

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ДАВЛЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ЗАКРЕПЛЕНИЯ

Исследуется распространение неустановившихся волн в полубесконечной цилиндрической оболочке в случае, когда материал оболочки – вязкоупругий, жидкость – вязкая. Движение оболочки описывается уравнениями Кирхгофа – Лява, движение жидкости – уравнениями, осредненными по поперечному сечению. Задача решена с помощью преобразования Лапласа по времени с последующим численным обращением. Проведен анализ численных результатов для давления и радиального перемещения оболочки при различных краевых условиях на торце.

Распространение гидроупругих волн в цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью, представляет большой научный и прикладной интерес как в инженерных приложениях, так и в гемодинамике. И не случайно эта проблема была предметом многочисленных исследований [2–5, 9–14], в частности, отметим [12], где приведена обширная литература, характеризующая состояние проблемы.

При исследовании волновых движений в полубесконечной упругой оболочке с жидкостью один из важных вопросов связан с влиянием условий закрепления торца оболочки, которое может быть существенным. Прежде всего, это относится к распространению импульса на расстояниях, близких к торцу, от которого он распространяется. Кроме того, реальное закрепление торца не описывается адекватно классическими краевыми условиями типа защемления, свободного опирания и др. Типичный пример – это распространение пульсовой волны давления в аорте, которая своим торцом соединена со стенкой сердца.

В настоящей статье исследуется влияние условий закрепления торца полубесконечной оболочки с жидкостью на распространение импульса давления. Ранее рассматривались два случая закрепления. Так, в [6] рассмотрена задача для полубесконечной оболочки с краевыми условиями на торце, когда равны нулю продольное перемещение u_x , угол поворота $\frac{\partial u_r}{\partial x}$ и

поперечная сила $\frac{\partial^3 u_r}{\partial x^3}$. В работе [13] движение оболочки описывается без учета продольной деформации с граничными условиями, соответствующими равенству нулю угла поворота $\frac{\partial u_r}{\partial x}$ и поперечной силы $\frac{\partial^3 u_r}{\partial x^3}$. В [14] рас-

смотрена задача для полубесконечной оболочки со стыком в случае, когда краевые условия на торце выражают равенство нулю продольного усилия $\frac{\partial u_x}{\partial x}$, радиального перемещения u_r и изгибающего момента $\frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2}$. В отли-

чие от [6, 14], здесь рассматривается задача для полубесконечной оболочки при краевых условиях, когда равны нулю u_r , $\frac{\partial u_x}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2}$, а на торце за-

дано давление $p = f(t)$. Отметим, что такие краевые условия хорошо моделируют случай аорты, отходящей от сердца. Кроме того, проводится сопоставление давлений и радиальных перемещений для указанных случаев краевых условий.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Движение оболочки описывается уравнениями теории оболочек Кирхгофа – Лява с учетом вязкоупругих свойств согласно модели Кельвина – Фойгта. Различные применяемые модели вязкоупругости представлены в работе [13]. В случае осесимметричных колебаний система связанных уравнений для продольных и радиальных перемещений записывается в виде

$$\begin{aligned} & \left(\frac{E}{1-\nu_0^2} + \frac{4\eta(3\xi + \eta)}{3\xi + 4\eta} \frac{\partial}{\partial t} \right) h \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - \\ & - \left(\frac{E\nu_0}{1-\nu_0^2} + \frac{2\eta(3\xi + 2\eta)}{3\xi + 4\eta} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{h}{R} \frac{\partial u_r}{\partial x} = \rho_0 h \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} + N_x, \\ & \left(\frac{E\nu_0}{1-\nu_0^2} + \frac{2\eta(3\xi + 2\eta)}{3\xi + 4\eta} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{h}{R} \frac{\partial u_x}{\partial x} - \\ & - h \left(\frac{E}{1-\nu_0^2} + \frac{4\eta(3\xi + \eta)}{3\xi + 4\eta} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{h^4}{12} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{1}{R^2} \right) u_r = \rho_0 h \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} + N_r, \quad (1) \end{aligned}$$

где x – продольная координата; t – время; u_x – продольное перемещение; u_r – радиальное перемещение; R – радиус оболочки; h – толщина стенки; E – модуль Юнга; ν_0 – коэффициент Пуассона; η и ξ – коэффициенты вязкости материала стенки оболочки [9].

Силы N_x и N_r , действующие на стенку со стороны жидкости, выражаются формулами

$$\begin{aligned} N_x &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial x} \right) \Big|_{r=R}, \\ N_r &= \left[-p + \lambda \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_r}{r} \right) + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \right] \Big|_{r=R}, \quad (2) \end{aligned}$$

где p – давление; v_x , v_r – компоненты скорости; μ и λ – коэффициенты вязкости жидкости. Эти силы определяются из решений гидродинамических уравнений.

