

ВІДНОВЛЕННЯ ФОРМИ ТІЛА ЗА ЗАДАНИМИ ДІАГРАМАМИ РОЗСІЮВАННЯ

Розвинуто метод відновлення форми тіла, що базується на властивостях діаграм розсіювання на власній частоті його внутрішньої області. Описано різні підходи до задачі мінімізації відповідного функціонала, проведено числові експерименти на модельних прикладах і проаналізовано їхні результати.

1. Вступ. Задачі відновлення форми тіла при заданих (вимірних) діаграмах розсіювання на них монохроматичних електромагнітних або акустичних хвиль належать до обернених задач розсіювання [1, 2, 5]. Відомі різні методи їх розв'язування, що відрізняються між собою типом і об'ємом необхідної вхідної інформації. Стаття присвячена короткому опису та розвитку одного з таких методів [1], який базується на властивості неповноти множини діаграм, розсіяних непрозорим (металічним у електромагнітному випадку) тілом на власній частоті відповідного закритого резонатора з тою самою (шуканою) формою границі. Математична теорія цього явища описана в роботах [3–5].

У працях [6, 7] запропоновано використати вказану властивість розсіяних діаграм для знаходження форми тіла за відсутності інформації про падаюче поле. Функція ортогонального доповнення у просторі діаграм визначається з умови ортогональності її до всіх вимірних діаграм, яка формулюється у вигляді задачі на мінімум певного квадратичного функціонала. Перші числові результати, одержані таким методом, були наведені в [1, 6, 7].

У пропонованій роботі вказаний метод розвивається як у теоретичному, так і в числовому аспектах. Зокрема, описано різні підходи до задачі мінімізації функціонала, проведено числові експерименти на модельних прикладах і проаналізовано їхні результати.

2. Постановка задачі.

2.1. Розглянемо двовимірну задачу про розсіювання падаючого поля $u^{\text{in}}(x, y)$ на тілі з однозв'язною границею S (рис. 1), на якій має задовольнятися однорідна гранична умова Діріхле

$$u|_S \equiv (u^{\text{in}} + u^{\text{sc}})|_S = 0. \quad (1)$$

У зовнішній області V^- розсіяне поле u^{sc} повинно задовольняти однорідне рівняння Гельмгольца

$$\Delta u^{\text{sc}} + k^2 u^{\text{sc}} = 0 \quad (2)$$

із заданим додатним значенням хвильового числа

k (надалі – частоти), граничну умову $u^{\text{sc}}|_S = -u^{\text{in}}|_S$, що випливає з (1), та умову випромінювання на безмежності

$$u^{\text{sc}}|_{r \rightarrow \infty} \cong \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{kr}} f(\varphi) \quad (3)$$

(тут r, φ – циліндричні координати; залежність від часу вибрана у вигляді $\exp(i\omega t)$).

Пряма задача розсіювання полягає в знаходженні поля u^{sc} (і, зокрема, його найважливішої характеристики – діаграми розсіювання $f(\varphi)$) при заданих формі тіла S і значенні падаючого поля u^{in} на границі S . Відома

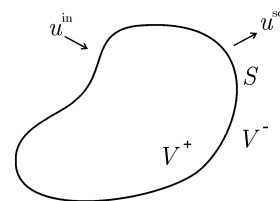


Рис. 1

формула (див., наприклад, [1]), яка виражає діаграму $f(\varphi)$ через струм $j(s)$ на границі тіла:

$$f(\varphi) = \int_S j(s) e^{ikr(s) \cos(\varphi - \vartheta)} ds_\vartheta, \quad (4)$$

де $j(s) = \frac{\partial u}{\partial N} \Big|_S$; $r = r(\vartheta)$ – рівняння границі області в полярній системі координат. У формулі (4) пропущено несуттєвий сталий множник.

В обернених задачах розсіювання задається падаюче поле $u^{\text{in}}(x, y)$ і діаграма розсіювання $f(\varphi)$, а потрібно знайти форму тіла S . Існуючі методи розв'язування таких задач вимагають, як правило, безмежної кількості заданих діаграм розсіювання, що відповідають різним падаючим полям (наприклад, плоскій хвилі, що приходить з усіх можливих напрямків).

