УДК 517.95

П. І. Каленюк[1,2], І. В. Когут[1], З. М. Нитребич[1]

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-СИМВОЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛОКАЛЬНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ОДНОРІДНОЇ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Запропоновано диференціально-символьний метод дослідження нелокальної крайової задачі для однорідної системи рівнянь із частинними похідними першого порядку за часом і, взагалі кажучи, нескінченного порядку за просторовими змінними. Побудовано розв'язок цієї задачі у класі аналітичних вектор-функцій з певними обмеженнями на порядок зростання за просторовими змінними, а також у класах функцій, компоненти яких для фіксованого t є квазіполіномами спеціального вигляду. Досліджено множину нетривіальних розв'язків однорідної системи рівнянь з однорідною нелокальною крайовою умовою.

Моделями багатьох фізичних процесів, таких як процеси волого- та солепереносу у ґрунтах, дифузії, фізики плазми тощо, є задачі з нелокальними крайовими умовами. Таким задачам присвячено численні праці вчених (див. [3, 7, 1] та бібліографію у них). Нелокальна крайова задача Для диференціального оператора першого порядку за часом і, загалом, нескінченного порядку за просторовими змінними за допомогою диференціально-символьного методу [5] вперше досліджувалася у праці [4]. Пропонована робота присвячена дослідженню аналогічної задачі для випадку системи диференціальних рівнянь із частинними похідними.

В області змінних $t \in (0,h)$, $x \in \mathbb{R}^s$ вивчається нелокальна крайова задача

$$L\left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) U(t,x) \equiv \left[E_n \frac{\partial}{\partial t} - A\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right] U(t,x) = \mathbb{O}\,, \tag{1}$$

$$U(0,x) + \mu U(h,x) = \Phi(x)\,, \tag{2}$$

де $h \in \mathbb{R}$, $h > 0$; $A\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ – оператор-матриця порядку n, елементами якої є довільні диференціальні вирази зі сталими коефіцієнтами та цілими символами; $\Phi(x) = \left(\Phi_1(x), \Phi_2(x), \ldots, \Phi_n(x)\right)^\top$; $\mu \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; E_n – одинична матриця порядку n; $\mathbb{O} = (0, 0, \ldots, 0)^\top$, «$\top$» – символ транспонування.

Поряд із умовою (2) запишемо відповідну однорідну нелокальну крайову умову

$$U(0,x) + \mu U(h,x) = \mathbb{O}\,. \tag{3}$$

Задача (1), (2) є, взагалі кажучи, некоректною, оскільки відповідна задача (1), (3) може мати нетривіальні розв'язки.

Побудуємо формальний розв'язок задачі (1), (2) за допомогою диференціально-символьного методу.

Шукаємо розв'язок системи (3) у вигляді

$$U(t,x,\nu) = T(t,\nu) \exp\left[\nu \cdot x\right], \tag{4}$$

де $T(t,\nu) = \left(T_1(t,\nu), T_2(t,\nu), \ldots, T_n(t,\nu)\right)^\top$; $\nu \cdot x = \nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 + \ldots + \nu_n x_n$.

Підставляючи (4) в (1), одержимо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$L\left(\frac{d}{dt}, \nu\right) T(t,\nu) = \mathbb{O}\,. \tag{5}$$

Розглянемо характеристичний поліном матриці $A(\nu)$:

$$\varphi(\lambda, \nu) \equiv \det L(\lambda, \nu) = \lambda^n + \sum_{j=1}^{n} \xi_j(\nu)\, \lambda^{n-j}. \tag{6}$$

Позначимо через $\widetilde{L}(\lambda, \nu)$ приєднану матрицю для $L(\lambda, \nu)$. Тоді

$$L(\lambda, \nu)\, \widetilde{L}(\lambda, \nu) = \varphi(\lambda, \nu)\, E_n. \tag{7}$$

