Локальные изменения амплитуды и профиля волны проанализируем непосредственно из уравнения (11). Поскольку волна распространяется при условии $\varepsilon > -1$, то видно, что в случае $\gamma < 0$ или $a_1 > \gamma$ происходит искажение профиля упругой волны (рис. 1, 2; стрелками указаны направления движения точек профиля). Аналогичная картина наблюдается и при $a_1 < \gamma$ (знаки при V_2 на рис. 1, 2 изменяются на противоположные). Сравнение со случаем, когда влияние температурного поля на упругие волны исключается [5], показывает, что в полосе частот ниже характеристической частоты материала ω_* качественная картина не изменяется. Однако количественные изменения для конкретных термоупругих сред могут быть существенными.

1. *Нигул У. К., Энгельбрехт Ю. К.* Нелинейные и линейные переходные волновые процессы деформации термоупругих и упругих тел.— Таллин : Изд-во АН ЭССР, 1972.— 172 с.
2. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М* Обобщенная термомеханика.—Киев : Наук. думка, 1976.— 312 с.
3. *Семерак Ф. В.* Исследование гармонических волн в термоупругих средах с учетом конечной скорости распространения тепла.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1978, вып. 7, с. 7—11.
4. *Энгельбрехт Ю. К., Нигул У. К.* Нелинейные волны деформации.— М. : Наука, 1981.— 235 с.
5. *Takuoka T.* Weak and short waves in one-dimensional ingomogeneous nonlinear elastic materials.— J. Acoust. Soc. Amer., 1981, **69**, N 1, p. 66—70.

Ин-т прикл. пробл. механики
и математики АН УССР, Львов

Получено 01.08.83

УДК 539.3

В. В. Пороховский

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛОКАЛИЗОВАННОГО ЗВУКОВОГО ПУЧКА С АКУСТИЧЕСКИ ЖЕСТКОЙ СФЕРОЙ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Анализ эхо-сигнала, вызванного падением на акустически мягкую сферу сферического звукового импульса направленного действия, подробно изучался в работе [1].

В данной работе исследуется задача эхо-сигнала, вызванного звуковым импульсом, распространяющимся в виде узкого конического пучка и освещающего лишь часть поверхности акустически жесткой сферы. Среда, окружающая объект, трактуется как сжимаемая невязкая жидкость. Задача решается с помощью метода разделения переменных, интегрального преобразования Фурье по времени и интегрального преобразования Зоммерфельда — Ватсона.

Пусть на акустически жесткую сферу набегает звуковой импульс в виде узкого конического пуска, ось симметрии которого проходит через центр оболочки. Давление в падающей волне имеет вид [3]

$$p_i(r,\theta,\tau) = \frac{l_0}{l}\, p_0 f(\tau - l)\,[H(\tau - l) - H(\tau - l - \tau_0)]\, R(r,\theta), \qquad (1)$$

где

$$R(r,\theta) = H\left(\sin\theta_0 - \frac{r l_1(\theta_0)}{l}\sin\theta\right); \quad f(\tau) \equiv 0 \quad (\tau \leqslant 0);$$

$$l_1(\theta) = \sqrt{l_0^2 - 2l_0\cos\theta + 1}; \quad l = \sqrt{l_0^2 - 2rl_0\cos\theta + r^2}. \qquad (2)$$

Здесь p_0 —постоянная, имеющая размерность давления; $f(\tau)$ — модуляция импульса; r, θ — сферические координаты с началом отсчета в центре объекта; $\tau = ct/R_1$; $\tau_0 = ct_0/R_1$; c — скорость звука в акустической среде; t — время; t_0 — длительность импульса посылки; $H(x)$ — функция Хевисайда; l_0 — расстояние от центра источника до центра рассеивателя, отнесенное, как и другие линейные величины, к радиусу сферического объекта R_1. Предполагается, что звуковой импульс посылки пересекает объект по сегменту с углом $2\theta_0 < \pi$.