Відомо [3, 4], що при заданих формі тіла S і діаграмі $f(\varphi)$ задача про знаходження розв'язку рівняння (2) з умовою на безмежності (3) не завжди має розв'язок. Зокрема, розв'язок може не існувати при значенні k (власній частоті внутрішньої області), при якому існує нетривіальний розв'язок рівняння (2) в області V^+ з граничною умовою $u^{\text{sc}} \Big|_S = 0$. Іншими словами, в просторі діаграм $L_2(0, 2\pi)$ може існувати функція $\hat{F}(\varphi)$, ортогональна до всіх можливих діаграм розсіювання:

$$(f, \hat{F}) \equiv \int_0^{2\pi} f(\varphi) \hat{F}^*(\varphi) d\varphi = 0. \quad (5)$$

З цією функцією зв'язане дійсне допоміжне поле $\hat{u}(x, y)$ (хвильова функція Герглотца [5]), яке задовольняє однорідне рівняння Гельмгольца типу (2) у всій площині, нульову граничну умову на границі S і має на безмежності асимптотику

$$\hat{u} \Big|_{r \rightarrow \infty} \cong \frac{e^{-ikr}}{\sqrt{kr}} \hat{F}(\varphi) + \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} \hat{F}^*(\varphi). \quad (6)$$

Відомо [1], що для того, щоб поле $\hat{u}(x, y)$ було дійсним у всій площині, необхідно, щоб функція $\hat{F}(\varphi)$ задовольняла умову

$$\hat{F}^*(\varphi) = \hat{F}(\varphi + \pi). \quad (7)$$

2.2. Ідея методу полягає в знаходженні функції $\hat{F}(\varphi)$ шляхом мінімізації функціонала

$$L(F) = \frac{1}{(F, F)} \sum_{m=1}^{\infty} |(f_m, F)|^2, \quad (8)$$

де $f_m(\varphi)$ – діаграми розсіювання, створені повною лінійно незалежною системою струмів $j_m(s)$, індукованих на границі тіла відповідними падаючими полями. Діаграми вважаються нормованими умовою

$$(f_m, f_m) = 1. \quad (9)$$

Мінімізація здійснюється вибором функції $F(\varphi)$.

Частота k вибирається такою, щоб мінімальне значення функціонала L дорівнювало нулеві. Це можливо лише тоді, коли k є власною частотою тіла. Тоді функція $F(\varphi)$, що мінімізує функціонал (8), є шуканою функцією ортогонального доповнення $\hat{F}(\varphi)$. Визначивши функцію $\hat{F}(\varphi)$, знаходимо функцію $\hat{u}(x, y)$, одна з нульових ліній якої є контуром границі тіла S .

3. Метод розв'язування.

3.1. Застосувавши теорему Лагранжа до однорідного функціонала (8), отримаємо квадратичний функціонал

$$\mathcal{L}(F) = \sum_{m=1}^{\infty} |(f_m, F)|^2 - \Lambda(F, F). \quad (10)$$

Найменше значення множника Лагранжа Λ , при якому функціонал $\mathcal{L}(F)$ має екстремум, співпадає з мінімальним значенням функціонала (8), а функція F , на якій цей екстремум досягається, є функцією, що мінімізує $L(F)$. При будь-якій частоті k , крім власних частот тіла, значення $L_{\min}(k) = \min_F L(F)$ не є нулем (нагадаємо, що $L(F)$ залежить від k опосередковано через виміряні діаграми f_m). Рівняння для визначення власних частот має вигляд

$$L_{\min}(k) = 0. \quad (11)$$

Щоб розв'язати це рівняння, необхідно мати достатній набір розсіяних діаграм f_m , виміряних на різних частотах. Достатньо знайти лише одну власну частоту тіла (скажімо, першу), після чого для визначення форми тіла використати діаграми, виміряні на цій частоті.