Подібно, як у [5], запишемо частковий формальний розв'язок системи (1)

$$U(t,x) = \left[G^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \exp[\nu \cdot x]\, C(\nu)\, \widetilde{L}^{\top}\left(\frac{d}{dt}, \nu\right) \left[E_n W(t,\nu)\right] \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top}, \tag{8}$$

де $W(t,\nu)$ – розв'язок задачі Коші

$$\varphi\left(\frac{d}{dt}, \nu\right) W(t,\nu) = 0, \tag{9}$$

$$\frac{d^k W}{dt^k}(0,\nu) = \delta_{k,n-1}, \qquad k = \overline{0, n-1}, \tag{10}$$

$C(\nu)$ – довільна матриця розміру $n \times n$; $G(x)$ – довільна аналітична вектор-функція; δ_{kn} – символ Кронекера.

Позначимо

$$B(t,\nu) = \widetilde{L}^{\top}\left(\frac{d}{dt}, \nu\right) \left[E_n W(t,\nu)\right]. \tag{11}$$

Теорема 1. *Формальний розв'язок задачі* (1), (2) *визначається за формулою*

$$U(t,x) = \left[\Phi^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \exp[\nu \cdot x]\, D^{-1}(\nu) B(t,\nu) \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top}, \tag{12}$$

де $D(\nu) = E_n + \mu B(h,\nu)$.

Д о в е д е н н я. Вектор-функція (12), як згадувалося вище, задовольняє систему рівнянь (1). Покажемо виконання умови (2):

$$U(0,x) + \mu U(h,x) =$$

$$= \left[\Phi^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \exp[\nu \cdot x]\, D^{-1}(\nu) \left[B(0,\nu) + \mu B(h,\nu)\right] \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top} =$$

$$= \left[\Phi^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \exp[\nu \cdot x]\, D^{-1}(\nu)\, D(\nu) \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top} =$$

$$= \left[\Phi^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \exp[\nu \cdot x]\, E_n \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top} = \Phi(x).$$

Отже, формула (12) визначає формальний розв'язок задачі (1), (2). Теорему доведено. ◊

Розв'язок (12), очевидно, можна подати у вигляді

$$U(t,x) = \left[\Phi^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right) \left\{ \frac{\exp[\nu \cdot x]\, \widetilde{D}(\nu) B(t,\nu)}{\Delta(\nu)} \right\} \Bigg|_{\nu=\mathbb{O}} \right]^{\top}, \tag{13}$$

де $\Delta(\nu) = \det D(\nu)$; $\widetilde{D}(\nu)$ – приєднана матриця для $D(\nu)$.

Виділення класів однозначної розв’язності задачі (1), (2) пов’язане із дослідженням визначника $\Delta(\nu)$. Щодо цього визначника можливі такі три випадки:

$\boldsymbol{1}^\circ$. $\Delta(\nu) \equiv 0$;

$\boldsymbol{2}^\circ$. $\forall \nu \in \mathbb{C}^s \quad \Delta(\nu) \neq 0$;

$\boldsymbol{3}^\circ$. $\exists \nu \in \mathbb{C}^s \quad \Delta(\nu) = 0$, причому $\Delta(\nu) \not\equiv 0$.

У ***випадку 1°*** задача (1), (2) є виродженою. У подальших дослідженнях цей випадок розглядати не будемо.

Випадок 2°. Такий випадок виконується, наприклад, якщо $n = 2$, $s = 1$, $\mu = 1$, $h = 1$, $A(\nu) = \begin{Vmatrix} \nu^2 + \nu & \nu^2 \\ \nu^2 + 2\nu + 1 & -(\nu^2 + \nu) \end{Vmatrix}$. Тоді $\Delta(\nu) \equiv 4$.

