

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНОТЕРМОДИФУЗІЙНИХ  
ПРОЦЕСІВ У ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ  
ТІЛАХ З ГАЗОВИМИ ДОМІШКАМИ ЗА УМОВ ДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО  
ВИПРОМІНЮВАННЯ СВІТЛОВОГО ДІАПАЗОНУ ЧАСТОТ**

Наведено результати математичного моделювання процесів тепломасопереносу і деформування у частково прозорих тілах з домішками за умов дії інфрачервоного випромінювання. Як приклад досліджено параметри цих процесів для шару з газовими домішками при рівномірному помірному лазерному опроміненні однієї з його основ.

В останні роки в інженерній практиці отримує все більше впровадження термообробка тіл низької електропровідності (зі скла, пластмас та інших неметалічних матеріалів) за допомогою електромагнітного випромінювання (ЕМВ) різного частотного діапазону [22, 23, 37, 38, 41, 42 та ін.]. У зв'язку з цим зросі інтерес до проблеми математичного моделювання і дослідження зумовлених ЕМВ фізичних явищ у таких тілах.

У літературі відомі математичні моделі кількісного опису термомеханічної поведінки електропровідних тіл, що можуть поляризуватись і намагнічуватись, за умов дії квазіусталених та нестационарних електромагнітних полів радіочастотного діапазону [3, 4, 8, 13, 15, 35, 43, 44 та ін.]. У цих моделях приймається, що електромагнітне поле (ЕМП) стосовно до тіла є зовнішньою дією, вплив якої на процеси теплопровідності та деформації враховується через тепловиділення і пондеромоторні сили. Вихідні співвідношення у цих моделях формулюються за два етапи. На першому етапі записуються задачі про визначення характеристик ЕМП, а також відповідні вирази для тепловиділень і пондеромоторних сил через ці характеристики. При цьому використовується електродинамічна теорія при (запропонованих для кожного з відомих типів електропровідних тіл, які відрізняються за електричними та магнітними властивостями) аналітичних апроксимаціях залежностей між індукціями та напруженостями електричного й магнітного полів. На другому етапі формулюються задачі динамічної термопружності, в яких джерелами тепла та об'ємними силами є знайдені на першому етапі тепловиділення і пондеромоторні сили. Результати досліджень, виконаних на основі такого модельного підходу у Львівській школі з електромагніто-термомеханіки, створений Я. С. Підстрігачем і Я. Й. Бураком, досить повно викладені в оглядах [7, 14].

Вищезгаданий варіант термомеханіки електропровідних тіл розвинутий для випадку, коли частоти ЕМП належать до теплової інфрачервоної частини спектра (частоти  $\omega = 3 \cdot 10^{11} \div 3 \cdot 10^{14}$  Гц) [5, 8, 9]. У ньому враховано специфіку опису поширення в тілі електромагнітного випромінювання згаданого діапазону та чинників його дії (об'ємних тепловиділень і пондеромоторних (механічних) сил) на тіло. Здійснено постановку ряду нових термомеханічних задач, що мають практичне застосування при визначенні раціональних режимів термообробки тіл з використанням теплового випромінювання [10, 11, 31].

Зазначимо, що відомі дослідження з визначення пружно-деформованого стану тіл при дії концентрованих потоків енергії (лазерне випромінювання) і при тепловому опроміненні, результати яких наведено в роботах [30, 34, 36] та ін. Дію випромінювання у цих роботах враховують через відомі теплові потоки чи джерела тепла при заданому їх локальному розподілі, а також узагальнені умови теплообміну з зовнішнім середовищем. Однак правомірність такого наближення визначається рядом обмежень на розподіл і частотні характеристики зовнішнього випромінювання.

ЕМВ світлового частотного діапазону (що включає інфрачервоне випромінювання ( $3 \cdot 10^{11} \div 3 \cdot 10^{14}$  Гц), видиме світло ( $3 \cdot 10^{14} \div 3 \cdot 10^{15}$  Гц) та ультрафіолетове випромінювання ( $3 \cdot 10^{15} \div 3 \cdot 10^{17}$  Гц)) широко використовують у сучасних технологіях обробки елементів конструкцій і приладів, виготовлених із матеріалів, які є частково прозорими в цьому діапазоні частот [27, 40]. Як приклад наземо відомі способи термообробки (нагріву) тепловим (джерела випромінювання – нагріті тіла) та лазерним (джерела – оптичні квантові генератори (ОКГ)) інфрачервоним випромінюванням [23, 41].

Використання згаданого випромінювання з метою інтенсифікації дифузійних процесів (при нанесенні зміцнюючих покрить, сушинні, дегазації, легуванні тощо) та необхідність вибору раціональних режимів таких обробок зумовили розробку розрахункових математичних моделей, що описують взаємопов'язані (викликані дією випромінювання) процеси переносу маси, тепла та деформування (механотермодифузійні процеси) у твердих тілах із частково прозорих і непрозорих матеріалів з домішками [6, 16, 21, 25, 29, 48, 54].

Викладемо результати виконаних у Львівській школі з електромагнітотермомеханіки досліджень з моделювання механотермодифузійних процесів у багатокомпонентних твердих тілах із частково прозорих матеріалів за умов дії ЕМВ світлового діапазону.

У роботах [12, 16–19] на основі континуальної моделі твердої суміші (твердого розчину) [32, 33, 37, 50, 53] і феноменологічної теорії випромінювання [27, 40] запропоновано математичну модель кількісного опису зумовлених дією зовнішнього теплового інфрачервоного випромінювання згаданих процесів у частково прозорих деформівних твердих тілах з газовими домішками (під терміном «газова домішка» розуміється, що речовина домішки в природному стані є газом [51, 52]). Тіло розглядається як гомогенна тверда суміш деформівної матриці (каркаса) і дифундуючих у ній газових домішкових компонент [32, 33, 45, 51]. Вплив випромінювання на досліджувані в тілі процеси враховується через тепловиділення внаслідок поглинання енергії випромінювання компонентами тіла (каркасом і домішками) і пондеромоторні (механічні сили) дії випромінювання на них [5, 8, 17] (які розглядаються у континуальній моделі як об'ємні джерела тепла та об'ємні сили). При моделюванні термомеханічної поведінки таких тіл, спричиненої дією світлового випромінювання, важливим є врахування (при об'ємному характері введення енергії електромагнітного випромінювання в тіла) відмінності поглиниальних властивостей складових компонент, а також специфіки опису поширення випромінювання у них. У моделі враховано, що внаслідок відмінності поглиниальних характеристик складових компонент досліджуваного багатокомпонентного тіла та чинників дії випромінювання на компоненти (густин поглинутих енергій і масових сил) у деяких підобластях тіла (в локальних об'ємах з фізично малих макрочастин) мають місце нерівноважні процеси обміну енергією між каркасом і домішками при встановленні теплової рівноваги. Ці процеси пов'язуються з додатковим внутрішнім виробництвом ентропії.

