих значений несущих частот и длительностей монохроматических составляющих зондирующего пакета:  $\omega_1^* = \omega_{01} - 0,5$ ,  $\omega_2^* = \omega_{01}$ ,  $\tau_1 = 8,8$ ,  $\tau_2 = 8,5$  (рис. 2),  $\omega_1^* = \omega_{01}$ ,  $\omega_2^* = \omega_{01} + 0,5$ ,  $\tau_1 = 8,5$ ,  $\tau_2 = 8,39$  (рис. 3). Как видно из графиков, в обоих случаях амплитуда колебаний для каждой из несущих частот без модуляции достигает своего стационарного значения. Если несущие частоты монохроматических составляющих волнового пакета (1) задать так, что  $\omega_1^* < \omega_{01} < \omega_2^*$ ,  $\omega_2^* - \omega_1^* = 0,5$  ( $\omega_1^* = 14,5$ ,  $\omega_2^* = 15$ ,  $\tau_1 = 8,67$ ,  $\tau_2 = 8,38$ ), то после окончания первого монохроматического пакета на графике (рис. 4) наблюдается всплеск амплитуды эхо-сигнала с последующим ее затуханием к значению амплитуды эхо-сигнала с несущей частотой  $\omega_2^*$  в стационарном режиме.

Таким образом, анализ полученных результатов показал, что в зависимости от того, как скачок несущих частот в зондирующем пакете (1) выбран по отношению к пику формфункции, наблюдается вполне определенная картина изменения амплитуды эхо-сигнала. Это дает возможность с некоторой точностью определить и охарактеризовать резонансные частоты системы жидкость — цилиндр с помощью импульсного зондирования исследуемого объекта.

1. Векслер Н. Д. О природе рассеяния акустических волновых пакетов тонкостенными упругими цилиндрическими оболочками.— Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат., 1981, 30, № 2, с. 147—158.
2. Векслер Н. Д. Рассеяние импульсов на упругих цилиндрах.— Таллин : Валгус, 1980.— 180 с.
3. Нигул У. К., Метсавээр Я. А., Векслер Н. Д., Кутсер М. Э. Эхо-сигналы от упругих объектов : В 2-х т.— Таллин : Изд-во АН ЭССР, 1974, т. 2.— 345 с.
4. Поддубняк А. П., Пороховский В. В. Взаимодействие ограниченного звукового пучка с поллой упругой сферой в акустической жидкости.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1980, № 3, с. 51—54.
5. Doolittle R. D., Uberall H. Sound scattering by elastic cylindrical shells.— J. Acoust. Soc. Amer., 1966, 39, N 2, p. 272—275.
6. Hickling R., Means R. W. Scattering of frequency — modulated pulses by spherical elastic shells in water.— Ibid., 1968, 44, N 5, p. 1246—1252.
7. Uberall H., Dragonette L. R., Flax L. Relation between creeping waves and normal modes of vibration of a curved body.— Ibid., 1977, 61, N 3, p. 711—715.

Ин-т прикл. пробл. механики  
и математики АН УССР, Львов

Получено 18.10.82