Введемо класи аналітичних функцій, які допускають однозначне аналітичне продовження до цілих функцій з урахуванням порядків:

$A_{\infty+0} = \{\varphi(x),\ x \in \mathbb{R}^s : \varphi(z)$ – ціла функція, $z \in \mathbb{C}^s\}$;

$A_{\infty} = \{\varphi(x),\ x \in \mathbb{R}^s : \varphi(z)$ – ціла функція довільного скінченного порядку за сукупністю змінних, $z \in \mathbb{C}^s\}$;

$A_{p} = \{\varphi(x),\ x \in \mathbb{R}^s : \varphi(z)$ – ціла функція порядку $\rho < p$, $1 < p < \infty$, за сукупністю змінних, $z \in \mathbb{C}^s\}$;

$A_{1} = \{\varphi(x),\ x \in \mathbb{R}^s : \varphi(z)$ – ціла функція експоненціального типу, $z \in \mathbb{C}^s\}$.

Позначимо також

$$D_p = \begin{cases} A_{\infty+0}, & 0 \le p < 1, \\ A_{\infty}, & p = 1, \\ A_{p'}, \quad p'(p-1) = p, & 1 < p < \infty, \\ A_1, & p = \infty. \end{cases}$$

Сформулюємо умови існування і єдиності розв’язку задачі (1), (2). Для цього позначимо

$$\theta = \begin{cases} \max\limits_{j=\overline{1,n}} \{j^{-1} \deg \xi_j(\nu)\}, & \text{якщо } A(\nu) \text{ – матриця, елементами якої є поліноми,} \\ \infty & \text{– в інших випадках,} \end{cases} \tag{14}$$

де $\deg \xi_j(\nu)$ – степені поліномів $\xi_j(\nu)$, $j = \overline{1,n}$, за сукупністю змінних.

Теорема 2. *Нехай у системі* (1) $A\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\right)$ – *оператор-матриця порядку* n, *елементами якої є довільні диференціальні вирази зі сталими коефіцієнтами та цілими символами, і, крім того,* $\forall \nu \in \mathbb{C}^s \quad \Delta(\nu) \neq 0$.

Якщо для кожного $p = \overline{1,n}$ *функції* $\Phi_p(x)$ *належать до* D_θ, *де* θ *визначене за формулою* (14), *то у класі вектор-функцій, компоненти яких* $U_j(t,x)$, $j = \overline{1,n}$, *для кожного фіксованого* $t \in (0,h)$ *належать до* D_θ, *існує єдиний розв’язок задачі* (1), (2), *який можна зобразити у вигляді* (13).

Д о в е д е н н я. Припустимо, що для всіх $p=\overline{1,n}$ функції $\Phi_p(x)$ належать до D_θ. Визначимо диференціальні вирази $\Phi_p\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right), p=\overline{1,n}$, як диференціальні вирази нескінченного порядку формальною заміною x на $\frac{\partial}{\partial\nu}$ у розвиненнях $\Phi_p(x)$ у ряд Маклорена.

Оскільки за припущенням $A(\nu)$ − матриця, елементами якої є цілі функції параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$, то коефіцієнти $\xi_k(\nu)$ характеристичного полінома (6) як суперпозиції цілих функцій теж будуть цілими функціями параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$. Тому за теоремою Пуанкаре [8] про аналітичну залежність розв'язку задачі Коші від параметрів маємо, що функція $W(t,\nu)$ як розв'язок задачі Коші є цілою функцією параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$. Очевидно також, що елементи приєднаної матриці $\widetilde{L}(\lambda,\nu)$ є цілими функціями параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$. Враховуючи умову $\forall\nu\in\mathbb{C}^s\ \ \Delta(\nu)\neq 0$, маємо, що компоненти функції у фігурних дужках формули (13), є цілими функціями параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$. Порядок цих цілих функцій за сукупністю параметрів $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_s$ визначається порядком цілої функції $W(t,\nu)$ і не перевищує θ, обчисленого за формулою (14) [2]. Дії диференціальних виразів нескінченного порядку $\Phi_p\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)$, $p=\overline{1,n}$, на ці вирази означені коректно, якщо символи $\Phi_p(x)$ належать до D_θ [6]. При цьому результат цієї дії для фіксованого $t\in(0,h)$ буде належати до D_θ [6].