Движение жидкости описывается уравнениями Навье – Стокса в цилиндрической системе координат r , θ , x . В случае осесимметричных движений система связанных уравнений для продольной и радиальной скоростей записывается в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \\ & = \nu \left[\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \right) \right], \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_x \frac{\partial v_r}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \\ & = \nu \left[\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{4}{3r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{4}{3} \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial x} \right) \right], \quad (4) \end{aligned}$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости, ρ – плотность жидкости.

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} + \rho \frac{v_r}{r} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Состояние жидкости при сжатии описывается законом Гука с объемным модулем упругости

$$K = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho}. \quad (6)$$

На поверхности раздела $r = R$ стенки и жидкости должны удовлетворяться следующие условия сопряжения, выражающие равенство продольных и радиальных скоростей оболочки и жидкости:

$$v_r = \frac{\partial u_r}{\partial t}, \quad v_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}, \quad r = R. \quad (7)$$

Условия (7) являются следствием закона сплошности. Кроме того, каждое решение уравнений гидродинамики должно удовлетворять условию регулярности (например, $v_r = 0$ при $r = 0$).

Чтобы упростить уравнения (3)–(5), оценим порядки членов, принимая в качестве масштабов продольную длину ℓ , среднюю по поперечному сечению скорость V и скорость звука a_0 . При таком масштабировании первые два члена в (3) имеют порядки

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} \approx \frac{V \cdot a_0}{\ell}, \quad v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \approx \frac{V^2}{\ell}.$$

Сравнивая эти члены, находим

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} \right)^{-1} \approx \frac{V}{a_0}.$$

Отсюда следует, что при $V \ll a_0$ второй член в левой части уравнения (3) можно не учитывать. Аналогично можно показать, что третьим членом можно также пренебречь. Порядки членов в квадратных скобках в правой части уравнения (3) при $m_0 = r / \ell$ таковы:

$$\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \approx \frac{4V}{3\ell^2}, \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} \approx \frac{V}{m_0^2 \ell^2}, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial r} \approx \frac{V}{m_0^2 \ell^2}.$$

Поскольку обычно $m_0 \ll 1$, то первый из вышеуказанных членов пренебрежительно мал по сравнению со вторым и третьим членами.

При $v_x \gg v_r$ уравнение (4) может быть исключено полностью в предположении равномерного распределения давления по поперечному сечению.

Одновременно член $v_r \frac{\partial \rho}{\partial r}$ исключается из уравнения (5), а для случаев

$V \ll a_0$ – член $v_x \frac{\partial \rho}{\partial x}$ (как малый по сравнению с другими членами уравнения).

На основе гипотезы квазистационарности [1] для ламинарного течения может быть записано следующее соотношение:

$$\mu \left. \frac{\partial v_x}{\partial r} \right|_{r=R} = - \frac{4\mu}{R} V, \quad (8)$$

где средняя скорость V определяется зависимостью

$$\pi R^2 V = \int_0^R 2\pi r v_x dr. \quad (9)$$

Предполагаем, что закон квазистационарного состояния может быть обобщен на нестационарное течение и, как следствие, скорость $\frac{\partial u_x}{\partial t}$ принимаем значительно меньше средней скорости V . Кроме того, радиальное перемещение стенки u_r предполагается малым по сравнению с радиусом R .

С учетом соотношений (6)–(9) система уравнений гидроупругости (1)–(5) в безразмерной форме принимает вид

$$\left(1 + 2A \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \bar{x}^2} - \left(v_0 + B \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \frac{h}{R} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{x}} = U^2 \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \tau^2} - \frac{4k_0}{\text{Re}} V, \quad (10)$$

$$-\left(v_0 + B \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \bar{x}} + \left(1 + 2A \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \left(\frac{h^2}{12R^2} \frac{\partial^4 \bar{u}_r}{\partial \bar{x}^4} + \bar{u}_r\right) = U^2 \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial \tau^2} + k_0 \bar{p}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{8}{\text{Re}} V, \quad (12)$$

$$a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} + 2 \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \tau} = 0, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} A &= k \frac{3\xi + \eta}{3\xi + 4\eta}, & B &= k \frac{3\xi + 2\eta}{3\xi + 4\eta}, & k &= 2\eta \frac{v_0}{R} \frac{1 - v_0^2}{E}, \\ U &= \frac{v_0}{c_0}, & c_0^2 &= \frac{E}{\rho_0(1 - v_0^2)}, & k_0 &= \frac{\rho_0}{\rho} \frac{R}{h} U^2, \\ a &= \frac{\rho v_0^2}{K}, & \bar{p} &= \frac{p}{\rho v_0^2}, & \bar{u}_x &= \frac{u_x}{R}, & \bar{u}_r &= \frac{u_r}{R}, \\ \bar{v} &= \frac{v}{v_0}, & \bar{x} &= \frac{x}{R}, & \tau &= \frac{v \text{Re}}{R^2} t, \end{aligned} \quad (14)$$

v_0 – характерная скорость течения, Re – число Рейнольдса.