Используя интегральное преобразование Фурье по времени и метод разделения переменных, давление p_e в дифрагированной на жесткой сфере волне записываем в виде [2]

$$p_e(r, \theta, \tau) = \frac{p_0}{2\pi} \operatorname{Re} \int_0^\infty \bar{f}(\omega)\, \bar{p}_e(r, \theta, \omega)\, e^{-i\omega\tau} d\omega, \tag{3}$$

где

$$\bar{p}_e(r, \theta, \omega) = \frac{l_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \frac{S_m'(\omega, \mu_0)}{h_m^{(1)'}(\omega)} h_m^{(1)}(\omega r)\, P_m(\cos\theta), \tag{4}$$

$$S_m'(\omega, \mu_0) = \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial r} \int_{\mu_0}^{1} l^{-1} \exp(i\omega l)\, P_m(x)\, dx \,|_{r=1} \quad (\mu_0 = \cos\theta_0). \tag{5}$$

На основании интегрального преобразования Зоммерфельда — Ватсона [5] давление в нестационарном эхо-сигнале в области «геометрической тени» можно представить в следующем виде:

$$p_e(r, \theta, \tau) = -\frac{p_0 l_0}{4\sqrt{2r}\,(r^2-1)^{1/4}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{4} \frac{\varkappa_k^{(1)}}{\sqrt{\sin\theta}} D_{knm}(r, \theta_0) \times$$
$$\times [G_{knm}^{(1)}(\tau - \tau_{kn}^{(1)}) - G_{knm}^{(1)}(\tau - \tau_{kn}^{(1)} - \tau_0)], \quad \theta \neq \pi, \tag{6}$$
$$p_e(r, \pi, \tau) = -\frac{p_0 l_0 \pi}{4\sqrt{2r}\,(r^2-1)^{1/4}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{2} \varkappa_k^{(2)} D_{knm}(r, \theta) \times$$
$$\times [G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^{(2)}) - G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^{(2)} - \tau_0)].$$

Аналогично получаем представление давления в «освещенной» области:

$$p_e(r, \theta, \tau) = p_0 R^{(1)}(r, \gamma)\, f(\tau - \tau_g^{(1)})\, [H(\tau - \tau_g^{(1)}) - H(\tau - \tau_g^{(1)} - \tau_0)] +$$
$$+ p_0 \sum_{k=1}^{2} F_k^{(1)}(r, \theta_0)\, [\Phi(\tau - \tau_k^{(1)}) - \Phi(\tau - \tau_k^{(1)} - \tau_0)] -$$
$$- p_0 \frac{l_0}{4\sqrt{2r}\,(r^2-1)^{1/4}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{4} \frac{\delta_k^{(1)}}{\sqrt{\sin\theta}} D_{knm}(r, \theta_0) \times$$
$$\times [G_{knm}^{(1)}(\tau - \tau_{kn}^{(1)}) - G_{knm}^{(1)}(\tau - \tau_{kn}^{(1)} - \tau_0)], \quad \theta \neq 0, \tag{7}$$
$$p_e(r, 0, \tau) = p_0 R^{(2)}(r)\, f(\tau - \tau_g^{(2)})\, [H(\tau - \tau_g^{(2)}) - H(\tau - \tau_g^{(2)} - \tau_0)] +$$
$$+ p_0 F_1^{(2)}(r, \theta_0)\, f(\tau - \tau_1^{(2)})\, [H(\tau - \tau_1^{(2)}) - H(\tau - \tau_1^{(2)} - \tau_0)] -$$
$$- p_0 \frac{l_0 \pi}{4\sqrt{2r}\,(r^2-1)^{1/4}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{2} \delta_k^{(2)} D_{knm}(r, \theta_0) \times$$
$$\times [G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^{(2)}) - G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^{(2)} - \tau_0)].$$

В формулах (6), (7) приняты такие обозначения:

$$G_{knm}^{(1)}(\tau) = H(\tau) \int_0^{\tau_0} f(\tau - \xi)\, U_{1/2}(\xi, \theta_{knm}^{(1)})\, d\xi, \tag{8}$$

$$G_{knm}^{(2)}(\tau) = H(\tau) \int_0^{\tau_0} f(\tau - \xi)\, U_0(\xi, \theta_{knm}^{(2)})\, d\xi;$$

$$D_{knm}(r, \theta_0) = \frac{(-1)^n \sqrt{\sin\theta_0}\,(1 - l_0 \cos\theta_0)}{q_m' A(q_m')\, l_1(\theta_0)\, [l_0 \sin\theta_0 - (-1)^k l_1(\theta_0)]}; \tag{9}$$

$$U_\alpha(\tau, x) = \int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} \xi^{-\alpha} e^{\xi\tau - x\xi^{1/3}} d\xi; \tag{10}$$

$$R^{(1)}(r, \gamma) = \sqrt{\frac{\sin(2\gamma)}{2r\sin\theta}} \frac{\sqrt{l_1(\gamma)}\, H(\gamma_0 - \gamma)}{\sqrt{l_2(\gamma)\sqrt{l_0^2 - \sin^2\gamma} - l_1(\gamma)\sqrt{r^2 - \sin^2\gamma}}},$$