Клас вектор-функцій, компоненти яких для фіксованого $t\in(0,h)$ належать до D_θ, буде також класом єдиності розв'язку задачі (1), (2), оскільки він є звуженням класу, виділеного у роботі [1]. Теорему доведено. ◊

Зауважимо, що у розглядуваному випадку розв'язком задачі (1), (3) є лише тривіальний розв'язок $U(t,x)\equiv\mathbb{O}$.

Випадок 3°. Такий випадок виконується, наприклад, якщо $n=2$, $s=1$, $\mu=-1$, $h=1$, $A(\nu)=\begin{Vmatrix}\nu^2+1 & 1\\ -1 & \nu^2-1\end{Vmatrix}$. Тоді $\Delta(\nu)\equiv\left(1-\exp\left[\nu^2\right]\right)^2$.

У розглядуваному випадку розв'язок задачі (1), (2) існує, але не є єдиним і тому обчислюється з точністю до елементів ядра задачі (1), (2), тобто розв'язків задачі (1), (3).

Сформулюємо теорему про вигляд елементів ядра задачі у класі квазіполіномів у випадку, якщо $s=1$. Випадок, коли $s\in\mathbb{N}$, сподіваємося викласти у подальших дослідженнях.

Введемо до розгляду множину K_M квазіполіномів вигляду

$$f(x)=\sum_{j=1}^{m}\exp\left[\alpha_j x\right]Q_j(x),$$

де $\alpha_j\in M\subseteq\mathbb{C}$, $m\in\mathbb{N}$, $\alpha_j\neq\alpha_k$ при $j\neq k$; $Q_j(x)$ − поліноми.

Будемо шукати елементи ядра задачі (1), (2) у вигляді

$$U(t,x)=\left[G^\top\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\left\{\exp\left[\nu x\right]\widetilde{L}^\top\left(\frac{d}{dt},\nu\right)\left[E_n W(t,\nu)\right]\right\}\Bigg|_{\nu=0}\right]^\top, \tag{15}$$

де $G^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)=\left(G_1\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right),\ G_2\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right),\ \ldots,\ G_n\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\right)^{\top}$ – невідомий оператор-рядок.

Дію диференціального оператора $f\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)$, де $f(x)=\sum\limits_{j=1}^{m}\exp[\alpha_j x]Q_j(x)$, розуміємо так:

$$f\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\Big\{\zeta(\nu)\Big\}\Big|_{\nu=0}=\sum_{j=1}^{m}Q_j\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\Big\{\zeta(\nu)\Big\}\Big|_{\nu=\alpha_j}. \tag{16}$$

Розглянемо функцію $\Delta(\nu)$ і множину її нулів $P=\{\nu\in\mathbb{C}:\Delta(\nu)=0\}$.

Теорема 3. *Якщо вектор-функція* (15) *є розв'язком задачі* (1), (3) *і* $G_r(x)$, $r=\overline{1,n}$, *– квазіполіноми, то* $G_r(x)$, $r=\overline{1,n}$, *мають вигляд*

$$G_r(x)=\sum_{j=1}^{m_r}\exp\left[\alpha_{rj}x\right]Q_{rj}(x), \tag{17}$$

у якому $\alpha_{rj}\in P$ *і* $Q_{rj}(x)$ *– деякі поліноми,* $m_r\in\mathbb{N}$.