Граничные условия и условия регулярности формулируем в виде

$$\bar{u}_r(\tau, \bar{x}) \Big|_{\bar{x}=0} = \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0} = \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=0} = 0,$$

$$\bar{p}(\tau, \bar{x}) \Big|_{\bar{x}=0} = f(\tau),$$

$$\bar{u}_x(\tau, \bar{x}) = \bar{u}_r(\tau, \bar{x}) = \bar{p}(\tau, \bar{x}) = \bar{V}(\tau, \bar{x}) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad |\bar{x}| \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Начальные условия принимаем нулевыми:

$$\bar{v}(\tau, \bar{x}) \Big|_{\tau=0} = \bar{p}(\tau, \bar{x}) \Big|_{\tau=0} = 0,$$

$$\bar{u}_x(\tau, \bar{x}) \Big|_{\tau=0} = \bar{u}_r(\tau, \bar{x}) \Big|_{\tau=0} = \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} = \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (16)$$

2. Метод решения. Начально-краевую задачу (10)–(16) решаем методом преобразования Лапласа по времени τ :

$$f^L(s, \bar{x}) = \int_0^{\infty} \bar{f}(\tau, \bar{x}) e^{-s\tau} d\tau,$$

где s – параметр преобразования Лапласа.

После некоторых преобразований из системы уравнений (10)–(13) с учетом начальных условий (16) для давления p^L получаем следующее уравнение:

$$n_1 \frac{d^8 p^L}{dx^8} + n_2 \frac{d^6 p^L}{dx^6} + n_3 \frac{d^4 p^L}{dx^4} + n_4 \frac{d^2 p^L}{dx^2} + n_5 p^L = 0. \quad (17)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
n_1 &= -a_1 a_4 m, & n_2 &= s^2 a_4 m U^2 + \frac{1}{2} a a_1 a_4, & n_3 &= m(a_2^2 - a_1 a_5) - \frac{1}{2} a s^2 a_4 U^2, \\
n_4 &= m a_5 s^2 U^2 - \frac{1}{2} a(a_2^2 - a_1 a_5) + 2m s a_2 b_1 + k_0 a_1, & n_5 &= -k_0 s^2 U^2 - \frac{1}{2} a a_5 s^2 U^2, \\
a_1 &= 1 + 2sA, & a_2 &= -(v_0 + sB), & a_4 &= a_1 \frac{h^2}{12R^2}, & a_5 &= a_1 + s^2 U^2, \\
b_1 &= -4 \frac{k_0}{\text{Re}}, & m &= \frac{\text{Re}}{2s(s \text{Re} - 8)}.
\end{aligned}$$

Учитывая условия убывания при $|\bar{x}| \rightarrow \infty$, решение уравнений (17) записываем в виде

$$\begin{aligned}
p^L(s, \bar{x}) &= e^{-k_1 \bar{x}} [A_1 \cos(k_2 \bar{x}) + A_2 \sin(k_2 \bar{x})] + \\
&+ e^{-k_3 \bar{x}} [A_3 \cos(k_4 \bar{x}) + A_4 \sin(k_4 \bar{x})],
\end{aligned} \tag{18}$$

где k_i , $i = 1, 2, 3, 4$, – комплексно-сопряженные корни характеристического уравнения, соответствующие дифференциальному уравнению (15). Скорости и перемещения определяются аналогично.