$$R^{(2)}(r) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2l_0 - 1}{r(2rl_0 - r - l_0)}}; \tag{11}$$

$$F_{1,2}^{(1)}(r, \theta_0) = l_0 e^{\mp i\pi/4}\sqrt{\frac{\sin\theta_0}{2\pi r\sin\theta}}\,\frac{1 - l_0\cos\theta_0}{l_1(\theta_0)} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{l_2(\theta \pm \theta_0)}}{l_0 l_2(\theta \pm \theta_0)\sin\theta_0 \pm r l_1(\theta_0)\sin(\theta \pm \theta_0)}; \tag{12}$$

$$F_1^{(2)}(r, \theta_0) = \frac{l_0(1 - l_0\cos\theta_0)}{l_1(\theta_0)\,[l_0 l_2(\theta_0) + r l_1(\theta_0)]},$$

$$\Phi(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, e^{-i\pi/4} H(\tau)\int_0^{\tau_0}\frac{f(\tau - \xi)}{\sqrt{\xi}}\, d\xi, \tag{13}$$

$$\varkappa_1^{(1)} = \varkappa_4^{(1)} = \delta_2^{(1)} = \delta_3^{(1)} = 1, \quad \varkappa_2^{(2)} = \delta_1^{(2)} = \sqrt{2},$$

$$\varkappa_2^{(1)} = -\varkappa_3^{(1)} = -\delta_1^{(1)} = \delta_4^{(1)} = i, \quad \varkappa_1^{(2)} = \delta_2^{(2)} = \sqrt{2}i;$$

$$\tau_{kn}^{(s)} = \sqrt{r^2 - 1} + l_1(\theta_0) - (\theta_k^{(s)} + 2\pi n); \tag{14}$$

$$\theta_{knm}^{(s)} = 6^{-1/3}(\theta_k^{(s)} + 2\pi n)\, q_m' \quad (s = 1, 2); \tag{15}$$

$$\tau_{1,2}^{(1)} = l_1(\theta_0) + l_2(\theta \pm \theta_0), \quad \tau_1^{(2)} = l_1(\theta_0) + l_2(\theta_0); \tag{16}$$

$$\tau_g^{(1)} = \sqrt{l_0^2 - \sin^2\gamma} + \sqrt{r^2 - \sin^2\gamma} - 2\cos\gamma; \tag{17}$$

$$\tau_g^{(2)} = l_0 + r - 2, \quad l_2(\theta) = \sqrt{r^2 - 2r\cos\theta + 1}; \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned}
\theta_{1,2}^{(1)} &= -\arccos\frac{1}{r} + 2\pi + \theta \pm \theta_0,\\
\theta_{3,4}^{(1)} &= -\arccos\frac{1}{r} + 2\pi - \theta \pm \theta_0,\\
\theta_{1,2}^{(2)} &= -\arccos\frac{1}{r} + 2\pi \pm \theta_0
\end{aligned}\right\}\ \text{«освещенная» область,}$$

$$\left.\begin{aligned}
\theta_{1,2}^{(1)} &= -\arccos\frac{1}{r} + \theta \pm \theta_0,\\
\theta_{3,4}^{(1)} &= -\arccos\frac{1}{r} - \theta \pm \theta_0,\\
\theta_{1,2}^{(2)} &= -\arccos\frac{1}{r} + \pi \pm \theta_0
\end{aligned}\right\}\ \text{область «геометрической тени»,} \tag{19}$$

$U_\alpha(\tau, x)$ — функция введенная Фридлендером [4]; γ — угол отражения от акустически жесткой сферы; γ_0 — угол отражения краевых лучей пучка.

В случае, когда $r = l_0 \gg 1$ и $\theta = 0$, давление в эхо-сигнале запишется в виде

$$p_e(r, 0, \tau) = \frac{p_0}{2r} f(\tau - \tau_g)\,[H(\tau - \tau_g) - H(\tau - \tau_g - \tau_0)] -$$

$$-\frac{p_0}{2r}\cos\theta_0 f(\tau - \tau_g^0)\,[H(\tau - \tau_g^0) - H(\tau - \tau_g^0 - \tau_0)] -$$

$$-\frac{p_0}{2r}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{2} D_{knm}^0(\theta_0)\,[G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^0) - G_{knm}^{(2)}(\tau - \tau_{kn}^0 - \tau_0)], \tag{20}$$