Зауважимо, що функціонал (10) може мати не лише глобальний мінімум, який нас цікавить, а й локальні екстремуми та інші стаціонарні точки. Такі точки можуть бути знайдені двома способами. Перший, що базується на методі Рітца, полягає в розвиненні шуканої функції $\hat{F}(\varphi)$ у ряд за повною системою функцій (зокрема, в ряд Фур'є) і визначенні коефіцієнтів розвинення з необхідної умови екстремуму – рівності нулю частинних похідних функціонала \mathcal{L} за цими коефіцієнтами. Цей підхід приводить до безмежної системи однорідних алгебричних рівнянь для невідомих коефіцієнтів розвинення. Ці коефіцієнти є власними векторами системи і є стаціонарними точками функціонала \mathcal{L} , а відповідні їм власні значення – стаціонарними значеннями функціонала L , найменшим серед яких є $L_{\min}(k)$. Якщо кількість виміряних діаграм є обмеженою, то кількість членів розвинення у ряд теж повинна бути обмеженою, і безмежна система рівнянь зводиться до скінченної.

Другий підхід полягає у зведенні варіаційної задачі до однорідного рівняння Ейлера. Його власні функції є стаціонарними точками функціонала (10), а відповідні їм власні значення співпадають зі значеннями функціонала (8) на цих функціях. Опишемо ці підходи детальніше.

3.2. Подамо шукану функцію $\hat{F}(\varphi)$, що мінімізує L , у вигляді розвинення у ряд за повною лінійно незалежною системою функцій $\psi_n(\varphi)$:

$$\hat{F}(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_n(\varphi). \quad (12)$$

Підставляючи рівність (12) у (10) і диференціюючи за $\text{Re } C_n$, $\text{Im } C_n$, одержуємо безмежну систему однорідних лінійних рівнянь

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{nq} C_n - \Lambda \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{nq} C_q = 0, \quad q = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

де

$$\alpha_{nq} = \sum_{m=1}^{\infty} (f_m, \psi_q)(\psi_n, f_m), \quad \beta_{nq} = (\psi_n, \psi_q). \quad (14)$$

Матриці $A = \{\alpha_{nq}\}$, $B = \{\beta_{nq}\}$ цієї системи є ермітовими, а власні значення Λ_n є дійсними й невід'ємними. Найменше з них, Λ_1 , є мінімумом функціонала L , а за відповідним йому власним вектором $\{C_n\}_1$ визначаємо коефіцієнти розвинення (12).

Якщо $\Lambda_1 \neq 0$, частота не є власною і відповідно $F(\varphi)$ не є функцією ортогонального доповнення. Для того щоб $F(\varphi)$ була функцією ортогонального доповнення, потрібно знайти власну частоту тіла, тобто розв'язати рівняння (11), записане у вигляді

$$\Lambda_1(k) = 0. \quad (15)$$

Після знаходження функції $\hat{F}(\varphi)$ допоміжне поле $\hat{u}(x, y)$ будемо за формулою [1, 5]

$$\hat{u}(r, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi i}} \int_0^{2\pi} \hat{F}^*(\varphi) e^{ikr \cos(\beta - \varphi)} d\beta. \quad (16)$$

Шуканий контур границі тіла S співпадає з однією із нульових ліній поля $\hat{u}(x, y)$. Він може бути виділений серед інших нульових ліній, якщо є відомим порядковий номер його власної частоти k_0 , обчисленої раніше. В іншому випадку необхідно мати додаткову інформацію про лінійні розміри тіла.