Подставляя решения в граничные условия (15), получаем систему уравнений для определения коэффициентов A_1 , A_2 , A_3 , A_4 :

$$\begin{aligned}
A_1 + A_3 &= f^L(s), \\
\left[-m \frac{a_4}{a_2} (k_1^6 - k_2^6 + 6k_1^2 k_2^4 - 15k_1^4 k_2^2) + \frac{a a_4}{2a_2} (k_1^4 + k_2^4 - 6k_1^2 k_2^2) - \right. \\
&- m \frac{a_5}{a_2} (k_1^2 - k_2^2) + \left. \frac{a a_5 + 2k_0}{2a_2} \right] A_1 + \left[-m \frac{a_4}{a_2} (20k_1^3 k_2^3 - \right. \\
&- 6k_1^5 k_2 - 6k_1 k_2^5) + \left. \frac{a a_4}{2a_2} (4k_1 k_2^3 - 4k_1^3 k_2) + 2m \frac{a_5}{a_2} k_1 k_2 \right] A_2 + \\
&+ \left[-m \frac{a_4}{a_2} (k_3^6 - k_4^6 + 6k_3^2 k_4^4 - 15k_3^4 k_4^2) + \frac{a a_4}{2a_2} (k_3^4 + k_4^4 - \right. \\
&- 6k_3^2 k_4^2) - 2m \frac{a_5}{a_2} (k_3^2 - k_4^2) + \left. \frac{a a_5 + 2k_0}{2a_2} \right] A_3 + \\
&+ \left[-m \frac{a_4}{a_2} (20k_3^3 k_4^3 - 6k_3^5 k_4 - 6k_3 k_4^5) + \right. \\
&+ \left. \frac{a a_4}{2a_2} (4k_3 k_4^3 - 4k_3^3 k_4) + 2m \frac{a_5}{a_2} k_3 k_4 \right] A_4 = 0, \\
\left[(k_1^2 - k_2^2) m - \frac{a}{2} \right] A_1 - 2k_1 k_2 m A_2 + \left[(k_3^2 - k_4^2) m - \frac{a}{2} \right] A_3 - \\
&- 2k_3 k_4 m A_4 = 0, \\
\left[(k_1^4 + k_2^4 - 6k_1^2 k_2^2) m - \frac{a}{2} (k_1^2 - k_2^2) \right] A_1 + [(4k_1 k_2^3 - \\
&- 4k_1^3 k_2) m + a k_1 k_2] A_2 + [(k_3^4 + k_4^4 - 6k_3^2 k_4^2) m - \\
&- \frac{a}{2} (k_3^2 - k_4^2)] A_3 + [(4k_3 k_4^3 - 4k_3^3 k_4) m + a k_3 k_4] A_4 = 0.
\end{aligned} \tag{19}$$

В дальнейшем численные решения были получены для импульса, соответствующего реальному изменению пульсового давления сердца

$$\bar{p}(\bar{x}, \tau) |_{\bar{x}=0} = \bar{A} \tau^2 e^{-\alpha \tau}, \quad (20)$$

где $\bar{A} = 2.432 \cdot 10^{-4}$, $\alpha = 0.018$.

3. Численные расчеты и анализ результатов. Численное обращение преобразования Лапласа осуществлялось на основе рядов Фурье по синусам [8] при следующих параметрах:

$$U = 0.02191, \quad Re = 2340, \quad A = 4.073, \quad B = 5.431,$$

$$k_0 = 0.6, \quad a = 0.2178 \cdot 10^{-4}, \quad k = 8.1459.$$

Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. Здесь показаны изменения давления $\bar{p} = \frac{1}{v_0^2} \frac{p}{\rho_0}$ и радиального перемещения $\bar{u}_r = \frac{u_r}{R}$ в зависимости от времени τ .

На рис. 1 кривая 0 соответствует форме начального импульса давления (20) в сечении $\bar{x} = 0$. Кривые 1 и 2 иллюстрируют развитие начального импульса по длине оболочки в сечении $\bar{x} = 10$ (кривая 1 соответствует граничным условиям (15) на торце оболочки, а кривая 2 – давлению в том же сечении $\bar{x} = 10$ для защемления оболочки вида (15) из работы [6] (для податливого закрепления).

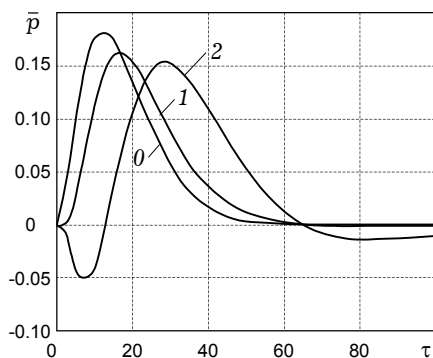


Рис. 1

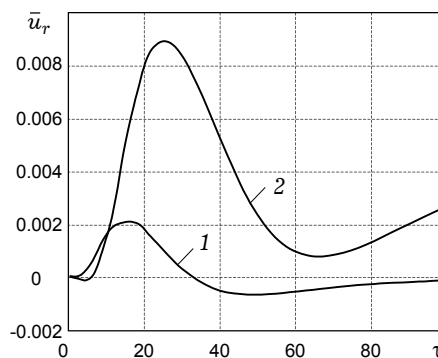


Рис. 2

На рис. 2 кривая 1 соответствует значению радиального перемещения в сечении $\bar{x} = 10$ при условии (15) на торце оболочки, а кривая 2 – значению радиального перемещения в том же сечении для граничных условий вида (15) на торце оболочки из работы [6] (для податливого закрепления).