где

$$D_{knm}^0(\theta_0) = -\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\sin\theta_0}{2}}\,\frac{(-1)^n\,\delta_k^{(2)}\cos\theta_0}{q_m' A(q_m')\,[\sin\theta_0 - (-1)^k]}; \tag{21}$$

$$\tau_g = l_0 + r - 2, \quad \tau_1 = l_0 + r - 2\cos\theta_0; \tag{22}$$

$$\tau_{kn}^0 = r + l_0 - (\theta_k^{(2)} + 2\pi n). \tag{23}$$

Из полученных результатов следует, что рассеянный акустический импульс от акустически жесткой неподвижной сферы состоит из отдельных эхоимпульсов. В области «геометрической тени» это импульсы, излученные ползущими волнами, которые зарождаются в предельных точках области падения звуковой волны на сферу $\theta = \theta_0$ и распространяются вокруг объекта со скоростью, меньшей скорости звука в окружающей акустической среде. В каждой точке $\theta = \theta_0$ при условии $\theta_0 < \pi/2$ возбуждаются два типа ползущих волн, одни из которых распространяются вокруг объекта по ходу часовой стрелки, а другие — против нее. Каждая из этих волн характеризуется своим безразмерным временем прибытия в точку наблюдения $\tau_{kn}^{(1)}$ или $\tau_{kn}^{(2)}$ (14).

В «освещенной» области рассеянный акустический импульс состоит из следующих волн: волны, отраженной по законам геометрической акустики (безразмерное время распространения $\tau_g^{(1)}$ или $\tau_g^{(2)}$ (17), (18)); сферических волн, излученных источниками, расположенными по круговой линии $r = 1$, $\theta = \theta_0$ (время распространения $\tau_{1,2}^{(1)}$ или $\tau_1^{(2)}$ (16), а в случае, когда $r = l_0 \gg 1$, τ_1 (22)); ползущих волн, распространяющихся аналогично, как и в области «геометрической тени», по ходу часовой стрелки и против нее (время распространения $\tau_{kn}^{(1)}$ или $\tau_{kn}^{(2)}$ (14), а в случае, когда $r = l_0 \gg 1$, $\tau_{kn}^{(1)}$ (23)).

Направленность звуковой посылки влияет главным образом на ползущие волны в силу того, что амплитуда этих волн имеет множитель $\sqrt{\sin\theta_0}$ ((9), (21)) и с уменьшением угла направленности она уменьшается. На прямо отраженный импульс направленность акустического излучателя существенного влияния не производит, поскольку в амплитуду этого импульса угол направленности θ_0 не входит. Импульсы, излучаемые угловыми точками $r = 1, \theta = \theta_0$, дополняют прямо отраженную волну и составляют «хвостовую» часть этой волны.

Амплитуда импульсов от угловых точек $F_{1,2}^{(1)}$, $F_1^{(2)}$ зависит от угла направленности θ_0 (12). Эта зависимость хорошо видна в случае, когда $r = l_0 \gg 1$. Амплитуда этих импульсов равна $\cos\theta_0$ (20). С ростом угла направленности θ_0 она увеличивается. По времени прибытия в точку наблюдения импульсы от угловых точек запаздывают на величину времени $4\sin^2\frac{\theta_0}{2}$ по сравнению с временем прибытия прямо отраженного импульса.

В деформируемых сферических объектах волновая картина значительно сложнее, так как падающая волна частично преломляется, отражается от внутренних поверхностей объекта, резонирует по толщине оболочки в материале заполнителя и т. д. Но из этого сложного процесса с помощью направленности падающего импульса можно четко выделить компоненты эхосигнала, принадлежащие ползущим импульсам (так как эти импульсы будут иметь множитель $\sqrt{\sin\theta_0}$), и волны, которые получаются в результате отражения от внутренней и внешней границ сферического объекта (поскольку прямо отраженный импульс не зависит от угла θ_0).

1. *Подстригач Я. С., Поддубняк А. П., Грилицкий Д. В.* Дифракция остронаправленного звукового импульса на акустически мягкой сфере.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, № 3, с. 238—241.
2. *Пороховский В. В.* Взаимодействие локализованного звукового пучка с упругим объектом в акустической среде : Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Львов, 1983.— 16 с.
3. *Пороховский В. В.* Рассеяние звукового пучка упругой сферической оболочкой в воде.— Прикл. механика, 1982, 18, № 8, с. 125—127.
4. *Фридлендер Ф.* Звуковые импульсы.— М. : Изд-во иностр. лит., 1962.— 232 с.
5. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции.— М. : Мир, 1964.— 428 с.

Ин-т прикл. пробл. механики
и математики АН УССР, Львов

Получено 05.10.83