Для опису енергетичного стану домішкових компонент використовують рівняння балансу їх внутрішніх енергій, які для слабкого твердого розчину (малі масові концентрації,  $c_k = \rho_k / \rho_L \ll 1$ , домішкових компонент [33], де  $\rho_k$  і  $\rho_L$  – густини домішок і каркаса) наближено записують у вигляді [45]

$$\frac{dU_k}{dt} = \psi_k + U_{(kL)} + \dot{x}_i^{(L)} g_i^{(kL)}, \quad k = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Тут  $\dot{x}_i^{(L)}$  – швидкість матеріальних точок каркаса;  $t$  – час;  $N$  – кількість домішкових компонент. Величини  $U_k$ ,  $\psi_k$ ,  $U_{(kL)}$ ,  $g_i^{(kL)}$  – відповідно густини (з розрахунку на одиницю маси) внутрішніх енергій компонент, притоків

енергії до них внаслідок поглинання випромінювання, енергій та імпульсів, отримуваних при взаємодії з каркасом. Як і для твердого тіла [47], внутрішні енергії домішкових компонент (з розрахунку на моль) подаємо у вигляді суми їх теплових енергій  $E_k$  та енергій  $E_c^{(k)}$  зв'язку з каркасом:

$$\rho_k V_k U_k = E_k + E_c^{(k)}, \quad \rho_k V_k = M_k, \quad (2)$$

де  $V_k$ ,  $M_k$  – молярний об'єм і молярна маса  $k$ -ї домішкової компоненти.

Якщо вважати, що зміна в часі енергії зв'язку  $E_c^{(k)}$  домішкової компоненти в розглядуваному твердому розчині зумовлена обміном імпульсом з каркасом, то з (1) випливають такі рівняння балансу теплових енергій домішкових компонент:

$$\frac{1}{M_k} \frac{dE_k}{dt} = \psi_k + U_{(kL)}. \quad (3)$$

Тепловій енергії моля  $k$ -ї домішкової компоненти можна поставити у відповідність теплову енергію моля однорідно нагрітого ідеального газу [47] з температурою  $T_k^{\text{eq}}$ . Тоді

$$E_k = \frac{3}{2} R T_k^{\text{eq}}, \quad E_k^{\text{eq}} = R T_k^{\text{eq}}, \quad (4)$$

і рівняння (3) набуде вигляду

$$\frac{3}{2M_k} \frac{dE_k^{\text{eq}}}{dt} = \psi_k + U_{(kL)}. \quad (5)$$

При цьому величина  $T_k^{\text{eq}}$  має зміст ефективної температури домішкової компоненти.

Базуючись на моделюванні поширення випромінювання у тілі фотонами, теплових коливань каркаса – фононами, а енергообміну домішки з випромінюванням і каркасом – зіткненнями відповідно з фотонами та фононами, в роботах [18, 19, 51, 52] запропоновано методику наближеного визначення енергії  $E_k^{\text{eq}}$ .

Вирази для чинників дії випромінювання на окремі компоненти слабкого твердого розчину (величини поглинутих енергій  $\psi_k$  і густини пондеромоторних сил  $\mathbf{f}_k$  дії випромінювання на окремі компоненти) отримано, виходячи з відомого при  $c_k \ll 1$  подання спектрального коефіцієнта  $a_\lambda$  поглинання розчину (де  $\lambda$  – довжина хвилі) у вигляді суми складових [17]

$$a_\lambda = a_\lambda^{(L)} + \sum_{k=1}^N a_\lambda^{(k)}(c_k) \quad (6)$$

(що характеризують поглинання випромінювання каркасом і газовими домішками) і виразів для об'ємної густини сумарних тепловиділень і пондеромоторних сил (які отримуються на основі рівняння переносу [5, 40]). При цьому, враховуючи специфіку поглинання випромінювання газовими домішками у вузьких ділянках спектра – смугах, а також лінійну залежність коефіцієнта поглинання реального газу від його густини, коефіцієнти поглинання домішкових компонент у (6) запишемо у вигляді [17, 19, 51]

$$a_\lambda^{(k)}(c_k) = \sum_{n_k=1}^{N_k} a_{\lambda_{n_k}}^* c_k, \quad a_{\lambda_{n_k}}^* = a_{\lambda_{n_k}}^{\text{atm}} \rho_{0L} / \rho_k^{\text{atm}}, \quad a_{\lambda_{n_k}}^{\text{atm}} = J_{\lambda_{n_k}}^{\text{atm}} / \Delta_{\lambda_{n_k}}^{\text{ef atm}}. \quad (7)$$

Тут  $N_k$  – кількість смуг поглинання  $k$ -ї домішки, а  $\lambda_{n_k}$  – центр (довжина хвилі)  $n_k$ -ї смуги;  $J_{\lambda_{n_k}}^{\text{atm}}$ ,  $\Delta_{\lambda_{n_k}}^{\text{ef atm}}$  – відповідно інтенсивність та ефективна

ширина смуги при атмосферному тиску [49];  $\rho_k^{\text{atm}}$ ,  $\rho_{0L}$  – густина реального  $k$ -го газу при атмосферному тиску та густина недеформованого каркаса.

Вираз для коефіцієнтів дифузії  $D_k$  газових домішок у твердому розчині при дії випромінювання отримано з використанням теорії дифузійних стрибків (випадкових блукань [2]) і визначено через введені енергетичні характеристики  $E_k^{\text{eq}}$  домішок [18, 19, 52]:

$$D_k(E_k^{\text{eq}}) = D_k^*(T) \exp \left[ \frac{Q_k^*}{RT} \left( 1 - \frac{RT}{E_k^{\text{eq}}} \right) \right], \quad D_k^*(T) = D_{0k} \exp \left( \frac{Q_k^*}{RT} \right), \quad (8)$$

де  $T$  – температура в розчині;  $Q_k^*$ ,  $D_{0k}$  – відповідно енергія активації та частотний фактор для  $k$ -ї домішки [2, 26]. Вираз для  $D_k^*(T)$  співпадає з відомим для коефіцієнта дифузії за врахування його температурної залежності (при відсутності дії випромінювання, коли  $E_k^{\text{eq}} = RT$ ) [26].

На основі запропонованої моделі та розробленої числовово-аналітичної методики розв'язування відповідних задач математичної фізики (з застосуванням методу скінчених різниць) отримано та досліджено розв'язки задач механотермодифузії у шарі при дії теплового випромінювання, створюваного нагрітою, паралельною до основи шару, поверхнею [16, 19, 20]. Зauważимо, що в рамках запропонованої моделі досліджено відоме явище фотостимульованої дифузії [18, 25, 29].

Узагальнюмо наведену вище модель на випадок дії лазерного (нетеплового) випромінювання, створюваного ОКГ. На відміну від теплового випромінювання, яке має неперервний спектр, ОКГ неперервної чи імпульсної дії випромінюють концентрований (у пучку) спрямований потік електромагнітної енергії в окремих вузьких спектральних діапазонах (лініях), ширина яких часто є значно меншою ніж 1 нм (і які, в свою чергу, утворюють у спектрі одну чи кілька смуг) [23, 24]. Таке випромінювання у більшості випадків можна вважати практично монохроматичним і когерентним [23, 24]. Якщо інтенсивність випромінювання у пучку досягає великих значень (наприклад, при фокусуванні випромінювання ОКГ може сягати  $10^{19} \text{ Вт}/(\text{ср} \cdot \text{м}^2)$  [23]), то закон Бугера (рівняння переносу) в частково прозорому тілі не виконується, і для опису поширення монохроматичного пучка випромінювання таких інтенсивностей застосовують нелінійне рівняння, яке при нехтуванні впливом власного теплового випромінювання тіла має вигляд [23]

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial g} + \frac{a_\lambda I_\lambda}{1 + \alpha I_\lambda} = 0. \quad (9)$$

Тут  $I_\lambda$  – спектральна інтенсивність випромінювання у пучку в тілі;  $g$  – віддаль у напрямі променя;  $\alpha$  – коефіцієнт нелінійності. При цьому величина  $Wa = (1 - R'_\lambda) \alpha I_\lambda^{(e)} n_\lambda^2$  – критерій Вавилова [23] (де  $I_\lambda^{(e)}$  – середня інтенсивність у падаючому на тіло пучку лазерного випромінювання;  $R'_\lambda$ ,  $n_\lambda$  – відповідно односпрямована спектральна відбивальна здатність поверхні тіла та спектральний показник заломлення відносно зовнішнього середовища), служить для оцінки відхилення розв'язку рівняння (9) від закону Бугера. Таким чином, рівняння переносу в наближенні невипромінювального матеріалу [27], що лежить в основі феноменологічної теорії випромінювання, є застосовним для опису поширення лазерного випромінювання при  $Wa \ll 1$ . Надалі лазерне випромінювання від джерела, що задовільняє цю умову, назовемо *помірним*.