Якщо функції ψ_n задовольняють умову

$$\psi_n^*(\varphi) = \psi_n(\varphi + \pi), \quad (17)$$

еквівалентну до (7), то коефіцієнти C_n є дійсними і система (13) набуває вигляду

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \alpha_{nq} C_n - \Lambda \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \beta_{nq} C_q = 0, \quad q = 1, 2, \dots \quad (18)$$

На практиці відоме лише обмежене число вимірних (комплексних) діаграм, $m \leq M$. Тоді безмежні системи (13), (18) мають не більше ніж M і $2M$ ненульових власних значень відповідно. Один із способів отримати скінченну систему із (18) полягає в обмеженні числа коефіцієнтів ряду (12) числом $n \leq M$ для системи (13) і $n \leq 2M$ для системи (18). У цьому випадку рівняння (15) може не мати розв'язку. Щоб наближено визначити власну частоту $k = k_0$, потрібно вибрати мінімальне власне значення при кожному k і потім мінімізувати його по k .

У цій задачі можуть виникнути труднощі, спричинені тим, що, крім Λ_1 , однорідна система лінійних рівнянь може мати інші малі власні значення, що відповідають швидкозмінним власним функціям $F(\varphi)$, відмінним від $\hat{F}(\varphi)$. Для визначення Λ_1 серед малих Λ_n потрібно проаналізувати структуру відповідних їм власних функцій.

3.3. Щоб звести функціонал (10) до рівняння Ейлера в другому підході, необхідно записати функцію F у вигляді $F = \hat{F} + \delta F$ і прирівняти до нуля першу варіацію функціонала $\mathcal{L}(F)$, тобто лінійну (щодо δF) частину його приросту. Після деяких перетворень одержимо

$$\sum_{m=0}^{\infty} (\hat{F}, f_m) f_m = \Lambda \hat{F}. \quad (19)$$

Це шукане рівняння Ейлера для власних значень Λ_n і власних функцій F_n є еквівалентним до задачі знаходження стаціонарних точок функціонала (10).

Інше рівняння можна отримати у випадку, коли розв'язок шукаємо в класі функцій, що задовольняють умову (13). Ця умова має бути накладена на δF і рівняння Ейлера набуває вигляду

$$\frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} [\beta_m f_m(\varphi) + \beta_m^* f_m^*(\varphi + \pi)] = \Lambda \hat{F}(\varphi), \quad \beta_m = (\hat{F}, f_m), \quad (20)$$

Для числового розв'язання цих рівнянь можна використати, наприклад, метод Бубнова – Гальоркіна. Він полягає у підстановці (12) в (19) або (20) (включаючи β_m) і виконанні умови ортогональності нев'язки для всіх функцій $\psi_n(\varphi)$. Якщо в цьому методі використовуються ті ж базисні функції $\psi_n(\varphi)$, що й у методі Рітца, то алгебричні системи (13), (18) співпадають відповідно з (19), (20).

4. Числові результати.

4.1. У числових експериментах, результати яких подані нижче, використовувались тригонометричні базисні функції

$$\psi_n(\varphi) = \frac{(-i)^n}{\pi(1 + \delta_{01})} \cos(n\varphi), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (21)$$

що задовольняють умову (17) (для простоти шукану форму тіла вважаємо симетричною відносно осі x , а всі вимірні діаграми $f_m(\varphi)$ – парними функціями кута φ ; це дозволяє обмежитись лише парними базисними функціями). Невідому функцію $\hat{F}(\varphi)$ виражаємо у вигляді ряду Фур'є

$$\hat{F}(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n C_n}{\pi(1 + \delta_{01})} \cos(n\varphi). \quad (22)$$

У цьому випадку можна використати алгебричну систему (18) (чи еквівалентну їй (20)), коефіцієнти C_n одержуємо дійсними, і поле $\hat{u}(x, y)$, обчислене за формулою (10), має явний вигляд

$$\hat{u}(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_n(kr) \cos(n\varphi). \quad (23)$$

Цей ряд збігається у всій площині, якщо збігається ряд (22). Дійсно, при кожному фіксованому r коефіцієнти ряду (23) відрізняються від коефіцієнтів ряду (22) множниками $J_n(kr)$, які з ростом n спадають, як n^{-n} .