Если сравнить результаты распространения импульса давления (рис. 1) и радиального перемещения (рис. 2) с экспериментальными данными задач биомеханики, то кривые 1, приведенные на рис. 1, 2 (которые соответствуют граничным условиям защемления торцов оболочки (15)), дают более точное качественное соответствие с данными наблюдений [7, 11].

Работа выполнялась при частичной поддержке ГФФИ Украины (Грант 01.07/00079).

1. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. Селезов И. Т. Волновые процессы в гидродинамических и упругих средах // Прикл. гидромеханика. – 2000. – 2(74), № 4. – С. 99–118.
3. Селезов И. Т. Исследование неустановившихся волновых движений в гидроупругих системах оболочка – жидкость // Прикл. проблемы механики тонкостенных конструкций. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2000. – С. 286–305.

4. Селезов И. Т. Моделирование волновых и дифракционных процессов в сплошных средах. – Киев: Наук. думка, 1989. – 204 с.
5. Селезов И. Т., Звонарева О. В. Распространение неустановившихся гидроупругих волн в полубесконечной кусочно-постоянной цилиндрической оболочке с жидкостью // Динам. системы. – 1999. – Вып. 15. – С. 77–83.
6. Селезов И. Т., Каплун Ю. М. Влияние сужения кровеносного сосуда на распространение пульсового давления крови // Бионика. – 1991. – Вып. 24. – С. 50–54.
7. Физиология кровообращения, регуляция кровообращения: Руководство по физиологии / Б. И. Ткаченко, В. А. Левтов, Ю. Е. Москаленко и др. – Л.: Наука, 1986. – 640 с.
8. Doetsch T. Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation. – München: R. Oldenbourg, 1956.
То же: Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965. – 287 с.
9. Maxwell J. A., Anliker A. M. The dissipation and dispersion of small waves in arteries and veins with viscoelastic wall properties // Biophys. – 1968. – 8. – P. 920–950.
10. Moodie E. B., Barday D. W., Tait R. T. A boundary value problems for fluid-filled viscoelastic tubes // Math. Model. – 1983. – 4. – P. 195–207.
11. Pedley T. J. The fluid mechanics of large blood vessels. – Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1980.
То же: Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
12. Selezov I., Avramenko O., Fratamico G., Pallotti G., Pettazzoni P. Stress concentration due to advancing heart pulse through a blood vessel joint // J. Mech. in Med. and Biol. – 2001. – 1, No. 2. – P. 79–96.
13. Selezov I., Pallotti G., Fratamico G., Pettazzoni P. Viscoelasticity with permanent deformation in investigation of pulse propagation in blood vessels // J. Mech. in Med. and Biol. – 2001. – 1, No. 2. – P. 139–152.
14. Selezov I. T., Zvonareva O. V. Modelling of transient hydroelastic waves in a fluid-filled cylindrical shell // Доп. НАН України. – 1999. – № 7. – С. 66–71.

ПОШИРЕННЯ ІМПУЛЬСУ ТИСКУ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З РІДИНОЮ ПРИ РІЗНИХ УМОВАХ ЗАКРІПЛЕННЯ

Досліджується поширення неусталених хвиль в напівнескінченій циліндричній оболонці у випадку, коли матеріал оболонки – в'язкопружний, рідина – в'язка. Рух оболонки описується рівняннями Кірхгофа – Лява, рух рідини – рівняннями, усередненими за поперечним перерізом. Задача розв'язується перетворенням Лапласа по часу з наступним чисельним оберненням. Проводиться аналіз чисельних результатів для тиску й радіального переміщення оболонки при різних крайових умовах на торці.

PRESSURE PULSE PROPAGATION IN CYLINDRICAL SHELLS WITH LIQUID UNDER DIFFERENT FIXING CONDITIONS

Transient wave propagation in a semi-infinite cylindrical shell is investigated in the case, when the shell material is viscoelastic and the liquid is viscous. The shell motion is governed by the Kirchhoff – Love equations and the fluid flow by the equations, averaged over the cross-section. The problem is solved using the Laplace time transform with consequent numerical inversion. The analysis of numerical results for pressure and radial shell displacement with various boundary conditions on the end-wall is carried out.

Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено
11.12.02