Оскільки в описаній вище моделі механотермодифузії в частково прозорих тілах визначення чинників дії випромінювання базується на рівнянні

переносу (що виражає закон збереження електромагнітної енергії), а моделювання поширення випромінювання фотонами вірне для будь-якого виду випромінювання у світловому діапазоні (незалежно від його джерела), то така модель (при врахуванні специфіки спектрального розподілу випромінювання) може бути застосована для дослідження тепломасопереносу і деформування у тілах, зумовлених дією помірного лазерного випромінювання.

Розглянемо частково прозорий шар із заданою початковою однорідною за товщиною концентрацією  $c_0^A$  газової домішки (індекс « $A$ » тут і надалі стосується домішки) рівномірно опромінюється з боку основи  $z_* = 0$  ( $z_*$  – товщинна координата;  $z_* = 0$ ,  $z_* = h$  – координати основ шару) паралельним пучком випромінювання від ОКГ неперервної дії [23]. Промені зовнішнього паралельного випромінювання утворюють гострий кут  $\xi_0$  з додатним напрямом осі  $z_*$ . Область  $z_* < 0$  зовнішнього середовища приймаємо в наближенні вакууму, а область  $z_* > h$  – реальним зовнішнім газовим середовищем із заданою концентрацією  $c^{\text{ext}} = \rho_A^{\text{ext}} / \rho_{0L}$  домішки ( $\rho_A^{\text{ext}}$  – густина газу домішки в зовнішньому середовищі). Поверхні шару  $z_* = 0$ ,  $z_* = h$  вільні від силового навантаження, а краї  $x_* \rightarrow \pm\infty$ ,  $y_* \rightarrow \pm\infty$  закріплені (жорстке защемлення [8, 35]). Спектральний розподіл падаючого на поверхню  $z_* = 0$  випромінювання приймаємо таким, як розподіл по смугах випромінювання реального ОКГ, а його інтенсивність в  $n$ -й смузі – пропорційно до інтенсивності  $I_{\lambda_n}^{\text{av sour}}$  (середньої інтенсивності в пучку) в  $n$ -й смузі (з центром  $\lambda_n$  і ширини  $\Delta\lambda_n$ ) згаданого джерела. Тоді спектральну інтенсивність  $I_{\lambda_n}^{+(e)}$  в  $n$ -й смузі падаючого на шар випромінювання подаємо як

$$I_{\lambda_n}^{+(e)} = k I_{\lambda_n}^{\text{av sour}} \delta(\xi - \xi_0), \quad 0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Тут  $\delta(\xi)$  – дельта-функція Дірака. Розглядаємо помірне випромінювання ОКГ, інтенсивність якого задовільняє умову  $Wa < 1$ , тобто

$$I_{\lambda_n}^{\text{av sour}} < \frac{(n_{\lambda_n})^2}{k\alpha[1 - R'_\lambda(\xi_0)]}, \quad n = \overline{1, M}, \quad (11)$$

де  $M$  – кількість смуг у спектрі випромінювання джерела;  $R'_\lambda$ ,  $n_{\lambda_n}$  – односпрямована відбивальна здатність поверхні  $z_* = 0$  шару та показник заломлення матеріалу шару відносно зовнішнього середовища в  $n$ -й смузі. Для опису поширення помірного випромінювання ОКГ у шарі скористаємося рівнянням переносу в наближенні невипромінювального матеріалу (рівняння (9) при  $\alpha = 0$ ), яке в цьому випадку, враховуючи спектральну структуру зовнішнього випромінювання, запишемо як

$$\frac{dI_{\lambda_n}^\pm(z, v)}{dz} v \pm ha_{\lambda_n} I_{\lambda_n}^\pm(z, v) = 0, \quad v = \cos \beta, \quad (12)$$

де  $I_{\lambda_n}^\pm(z, v)$  – спектральні інтенсивності випромінювання у шарі в смугах випромінювання ОКГ у напрямках, що утворюють гострий кут  $\beta$  і кут  $\pi - \beta$  з віссю  $z_*$ ;  $z = z_* / h$  – безрозмірна товщинна координата;  $a_{\lambda_n}$  – коефіцієнти поглинання матеріалу шару в цих смугах. Враховуючи подання (6), (7), вирази для коефіцієнтів  $a_{\lambda_n}$  запишемо у вигляді

$$a_{\lambda_n} = a_{\lambda_n}(c_A) = a_{\lambda_n}^{(L)} + \sum_{n_A=1}^{N_A} a_{\lambda_n}^{(n_A)} c_A. \quad (13)$$

Тут  $c_A$  – концентрація домішки,  $a_{\lambda_n}^{(L)}$  – коефіцієнт поглинання каркаса в  $n$ -й смузі зовнішнього випромінювання, а

$$a_{\lambda_n}^{(n_A)} = a_{\lambda_n n_A}^* \Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}} / \Delta_{\lambda_{n_A}}^{\text{ef}}, \quad (14)$$

де  $\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}$  – ширина області перетину  $n$ -ї смуги зовнішнього випромінювання і  $n_A$ -ї смуги поглинання газової домішки ( $N_A$  – загальна кількість смуг), вираз для  $a_{\lambda_n n_A}^*$  задається співвідношенням (7). Розв'язки рівнянь (12) шукаємо у вигляді [40]

$$\begin{aligned} I_{\lambda_n}^+(z, v) &= I_{\lambda_n}^+(0, v) \exp \left[ - \int_0^z \frac{\theta_{\lambda_n}(c_A)}{v} dz^* \right], \\ I_{\lambda_n}^-(z, v) &= I_{\lambda_n}^-(1, v) \exp \left[ \int_1^z \frac{\theta_{\lambda_n}(c_A)}{v} dz^* \right], \end{aligned} \quad (15)$$