4.2. Перш ніж приступити до пошуку власної частоти тіла, доцільно шляхом паралельного переносу вибрати початок координат так, щоб він був розміщений усередині тіла. З великою імовірністю це завдання можна розв'язати, знаючи лише одну вимірну діаграму. Для цього слід використати просту формулу

$$f^{\text{sh}}(\varphi) = f(\varphi) e^{ikd \cos(\varphi - \alpha)}, \quad (24)$$

яка впливає з (4) та описує зв'язок діаграми $f(\varphi)$, створеної струмом $j(s)$ на контурі S тіла, з діаграмою $f(\varphi; d, \alpha)$, створеною тим самим струмом $j(s)$, розміщеним на контурі того ж тіла, зсунутого паралельно самому собі в напрямку α на відстань d . Інформація про невідомий зсув міститься у фазі діаграми $\arg f(\varphi)$. Можна очікувати, що розміщення центра координат буде оптимальним для описаного вище методу, якщо вибрати значення

α , d так, щоб різниця між максимальним і мінімальним значеннями була мінімальною. Звичайно, ця функція повинна бути обчислена як неперервна функція, без стрибків на $\varphi = 2\pi$. Якщо у вибраній системі координат задана деяка діаграма $f^{\text{sh}}(\varphi)$, то спочатку можна наближено обчислити напрямок зсуву, а саме таке значення $\tilde{\alpha}$, що

$$\left| \arg f^{\text{sh}}(\tilde{\alpha}) - \arg f^{\text{sh}}(\tilde{\alpha} + \pi) \right| = \max_{0 \leq \varphi \leq \pi} \left| \arg f^{\text{sh}}(\varphi) - \arg f^{\text{sh}}(\varphi + \pi) \right|. \quad (25)$$

Тоді значення величини зсуву \tilde{d} обчислюємо за формулою

$$2k\tilde{d} = \arg f^{\text{sh}}(\tilde{\alpha}) - \arg f^{\text{sh}}(\tilde{\alpha} + \pi). \quad (26)$$

Якщо задано декілька діаграм $f_m^{\text{sh}}(\varphi)$, виміряних при фіксованому розміщенні тіла, то $\tilde{\alpha}$ можна обчислити як середнє значення $\bar{\alpha}$ всіх $\tilde{\alpha}_m$, отриманих за (25) для всіх m . Тоді, аналогічно, зсув \tilde{d} обчислюємо як середнє значення \bar{d} усіх \tilde{d}_m , обчислених за (26) при $\tilde{\alpha} = \bar{\alpha}$ для всіх m . Діаграма $f(\varphi)$ у відновлених координатах має вигляд

$$f^{\text{rec}}(\varphi) = f^{\text{sh}}(\varphi)e^{-ik\tilde{d}} \cos(\varphi - \tilde{\alpha}). \quad (27)$$

На рис. 2 криві 1 і 2 відповідають фазам діаграм $f(\varphi)$ і $f^{\text{sh}}(\varphi)$, створених одним і тим самим випадковим струмом, розподілених по периметру прямокутника зі сторонами $2a$, $2b$, $ka = 1$, $kb = 0.3$, з центром у початку координат і на такому ж прямокутнику, зсунутому в напрямку $\alpha = \pi/6 = 0.523$ на відстань $kd = 2.5$. Наближені значення α і d , обчислені за (25) і (26), є $\tilde{\alpha} = 0.503$, $k\tilde{d} = 2.586$. Крива 3 описує відновлену діаграму. Видно, що ці параметри обчислені з точністю, яка дозволяє помістити центр координат поблизу центра прямокутника. Така точність є достатньою для того, щоб застосувати описаний вище метод для відновлення контуру тіла.

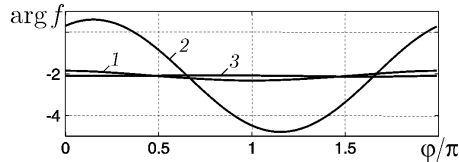


Рис. 2

Наступним кроком є визначення власної частоти k_0 . Воно полегшується, якщо діаграми f_m , виміряні при різних k , відповідають падаючому полю, що неперервно залежить від k . У цьому випадку власні значення Λ_n є також неперервними функціями від k , і вибір Λ_1 не є складною задачею. На цьому етапі не потрібно мати багато діаграм, виміряних на кожній частоті.