Доведення. Нехай $G_r(x)$, $r=\overline{1,n}$, – квазіполіноми вигляду (17). Подамо $G(x)$ у вигляді

$$G(x)=\sum_{j=1}^{m}\exp\left[\alpha_j x\right]\sum_{i=0}^{n_j}q_{ji}x^i,$$

де $\alpha_j\neq\alpha_l$ для $j\neq l$; q_{jn_j} – ненульовий вектор з $\mathbb{R}^n$. Нехай, крім того, функція (15) задовольняє умову (3), тобто $\left[G^{\top}\left(\frac{\partial}{\partial\nu}\right)\{\exp[\nu x]D(\nu)\}\Big|_{\nu=0}\right]^{\top}\equiv\mathbb{O}$. Останню рівність запишемо у вигляді

$$\sum_{j=1}^{m}\exp[\alpha_j x]\left(\sum_{i=0}^{n_j}\sum_{k=0}^{i}C_i^k D^{(k)}(\alpha_j)q_{ji}x^{i-k}\right)\equiv\mathbb{O}.$$

Оскільки $\alpha_j\neq\alpha_l$ для $j\neq l$, де $j,l=\overline{1,m}$, то для довільного $j=\overline{1,m}$ матимемо

$$\sum_{i=0}^{n_j}\sum_{k=0}^{i}C_i^k D^{(k)}(\alpha_j)q_{ji}x^{i-k}\equiv\mathbb{O},\qquad j=\overline{1,m}. \tag{18}$$

Функції 1, x, $x^2,\ldots,x^{n_j}$ є лінійно незалежними, тому всі вирази при цих функціях при перегрупуванні останньої суми повинні дорівнювати нулеві. Зокрема, легко бачити, що при x^{n_j} маємо $D^{(0)}(\alpha_j)\,q_{jn_j}=\mathbb{O}$. Остання рівність є однорідною системою лінійних алгебричних рівнянь. Ця система може мати ненульові розв'язки лише тоді, коли α_j є нулем функції $\Delta(\nu)$, тобто $\alpha_j\in P$. Теорему доведено. ◊

Позначимо через $A((0,h),\ Y)$ клас аналітичних на $(0,h)$ за змінною t функцій, які для фіксованих $t\in(0,h)$ належать до Y.

Якщо $\Phi_p(x)$, $p=\overline{1,n}$, – квазіполіноми, то формула (13) для знаходження розв'язку задачі (1), (2), загалом, є незастосовною, оскільки існує знаменник у цій формулі, який може перетворюватися в нуль. Наприклад, якщо $0 \in P$, то формула (13) є непридатною для довільних поліномів $\Phi_p(x)$, $p = \overline{1,n}$. Однак, якщо $\Phi_p \in K_M$, $p = \overline{1,n}$, де M – деяка підмножина $\mathbb{C}$, то застосовність формули (13) з'ясовує

Теорема 4. *Нехай в умові* (2) $\Phi_p \in K_{\mathbb{C} \setminus P}$, $p = \overline{1,n}$, *де* P – *множина нулів функції* $\Delta(\nu)$. *Тоді у класі вектор-функцій, компоненти яких належать до* $A((0,h), K_{\mathbb{C}\setminus P})$, *існує єдиний розв'язок задачі* (1), (2), *який можна визначити за формулою* (13).

Доведення. Нехай $\Phi_r(x) = \sum\limits_{j=1}^{m_r} \exp[\alpha_{rj}x] Q_{rj}(x)$, де $\alpha_{rj} \in \mathbb{C} \setminus P$, $j = \overline{1, m_r}$, $r = \overline{1,n}$, $m_r \in \mathbb{N}$; $Q_{rj}(x)$ – поліноми. Подамо $\Phi(x)$ у вигляді

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^{m} \exp[\alpha_j x] \sum_{i=0}^{n_j} q_{ji} x^i \,,$$

де $\alpha_j \ne \alpha_l$ для $j \ne l$; q_{jn_j} – ненульовий вектор з $\mathbb{R}^n$. Тоді за формулою (13) з урахуванням (16) маємо

$$U(t,x) = \left[\sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=0}^{n_j} q_{ji}^\top \frac{\partial^i}{\partial \nu^i} \left\{ \frac{\exp[\nu x]\, \widetilde{D}(\nu)\, B(t,\nu)}{\Delta(\nu)} \right\} \Bigg|_{\nu=\alpha_j} \right) \right]^\top .$$