де  $I_{\lambda_n}^+(0, v)$ ,  $I_{\lambda_n}^-(1, v)$  – інтенсивності ефективного випромінювання у смугах зовнішнього випромінювання на поверхнях шару  $z = 0$ ,  $z = 1$ ;  $\theta_{\lambda_n} = h a_{\lambda_n}$  – оптична товщина шару на довжині  $\lambda_n$  центру  $n$ -ї смуги випромінювання. Вважаючи, що поверхні шару  $z = 0$ ,  $z = 1$  є дифузно-відбиваючими (з коефіцієнтом дифузного відбивання  $R_{\lambda_n}$ ), а показник заломлення його матеріалу дорівнює усередненому значенню на проміжку нагріву та зміни концентрації домішки ( $n_{\lambda_n} = \bar{n}_{\lambda_n}$ ), і враховуючи подання (10) для інтенсивності падаючого на шар випромінювання ОКГ, отримуємо таку систему інтегральних рівнянь для визначення поверхневих значень  $I_{\lambda_n}^+(0, v)$ ,  $I_{\lambda_n}^-(1, v)$  ефективних інтенсивностей випромінювання:

$$\begin{aligned} I_{\lambda_n}^+(0, v) - 2R_{\lambda_n} \int_0^1 \left\{ v I_{\lambda_n}^-(1, v) \exp \left[ - \int_0^1 \frac{\theta_{\lambda_n}(c_A)}{v} dz \right] \right\} dv &= \\ &= \begin{cases} (\bar{n}_{\lambda_n} (1 - R_{\lambda_n}) k I_{\lambda_n}^{\text{av}})_{\text{sour}} \delta(\xi - \xi_0), & v \leq v_*, \\ 0, & v > v_*, \end{cases} \\ I_{\lambda_n}^-(1, v) - 2R_{\lambda_n} \int_0^1 \left\{ v I_{\lambda_n}^+(0, v) \exp \left[ - \int_0^1 \frac{\theta_{\lambda_n}(c_A)}{v} dz \right] \right\} dv &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

де  $\xi = \arcsin \left[ \bar{n}_{\lambda_n} \sqrt{1 - v^2} \right]$ ,  $\xi_0 = \arcsin \left[ \bar{n}_{\lambda_n} \sqrt{1 - v_0^2} \right]$ ,

$$v_* = \cos \beta_*, \quad \beta_* = \arcsin \left( \frac{1}{\bar{n}_{\lambda_n}} \right).$$

Базуючись на відомих виразах для тепловиділень  $\rho_{0L} Q$ , пондеромоторних сил дії випромінювання  $\mathbf{F}$ , густини притоку енергії  $\psi_A$  до домішкової компоненти внаслідок поглинання випромінювання і густини пондеромоторних сил  $\mathbf{f}_A$  дії випромінювання на неї, характеристик енергообміну  $L_A$  та енергетичного стану  $E_A^{\text{eq}}$  домішкової компоненти через інтенсивності випромінювання у шарі [20, 51] і враховуючи спектральну структуру випро-

мінювання від ОКГ, а також подання (6), (7) для коефіцієнта поглинання матеріалу шару, запишемо такі вирази для чинників дії лазерного випромінювання:

$$\begin{aligned} \rho_{0L} Q &= 2\pi \sum_{n=1}^M \left\{ \left( a_{\lambda_n}^{(L)} \Delta \lambda_n + \sum_{n_A=1}^{N_A} a_{\lambda_n n_A}^* \Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}} c_A \right) \int_0^1 [I_{\lambda_n}^+(z, v) + I_{\lambda_n}^-(z, -v)] dv \right\}, \\ F_z &= 2\pi(c_0)^{-1} \sum_{n=1}^M \left\{ \left( a_{\lambda_n}^{(L)} \Delta \lambda_n + \sum_{n_A=1}^{N_A} a_{\lambda_n n_A}^* \Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}} c_A \right) \int_0^1 [I_{\lambda_n}^+(z, v) - I_{\lambda_n}^-(z, -v)] dv \right\}, \\ \Psi_A &= 2\pi(\rho_A^{\text{atm}})^{-1} \sum_{n=1}^M \sum_{n_A=1}^{N_A} \left\{ J_{\lambda_n n_A}^{\text{atm}} \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\Delta_{\lambda_n}^{\text{ef}}} \int_0^1 [I_{\lambda_n}^+(z, v) + I_{\lambda_n}^-(z, -v)] dv \right\}, \\ f_{Az} &= 2\pi(c_0)^{-1} \sum_{n=1}^M \sum_{n_A=1}^{N_A} \left\{ J_{\lambda_n n_A}^{\text{atm}} \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\Delta_{\lambda_n}^{\text{ef}}} \int_0^1 [I_{\lambda_n}^+(z, v) - I_{\lambda_n}^-(z, -v)] dv \right\}, \\ E_A^{\text{eq}} &= \frac{2}{3} M_A \Psi_A t + R T_0 \leq E_A^{\text{max}} \quad \text{при} \quad L_A(z) \geq 1, \\ E_A^{\text{eq}} &= R T > E_A^{\text{max}} \quad \text{при} \quad L_A(z) < 1, \\ L_A(z) &= \frac{N^{\text{phot}}(z) d_A^2}{p_A}, \quad E_A^{\text{max}}(z) = -Q_A^* \ln^{-1} \left[ \frac{N^{\text{phot}}(z) d_A^2}{n_{0A}^{\text{ef}}} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Тут  $c_0$  – електродинамічна стала,  $T_0$  – однорідна початкова температура в шарі;  $p_A$ ,  $d_A$ ,  $n_{0A}^{\text{ef}}$  – частота дифузійних стрибків частинок домішкової компоненти, ефективна частота їх коливань та діаметр молекул цих частинок відповідно [20, 51]. Частоту  $N^{\text{phot}}(z)$  взаємодій домішкової компоненти з фотонами визначаємо за відомими інтенсивностями  $I_{\lambda_n}^{\pm}(z, v)$  випромінювання в шарі, ширинами перетинів  $\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}$  смуг поглинання домішки та смуг лазерного випромінювання [23] при енергіях фотонів  $\hbar \omega_{\lambda_n}$  (де  $\omega_{\lambda_n} = c_0 / \lambda_n$ ;  $\hbar$  – стала Планка), що відповідають довжинам хвиль  $\lambda_n$  центрів смуг випромінювання (подібно до випадку дії теплового випромінювання [20, 51, 52]) зі співвідношення

$$N^{\text{phot}}(z) = 2\pi \sum_{n=1}^M \sum_{n_A=1}^{N_A} \left\{ \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\hbar \omega_{\lambda_n}} \int_0^1 [I_{\lambda_n}^+(z, v) + I_{\lambda_n}^-(z, -v)] dv \right\}. \quad (18)$$

При означених виразами (17), (18) чинниках дії випромінювання ОКГ у шарі спричинені ними процеси тепломасопереносу і пружно-деформований стан будемо досліджувати на основі співвідношень, сформульованих у роботі [19] для шару з газовими домішками за умов дії теплового інфрачервоного випромінювання. При цьому застосуємо ітераційну схему розв'язування задачі [52]. Тоді з системи рівнянь (16) знайдемо вирази для інтенсивностей  $I_{\lambda_n(p+1)}^+(0, v)$ ,  $I_{\lambda_n(p+1)}^-(1, v)$  ефективного випромінювання на поверхнях шару  $z = 0$ ,  $z = 1$  у  $(p+1)$ -му наближенні:

$$\begin{aligned} I_{\lambda_n(p+1)}^+(0, v) &= I_{\lambda_n}^0 \left[ 2R_{\lambda_n} E_3(\theta_{\lambda_n(p)}^{\text{int}}) A_{\lambda_n(p)} + \begin{cases} \delta(\xi - \xi_0), & v \leq v_*, \\ 0, & v > v_* \end{cases} \right], \\ I_{\lambda_n(p+1)}^-(1, v) &= I_{\lambda_n}^0 A_{\lambda_n(p)}, \quad I_{\lambda_n}^0 = k(\bar{n}_{\lambda_n})^2 (1 - R_{\lambda_n}) I_{\lambda_n}^{\text{av sour}}, \end{aligned}$$