Якщо падаюче поле не є неперервним при зміні k , то всі виміряні діаграми на кожній частоті можна розділити на дві групи і розв'язувати задачу відновлення форми тіла для обох груп незалежно. Частота, при якій обчислені контури співпадуть (з певною точністю) між собою, буде власною, а знайдені контури будуть описувати (з тією ж точністю) шукану форму тіла.

Щоб покращити точність відновлення форми, можна збільшити число діаграм, виміряних при власній частоті. Проте для визначення власної частоти в обох підходах достатньо лише декілька діаграм, виміряних при кожній частоті. Очевидно, що при обчисленні нульових ліній поля $\hat{u}(x, y)$, побудованого за $\hat{F}(\varphi)$, як контур тіла необхідно вибрати ту із них, що відповідає власній частоті, яка використовувалась у системах лінійних рівнянь (13), (18) чи (20).

4.3. Описаний метод було застосовано до кількох модельних задач розпізнавання. Результати зображено на рис. 3–5. Вони стосуються тіл трьох форм: 1°) еліпса з відношенням півосей $b/a = 0.3$; 2°) прямокутника з тим самим відношенням сторін $b/a = 0.3$; 3°) «планера» – фігури, що описується параметричними рівняннями

$$x(t) = \cos t + a(1 - \cos 2t), \quad y = b \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi, \quad (28)$$

з $a = 1.0$, $b = 1.5$. У модельних задачах «виміряні» діаграми були обчислені за формулою (4), де струми j_m задавались у вигляді ряду Фур'є з випадковими коефіцієнтами, а інтегрування проводилось по контуру тіла, яке необхідно розпізнати.

Рис. 3 ілюструє процедуру визначення власної частоти за залежностями $\Lambda_1(k)$. У випадках 1°, 2° було вибрано три діаграми $f_m(\varphi)$ при кожній частоті k , у випадку 3° – чотири (відповідно криві $\Lambda_1^e, \Lambda_1^r, \Lambda_1^k$). Струми, що створюють ці діаграми, були вибрані випадковими і незалежними від k . У всіх випадках мінімальне власне значення Λ_1 має добре помітні мінімуми. Точність визначення власної частоти досягає 0.01%.

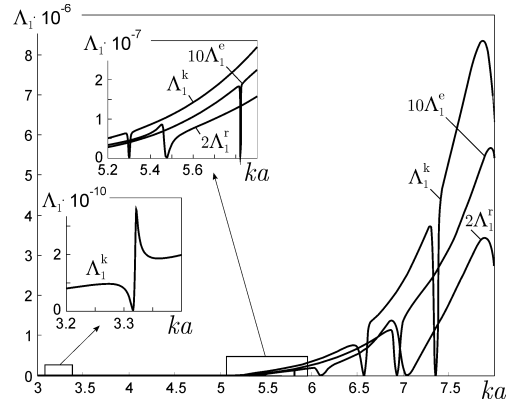


Рис. 3

Рис. 4 ілюструє типову поведінку нульових ліній поля $\hat{u}(x,y)$ для випадку прямокутника на його першій власній частоті $k_1 a = 5.466$ (рис. 4а) і на частоті $ka = 5.500$, зсунутій від k_1 на 1% (рис. 4б). Точні контури тіла наведено штриховими лініями. Ці результати показують, що структура нульових ліній $\hat{u}(x,y)$ суттєво змінюється в околі власної частоти. Зокрема, при відході від власної частоти замкнена лінія, що описує контур тіла, перестає існувати. У цьому сенсі процедура відновлення форми тіла є нестійкою; вона дуже чутлива до точності визначення мінімуму Λ_1 . Для покращення стійкості алгоритм може бути дещо модифікований. Ця модифікація полягає у знаходженні (у випадку відсутності замкненої нульової лінії) такого контуру $r = r(\varphi)$, на якому при кожному фіксованому φ функція $|\hat{u}(x,y)|$ має локальний мінімум.