Оскільки $\alpha_j \in \mathbb{C} \setminus P$, то розв'язок задачі (1), (2), визначений за цією формулою, існує. Крім того, компоненти знайденої вектор-функції $U(t,x)$, очевидно, є аналітичними за змінною t функціями і для фіксованого $t \in (0,h)$ належать до $K_{\mathbb{C}\setminus P}$, тобто $U_j \in A((0,h), K_{\mathbb{C}\setminus P})$, $j = \overline{1,n}$.

Доведемо, що знайдений розв'язок задачі (1), (2) у виділеному класі єдиний. Припустимо, що існують два різних розв'язки $U^{[1]}(t,x)$, $U^{[2]}(t,x)$ задачі (1), (2), компоненти яких належать до $A((0,h), K_{\mathbb{C}\setminus P})$. Тоді їх різниця $V(t,x) = U^{[1]}(t,x) - U^{[2]}(t,x)$ є вектор-функцією, компоненти якої належать до $A((0,h), K_{\mathbb{C}\setminus P})$, і є розв'язком задачі (1), (2). Однак з теореми 3 випливає, що $V_j(t,x) \in A((0,h), K_P)$, $j = \overline{1,n}$. Одержали суперечність.

Теорему доведено. ◊

1. *Антыпко И. И., Перельман М. А.* О классах единственности решения нелокальной многоточечной краевой задачи в бесконечном слое // Теория функций, функц. анализ и их прил. – 1976. – Вып. 16. – С. 98–109.
2. *Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.* Обобщенные функции: Вып. 3. Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1958. – 274 с.
3. *Дезин А. А.* Общие вопросы теории граничных задач. – М.: Наука, 1980. – 208 с.
4. *Каленюк П. І., Когут І. В., Нитребич З. М.* Диференціально-символьний метод розв'язування нелокальної крайової задачі для рівняння з частинними похідними // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – **45**, № 2. – С. 7–15.
5. *Каленюк П. І., Нитребич З. М.* Узагальнена схема відокремлення змінних. Диференціально-символьний метод. – Львів: Вид-во нац. ун-ту «Львів. політехніка», 2002. – 292 с.
6. *Леонтьев А. Ф.* Обобщение рядов экспонент. – М.: Наука, 1981. – 320 с.
7. *Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М.* Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. – К.: Наук. думка, 2002. – 416 с.
8. *Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г.* Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980. – 232 с.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-СИМВОЛЬНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Предложен дифференциально-символьный метод исследования нелокальной краевой задачи для однородной системы уравнений в частных производных первого порядка по времени и, вообще говоря, бесконечного порядка по пространственным переменным. Построено решение этой задачи в классе аналитических вектор-функций с определенными ограничениями на порядок роста по пространственным переменным, а также в классах функций, компоненты которых для фиксированного t являются квазиполиномами специального вида. Исследовано множество нетривиальных решений однородной системы уравнений с однородным нелокальным краевым условием.

DIFFERENTIAL-SYMBOL METHOD OF SOLVING THE NONLOCAL BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A HOMOGENEOUS SYSTEM OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

We propose the differential-symbol method of investigating the nonlocal boundary-value problem for a homogeneous system of partial differential equations of the first order in time and generally infinite order in spatial variables. We construct the solution to this problem in the class of analytical vector-functions with certain constraints on the growth order in spatial variables, as well as in the class of functions, whose components for fixed t are quasi-polynomials of special form. We examine a set of nontrivial solutions of a homogeneous system of equations with homogeneous nonlocal boundary condition.

[1] Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,
[2] Жешівський ун-т, Жешів, Польща

Одержано
02.08.03