де

$$A_{\lambda_n(p)} = \frac{2R_{\lambda_n} v_0 \exp[-\theta_{\lambda_n(p)}^{\text{int}} / v_0]}{1 - [2R_{\lambda_n} E_3(\theta_{\lambda_n(p)}^u)]^2}, \quad v_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\bar{n}_{\lambda_n}} \sin \xi_0\right)^2},$$

$$\theta_{\lambda_n(p)}^{\text{int}} = \int_0^1 \theta_{\lambda_n}(c_{A(p)}) dz. \quad (20)$$

При цьому чинники дії випромінювання в шарі на ( $p + 1$ )-й ітерації відповідно до подань (17), (18) запишемо у вигляді

$$\rho_0 Q_{(p+1)} = 2\pi \left\{ \sum_{n=1}^M I_{\lambda_n}^0 \left[ a_{\lambda_n}^{(L)} \Delta \lambda_n + \sum_{n_A=1}^{N_A} a_{\lambda_n n_A}^* \Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}} c_{A(p)} \right] \Gamma_{\lambda_n(p)}(z) \right\},$$

$$F_{z(p+1)} = 2\pi \left\{ \sum_{n=1}^M I_{\lambda_n}^0 \left[ a_{\lambda_n}^{(L)} \Delta \lambda_n + \sum_{n_A=1}^{N_A} a_{\lambda_n n_A}^* \Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}} c_{A(p)} \right] \Pi_{\lambda_n(p)}(z) \right\},$$

$$\Psi_{A(p+1)} = 2\pi (\rho_A^{\text{atm}})^{-1} \sum_{n=1}^M \left\{ \sum_{n_A=1}^{N_A} \left[ I_{\lambda_n}^0 J_{\lambda_n n_A}^{\text{atm}} \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\Delta_{\lambda_n n_A}^{\text{ef}}} \Gamma_{\lambda_n(p)}(z) \right] \right\},$$

$$f_{Az(p+1)} = 2\pi (c_0)^{-1} \sum_{n=1}^M \left\{ \sum_{n_A=1}^{N_A} \left[ I_{\lambda_n}^0 J_{\lambda_n n_A}^{\text{atm}} \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\Delta_{\lambda_n n_A}^{\text{ef}}} \Pi_{\lambda_n(p)}(z) \right] \right\},$$

$$N_{(p+1)}^{\text{phot}} = 2\pi \sum_{n=1}^M \left\{ \sum_{n_A=1}^{N_A} \left[ I_{\lambda_n}^0 \frac{\Delta_{\lambda_n \lambda_{n_A}}}{\hbar \omega_{\lambda_n}} \Gamma_{\lambda_n(p)}(z) \right] \right\}. \quad (21)$$

Тут

$$\Gamma_{\lambda_n(p)}(z) = [2R_{\lambda_n} E_3(\theta_{\lambda_n(p)}^{\text{int}}) E_2(\varphi_{\lambda_n(p)}(z)) + E_2(\chi_{\lambda_n(p)}(z))] A_{\lambda_n(p)} +$$

$$+ \exp[-\varphi_{\lambda_n(p)}(z) / v_0],$$

$$\Pi_{\lambda_n(p)}(z) = [2R_{\lambda_n} E_3(\theta_{\lambda_n(p)}^{\text{int}}) E_3(\varphi_{\lambda_n(p)}(z)) - E_3(\chi_{\lambda_n(p)}(z))] A_{\lambda_n(p)} +$$

$$+ v_0 \exp[-\varphi_{\lambda_n(p)}(z) / v_0],$$

$$\varphi_{\lambda_n(p)}(z) = \int_0^z [\theta_{\lambda_n(p)}(c_{A(p)}(z^*))] dz^*, \quad \chi_{\lambda_n(p)}(z) = - \int_1^z [\theta_{\lambda_n(p)}(c_{A(p)}(z^*))] dz^*.$$

$E_n(x) = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp(-x/\mu) d\mu$  – інтегро-експоненціальна функція [27]. Як і в [19, 52], за розподіл концентрації  $c_{A(0)}$  у нульовому наближенні приймаємо початковий  $c_0^A$ .

Числові дослідження розподілів тепловиділень, пондеромоторних сил дії випромінювання, концентрації домішки та напружень, викликаних дією помірного лазерного випромінювання, проводили для шару зі скла С93-2 з домішкою парів води  $H_2O$  чи окису вуглецю  $CO$ , початкові однорідні концентрації яких становили 0.001. Теплофізичні, термомеханічні, механічні та радіаційні характеристики матеріалу шару вибирали згідно з [29, 39, 49, 55], а радіаційні характеристики смуг поглинання газових домішок у склі – згідно з роботою [46]. Дифузійні характеристики  $CO$  розраховано на основі результацій [1, 20], а для  $H_2O$  – вибрано згідно з [55]. При цьому спект-

ральний коефіцієнт поглинання матеріалу каркаса апроксимували кусково-сталою функцією [28, 31]

$$a_\lambda^L = \begin{cases} a_1, & 0 \leq \lambda < \lambda_\Pi, \\ a_2, & \lambda_\Pi \leq \lambda \leq \infty. \end{cases}$$

Як джерела лазерного випромінювання розглядали реальні газові (активна речовина в яких газ) ОКГ неперервної дії, характеристики яких (активна речовина – основа), центр смуги випромінювання  $\lambda_n$ , ширину смуги  $\Delta\lambda_n$  вибирали такими [23]: 1) Ar-He;  $\lambda_n = 4.28$  мкм;  $\Delta\lambda_n = 6.02$  мкм; 2) Xe-He;  $\lambda_n = 7.465$  мкм;  $\Delta\lambda_n = 10.89$  мкм; 3) Cs;  $\lambda_n = 5.19$  мкм;  $\Delta\lambda_n = 3.98$  мкм; 4) N<sub>2</sub>-He;  $\lambda_n = 2.845$  мкм;  $\Delta\lambda_n = 3.61$  мкм. Джерела з наведеними характеристиками 1)-4) будемо називати відповідно L1-L4. В усіх чотирьох випадках інтегральний потік  $I_{\text{sour}} = \int_0^\infty I_{\lambda_n}^{+(e)} d\lambda$  випромінювання від ОКГ у напрям-

ку шару вибирали однаковим і таким, що дорівнює потоку від L1 (за рахунок вибору у виразі (10) значення коефіцієнта  $k$ : для L1-L4 відповідно  $k = 1; 0.553; 1.513; 1.668$ ). Розглядали випадок нормальногопадіння випромінювання від ОКГ на поверхню  $z = 0$  шару ( $\xi_0 = 0$ ).