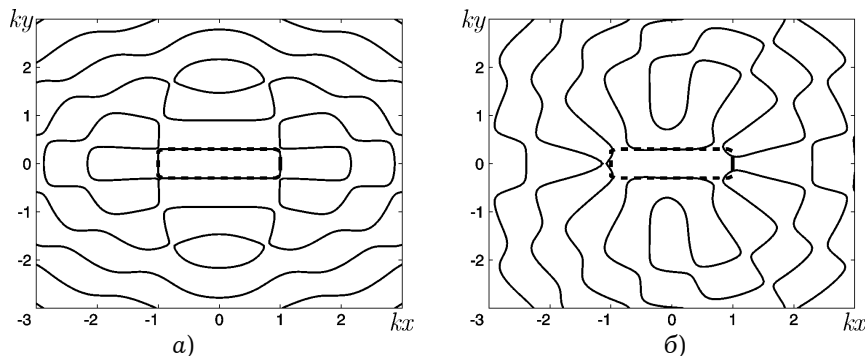


Рис. 4

Зауважимо, що згідно з [1] за наявності кутових точок на границі тіла (як у випадку прямокутника) функція $\hat{F}(\varphi)$ не є інтегрованою з квадратом,

ряд (22) для неї розбігається. Проте виявляється, що використання скінченної частини цього ряду дозволяє відновити контур з достатньою точністю (по суті, відновлюється деякий згладжений контур, близький до прямокутника).

Аналогічні результати, що стосуються тіл у формі еліпса і планера показано відповідно на рис. 5, 6. Еліпс вдається відновити (на його власній частоті) з дуже високою точністю. Однак зсув частоти приводить до того ж самого ефекту, що й для прямокутника: нульові лінії якісно перебудовуються. Згадана модифікація також дає допустимий результат.