Числові дослідження показали, що викликаний дією лазерного випромінювання (протягом розглядуваних часів, що не перевищують 2 год.) передрозділ концентрації домішки H<sub>2</sub>O чи CO у шарі практично не впливає на величину тепловиділення, розрахованих при початкових концентраціях  $c_0^A = 0.001$ . Розподіли тепловиділень  $Q_* = Q(z)/Q(0)$  у шарі товщини  $h = 1$  см з домішкою H<sub>2</sub>O чи CO (розподіли практично співпадають) за дії помірного лазерного випромінювання видів L1-L4 зображені на рис. 1, а розподіли  $Q_*$  у шарах різної товщини  $h = 1, 3, 5$  см за дії L1 та L2 – відповідно на рис. 2 і 3. Як бачимо на рис. 1 і як випливає з аналізу характеристик розглядуваних видів лазерного випромінювання, характер розподілу тепловиділень (при заданих поглинальних характеристиках матеріалу шару) визначається в основному співвідношенням  $\Delta a_1/\Delta a_2$  у смузі випромінювання даного лазера між довжинами хвиль, що розміщені нижче  $\Delta a_1$  і вище  $\Delta a_2$  порогової довжини хвилі  $\lambda_\Pi$  матеріалу каркаса. Таке співвідношення для розглядуваних видів джерел випромінювання L1-L4 становить відповідно  $\Delta a_1/\Delta a_2 = 0.32, 0.07, 0.0, 1.84$ . Як бачимо на рис. 1, нерівномірність розподілу тепловиділень зростає зі зменшенням цього відношення. Разом з тим характер розподілу тепловиділень за близьких значень  $\Delta a_1/\Delta a_2$  слабо залежить від ширини смуги випромінювання ОКГ (криві для джерел L2, L3).

Рис. 2 і 3 демонструють зростання приповерхневості характеру розподілу тепловиділень зі збільшенням товщини шару.

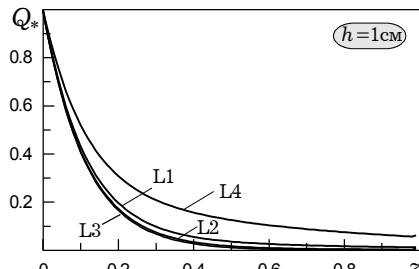


Рис. 1

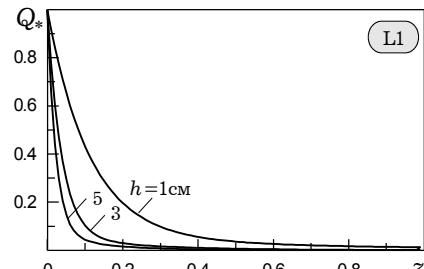


Рис. 2

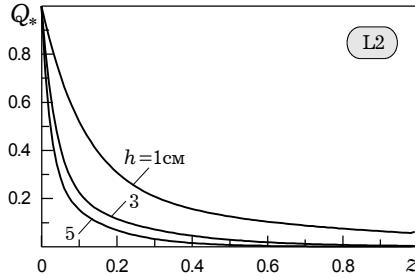


Рис. 3

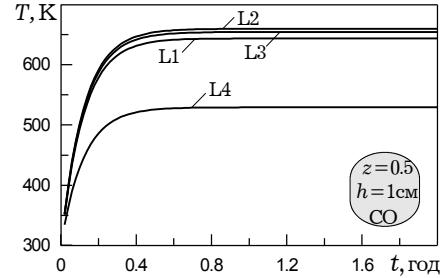


Рис. 4

Рис. 4 ілюструє зміну в часі температури  $T$  у перерізі  $z = 0.5$  шару товщини  $h = 1$  см з домішкою СО за дії випромінювання від L1–L4 (середню інтенсивність  $I_{\lambda}^{\text{av sour}} = 500$  Вт/(ср · м<sup>2</sup>) · мкм у пучку для L1 тут і надалі вибирали так, щоб за розглядуваній час дії лазерного випромінювання (2 год.) температура в шарі не перевищувала температури трансформації скла [39, 49]). Розподіл температур в шарі аналогічно товщини з домішкою СО, що виникають після 2 год. дії розглядуваних джерел випромінювання (в усталеному тепловому режимі), зображені на рис. 5. Криві, наведені на рис. 4, дають можливість оцінити рівні температур, що досягаються у шарі за однакового інтегрального потоку випромінювання від джерел L1–L4, а криві на рис. 5 – рівномірність його прогріву такими джерелами. На рис. 5, зокрема, бачимо, що нерівномірність прогріву шару зростає зі зменшенням співвідношення  $\Delta a_1 / \Delta a_2$ . Рис. 6 і 7 ілюструють розподіл температур, що виникають у шарах різної товщини ( $h = 1, 3, 5$  см) з домішкою СО після 2 год. дії випромінювання відповідно від джерел L1 і L4. Бачимо, що для більших товщин шарів ( $h = 3, 5$  см) за розглядуваних умов теплообміну на поверхнях  $z = 0, z = 1$  має місце приповерхневий характер їх нагріву. При цьому більші перепади температури є в шарі товщини  $h = 5$  см за дії L1 (рис. 6) і в шарі товщини  $h = 3$  см за дії L4 (рис. 7), що зумовлено характером розподілу тепловиділення у шарах згаданих товщин за дії джерел L1 і L4. Зауважимо, що розраховані значення температур у шарі з домішкою СО початкової концентрації  $c_0^A = 0.001$  за дії лазерного випромінювання розглядуваних видів джерел практично співпадають з розрахованими для бездомішкового шару (максимальна різниця  $\Delta T$  значень температури в усталеному тепловому режимі є менша ніж 0.1 K). Наявність домішки  $H_2O$  такої ж початкової концентрації призводить до збільшення рівня температур у шарі порівняно з бездомішковим (чи шаром з домішкою СО) на  $\Delta T \leq 5$  K при дії L1–L3 і  $\Delta T \leq 1$  K – при дії L4 (в усталеному тепловому режимі).

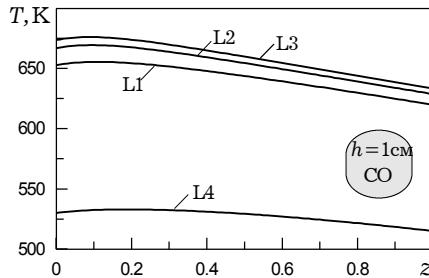


Рис. 5

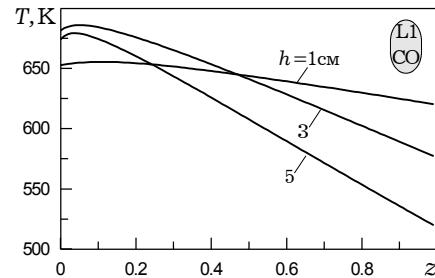


Рис. 6

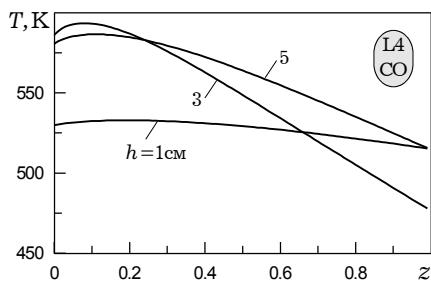


Рис. 7

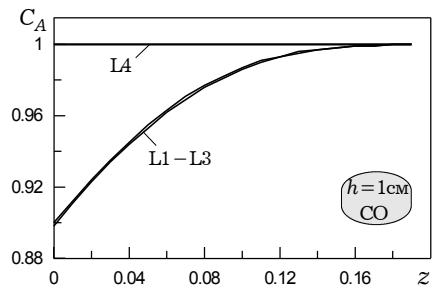


Рис. 8

Розподіли концентрацій домішок у шарі товщини  $h = 1$  см з домішкою СО чи  $\text{H}_2\text{O}$ , що виникають після 2 год. дії випромінювання видів L1–L4, наведено відповідно на рис. 8 і 9. Як бачимо на графіках, дія випромінювання видів L1–L3 викликає однакові швидкості дифузії у шарі розглядуваних домішок (СО чи  $\text{H}_2\text{O}$ ), а дія L4 практично не змінює (за розглядуваний час) концентрації СО порівняно з початковою і слабо змінює (на відміну від L1–L4) концентрації  $\text{H}_2\text{O}$ . Такі впливи пояснюються характером перетину смуг випромінювання розглядуваних лазерів зі смугами поглинання цих газових домішок [46]. Зокрема, смуга випромінювання L4 (1.04÷3.65 мкм) перетинається лише з однією смugoю малої інтенсивності (з центром при  $\lambda = 2.35$  мкм) СО і однією з трьох основних смуг поглинання (з центром при  $\lambda = 2.70$  мкм)  $\text{H}_2\text{O}$ .

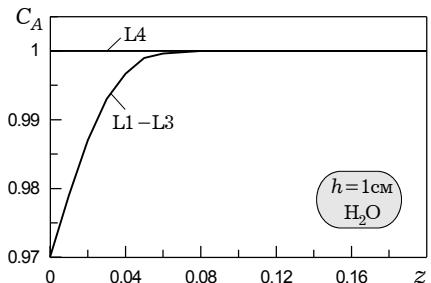


Рис. 9

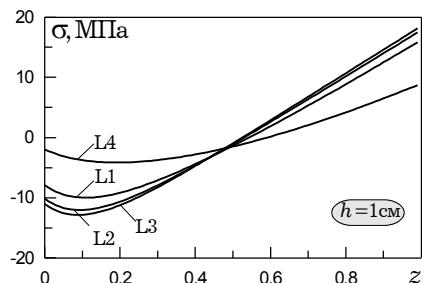


Рис. 10

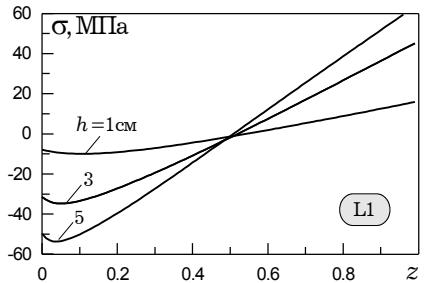


Рис. 11

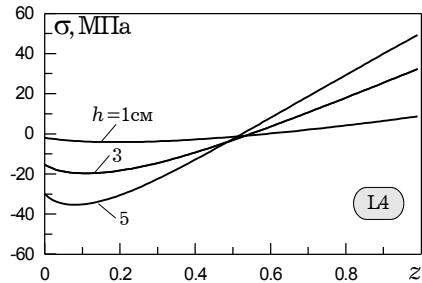


Рис. 12

Таким чином, при виборі типу лазера з метою використання для інтенсифікації процесу дифузії газових домішок необхідно враховувати характер перетину смуг випромінювання цього лазера зі смугами поглинання наявних у частково прозорому тілі газових домішок. Зауважимо, що внески в потоки маси в шарі складових, пов'язаних з термодифузією і дією пондеромоторних сил (при розглядуваних концентраціях домішок  $c_A \leq 0.001$  та інтенсивностях випромінювання у пучку таких видів лазерів  $I_{\lambda, \text{sour}}^{\text{av}} < 10^4 \text{ Вт}/(\text{ср} \cdot \text{м}^2) \cdot \text{мкм}$ , як і у випадку дії теплового випромінювання [19, 51]), є нехтовними.

Дослідження напруженого стану проводились для жорстко защемленого при  $x \rightarrow \pm\infty$ ,  $y \rightarrow \pm\infty$  шару з домішкою СО при нехтуванні впливом пондеромоторних сил (величини яких за наведених вище концентрацій домішки, поглинальних характеристик матеріалу шару та параметрів лазерного випромінювання не перевищують  $10 \text{ Н}/\text{м}^3$ ). На рис. 10 показано розподіл нормальних складових тензора напруженів  $\sigma = \sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ , що виникають у шарі товщини  $h = 1 \text{ см}$  після 2 год. дії лазерного випромінювання від джерел L1–L4, а на рис. 11 і 12 – у шарах різної товщини ( $h = 1, 3, 5 \text{ см}$ ) відповідно за дії L1 і L4. Характер розподілу напруженів  $\sigma$  у шарі (за даних поглинальних характеристик матеріалу) залежить від характеристик смуг лазерного випромінювання (рис. 10), а рівень максимальних стисливих і розтягувальних напруженів зростає зі зменшенням співвідношення  $\Delta a_1 / \Delta a_2$ . На рис. 11 і 12 бачимо, що рівень максимальних розтягувальних напруженів у шарах зростає зі збільшенням їх товщини (за дії вибраних видів лазерного випромінювання) і за певних товщин ( $h = 3, 5 \text{ см}$  (рис. 11) та  $h = 5 \text{ см}$  (рис. 12)) може перевищувати значення допустимих напруженів для розглядуваного виду скла (стисні  $750 \div 900 \text{ МПа}$  і розтягувальні  $30 \div 60 \text{ МПа}$ ) [39, 49].

Результати проведених досліджень можуть бути використані для оцінки ефективності обробки (з метою нагріву чи прискорення дифузії домішок) частково прозорих тіл з газовими домішками за допомогою випромінювання ОКГ неперервної дії.

1. Белоусов В. Н., Балан А. К., Микитаев А. К. Температурная зависимость параметров газопроницаемости полисульфона // Высокомолекулярные соединения. Б. – 1989. – № 8. – С. 604–607.
2. Бокштейн Б. С., Бокштейн С. З., Жуховицкий А. А. Термодинамика и кинетика диффузии в твердых телах. – М.: Металлургия, 1974. – 280 с.
3. Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Солодяк М. Т. Термоупругость электропроводных магнитотвердых тел во внешних установившихся электромагнитных полях // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1988. – № 5. – С. 26–29.
4. Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Терлецкий Р. Ф. Термомеханика тел низкой электропроводности во внешних квазиустановившихся электромагнитных полях // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1989. – № 7. – С. 38–41.
5. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф. Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону частот // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1990. – № 6. – С. 39–43.
6. Гаврись А. П., Шевчук П. Р. Математическое моделирование процессов при высокотемпературном напылении покрытий // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1991. – Вып. 33. – С. 13–18.
7. Гачкевич А. Р. Определение и оптимизация термонапряженного состояния электропроводных тел во внешних квазиустановившихся электромагнитных полях // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1992. – Вып. 35. – С. 119–123.
8. Гачкевич А. Р. Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – К.: Наук. думка, 1992. – 192 с.
9. Гачкевич А. Р. Термоупругость электропроводных тел, находящихся под воздействием электромагнитного излучения инфракрасного диапазона частот. – Львов, 1993. – 56 с. – (Препр. / АН України. Ин-т прикл. проблем механики и математики им. Я. С. Подстрігача; № 10-93).
10. Гачкевич А. Р., Бойчук В. Я. Термомеханическое поведение неметаллических электропроводных тел при высокотемпературной обработке // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1996. – № 39, № 1. – С. 74–79.
11. Гачкевич А. Р., Драбык В. О., Малкиль Б. С., Терлецкий Р. Ф. Термонапряженное состояние стеклооболочки кинескопа при нагреве электромагнитным излучением // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1991. – Вып. 33. – С. 31–35.
12. Гачкевич А. Р., Курницкий Т. Л., Терлецкий Р. Ф. Напряженное состояние в стеклянных телах при их дегазации с использованием нагрева инфракрасным излучением // Прикл. механика и техн. физика. – 2002. – № 2. – С. 155–165.