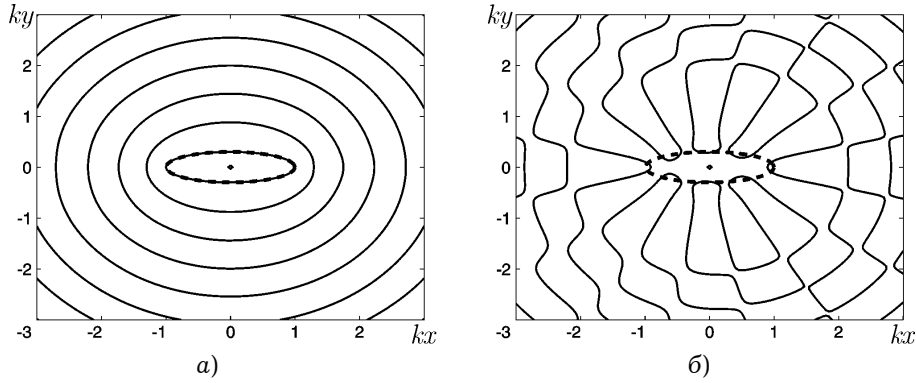


Рис. 5

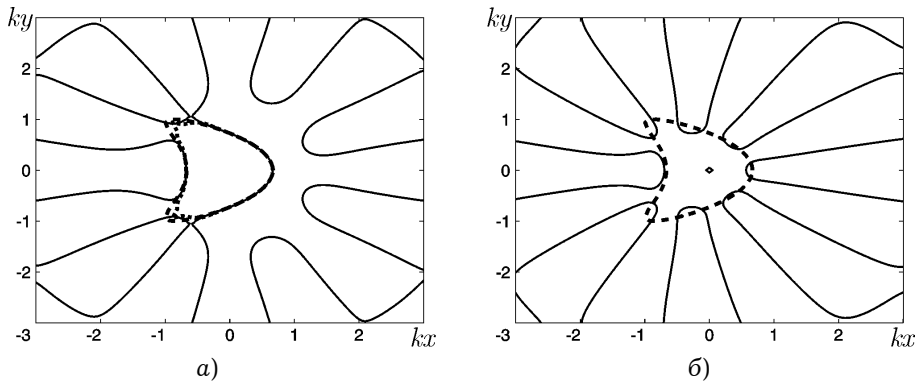


Рис. 6

Щоб отримати замкнений контур для тіл з увігнутими елементами типу планера потрібно мати значно більше вимірних діаграм (і, можливо, зі специфічним розподілом падаючого поля) і, як результат, – більше членів ряду Фур'є. Це зумовлює певні обчислювальні труднощі, пов'язані з дуже малими значеннями мінімального Λ_1 . Проте модифікований алгоритм відновлює цю форму з достатньою точністю навіть при невеликій кількості діаграм. Результат, отриманий таким способом на власній частоті, зображено на рис. 6а пунктирною лінією.

Деяко несподіваний результат був отриманий на четвертій власній частоті тіла типу планера. Форма була практично відновлена з використанням лише чотирьох вимірних діаграм (рис. 7). Цей факт підказує, що складніші форми тіла можуть бути ефективно відновлені на своїх вищих власних частотах.

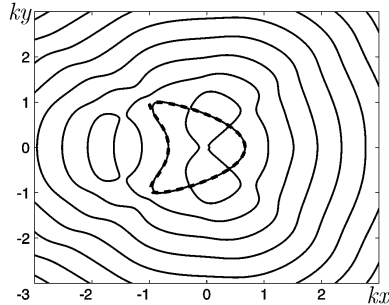


Рис. 7

5. Висновки. Проведені числові розрахунки та аналіз їхніх результатів показують, що описаний вище метод може бути застосований для відновлення форми тіла і не вимагає великих обчислювальних затрат. Проте для відновлення складних форм з увігнутими елементами запропонований метод потребує модифікації (наприклад, використання специфічних освітлень). Простота ідеї та алгоритму методу дозволяють сподіватися на ефективне застосування його до задачі відновлення тривимірних і рухомих тіл.

1. *Каценеленбаум Б. З.* Проблемы аппроксимируемости электромагнитного поля. – М.: Наука, 1996. – 176 с.
2. *Рам А. Г.* Многомерные обратные задачи рассеяния. – М.: Мир, 1994. – 494 с.
3. *Colton D., Kirsch A.* Dense set and far field patterns in acoustic wave propagation // SIAM J. Math. Anal. – 1984. – No. 15. – P. 996–1006.
4. *Colton D., Kress R.* Dense set and far field patterns in electromagnetic wave propagation // SIAM J. Math. Anal. – 1985. – No. 16. – P. 1049–1060.
5. *Colton D., Kress R.* Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory. – Berlin: Springer-Verlag, 1998. – 305 p.
6. *Katsenelenbaum B. Z., Matviyiv G. M., Voitovich N. N.* Finding the shape of the moving body according to several scattering patterns // 11th Int. Microwave Conf. (MIKON-96). – Warsaw, 1996. – Vol. 2. – P. 391–395.
7. *Katsenelenbaum B. Z., Matviyiv G. M., Voitovich N. N.* How to find the shape of the body, when its several scattering patterns are known // Proc. URSI Int. Symp. Electromagnetic Theory. – S.-Peterburg, 1995. – P. 133–135.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОРМЫ ТЕЛА ПО ЗАДАНЫМ ДИАГРАММАМ РАССЕЯНИЯ

Развивается метод восстановления формы тела, основанный на свойствах диаграмм рассеяния на собственной частоте его внутренней области. Описаны различные подходы к задаче минимизации соответствующего функционала, проведены численные эксперименты на модельных примерах и проанализированы их результаты.

BODY SHAPE RESTORATION BY GIVEN SCATTERING PATTERNS

A method of body shape restoration, based on the properties of scattering patterns measured at resonant frequency of inner domain, is developed. Several approaches to the functional minimization problem are described, numerical experiments on the model examples are conducted and their results are analyzed.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,
² Акад. ім. Казимира Великого, Бидгощ, Польща

Одержано
25.04.03