13. Гачкевич А. Р., Мусий Р. С. Термомеханика електропроводних тел при воздействії неустановившихся електромагнітних полей. – Львов, 1993. – 54 с. – (Препр. / АН України. Ин-т прикл. проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача; № 3-93).
14. Гачкевич О. Р. Математичні моделі термомеханіки здатних до намагнічення та поляризації електропровідних тіл при дії квазіусталеного електромагнітного випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – 41, № 1. – С. 97–107.
15. Гачкевич О. Р., Касперський З., Солодяк М. Т., Терлецький Р. Ф. Математичне моделювання та оптимізація зумовлених квазіусталеним електромагнітним полем фізико-механічних процесів в електропровідних тілах // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1997. – 40, № 1. – С. 66–72.
16. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Сосновий Ю. Р., Терлецький Р. Ф. Математичне моделювання процесів тепломасопереносу в скляних тілах при їх обробці тепловим інфрачервоним випромінюванням з метою дегазації // Вопр. атомної науки и техники. Сер. Вакуум, чистые материалы, сверхпроводники. – 1998. – Вып. 4(5), 5(6). – С. 45–47.
17. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Терлецький Р. Ф. Дифузія газової домішки в напівпрозорому твердому тілі, спричинена дією електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – 40, № 2. – С. 122–129.
18. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Терлецький Р. Ф. Математичне моделювання фотостимульованої дифузії домішок у частково прозорих твердих тілах // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2001. – 44, № 3. – С. 107–119.
19. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Терлецький Р. Ф. Механотермодифузійні процеси в напівпрозорому твердому шарі при дії теплового інфрачервоного випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – 41, № 3. – С. 121–131.
20. Гачкевич О. Р., Курницький Т. Л., Терлецький Р. Ф. Термомеханічна поведінка шару з газовими домішками при дії теплового інфрачервоного випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1999. – 42, № 2. – С. 141–146.
21. Гачкевич О. Р., Сосновий Ю. Р., Терлецький Р. Ф. Деякі проблеми вакуумних технологій виробництва чорно-білих і кольорових кінескопів // Вопр. атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физ. исслед. (Теория и эксперимент). – 1994. – Вып. 1(27). – С. 47–50.
22. Глуханов Н. П., Федорова И. Г. Высокочастотный нагрев диэлектрических материалов в машиностроении. – Л.: Машиностроение, 1972. – 160 с.
23. Григорьев Б. А. Импульсный нагрев излучениями: В 2 т. – М.: Наука, 1974. – Т. 1. – 320 с.
24. Делоне Н. Б. Взаимодействие лазерного излучения с веществом. – М.: Наука, 1989. – 280 с.
25. Джсафаров Т. Д. Радиационно-стимулированная диффузия в полупроводниках. – М.: Энергоиздат, 1991. – 287 с.
26. Еремеев В. С. Диффузия и напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 184 с.
27. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. – М.: Мир, 1975. – 934 с.
28. Излучательные свойства твердых материалов: Справочник / Под ред. А. Е. Шейдлина. – М.: Энергия, 1974. – 471 с.
29. Капустин Ю. А., Колокольников Б. М., Свешников А. А. Фотостимулированная диффузия золота в кремнии при импульсной фотонной обработке // Физика и техника полупроводников. – 1990. – 24, № 2. – С. 318–322.
30. Коляно Ю. М., Кулик А. Н. Температурные напряжения от объемных источников. – Киев: Наук. думка, 1983. – 288 с.
31. Малкиель Б. С., Гачкевич А. Р., Сосновый Ю. Р., Терлецкий Р. Ф. Температурные поля и напряжения в системе плоскопараллельных слоев при нагреве электромагнитным излучением // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1988. – Вып. 28. – С. 21–26.
32. Нигматуллин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
33. Петров Н., Бранков И. Современные проблемы термодинамики. – М.: Мир, 1986. – 288 с.
34. Підстригач Я. С., Чернуха Ю. А. Задачі теплопровідності для опромінюваних оболонок // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1974. – № 3. – С. 262–267.
35. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Чернявская Л. В. Термоупругость електропроводных тел. – Киев: Наук. думка, 1977. – 248 с.
36. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. О нагреве источниками тепла тонких пластин и оболочек с теплообменом // Инж.-фiz. журн. – 1964. – 1, № 2. – С. 79–86.

37. Подстригач Я. С., Павлина В. С. Дифференциальные уравнения термодинамических процессов в  $n$ -компонентном твердом растворе // Физ.-хим. механика материалов. – 1965. – 1, № 4. – С. 383–389.
38. Применение токов высокой частоты в электротермии / Под. ред. А. Е. Слухоцкого. – Л.: Машиностроение, 1968. – 340 с.
39. Роус Б. Стекло в электронике. – М.: Сов. радио, 1969. – 355 с.
40. Рубцов Н. А. Теплообмен излучением в сплошных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 276 с.
41. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Зуев И. В., Кокора А. Н. Лазерная и электроннолучевая обработка материалов. – М.: Машиностроение, 1985. – 495 с.
42. СВЧ-энергетика: В 2 т / Под ред. Э. Окressа. – М.: Мир, 1971. – Т. 2. – 272 с.
43. Терлецкий Р. Ф. Исследование термомеханического поведения цилиндра низкой электропроводности во внешнем однородном установившемся электромагнитном поле // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1996. – 39, № 1. – С. 80–86.
44. Терлецький Р. Ф. Математичне моделювання термомеханічних процесів в тілах низької електропровідності в зовнішньому квазістациональному електромагнітному полі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1992. – Вип. 36. – С. 34–38.
45. Терлецький Р. Ф. Моделювання термомеханічної поведінки багатокомпонентних деформівних твердих тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання. Ч. 1. Балансові співвідношення механіки і другий закон термодинаміки // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – 45, № 2. – С. 81–91.
46. Тъен К. Л. Радиационные свойства газов // Успехи теплопередачи. – М.: Мир, 1971. – С. 280–360.
47. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. – М.: Мир, 1969. – 558 с.
48. Шевчук П. Р., Гаєрськ А. П. Влияние лучевого нагрева на температурные режимы и остаточные напряжения при высокотемпературном напылении покрытий // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1989. – Вып. 30. – С. 69–73.
49. Эспе В. Технология электровакуумных приборов: В 3 т. – М.: Энергия, 1968. – Т. 2. – 448 с.
50. Atkin R. J., Craine R. E. Continuum theories of mixtures. Basic theory and historical development // Quart. J. Mech. and Appl. Math. – 1976. – 29. – P. 209–244.
51. Gachkevich A., Kournyts'kyi T., Terletskii R. Investigation of molecular gas admixture diffusion, heat transfer and stress state in amorphous solid subjected to thermal infrared radiation // Int. J. Eng. Sci. – 2002. – 40. – P. 829–857.
52. Gachkevich A., Kournyts'kyi T., Terletskii R. Photostimulated molecular gas admixture diffusion in semitransparent amorphous solid // Int. Comm. Heat Mass Transfer. – 2001. – 28, No. 3. – P. 399–410.
53. Green A. E., Naghdi P. M. A theory of mixtures // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1967. – 24. – P. 243–263.
54. Lubchenko A. F., Pavlovich V. N. Laser stimulation of light interstitial diffusion in semiconductors and insulators // Phys. Status Solidi. – 1976. – 78, No. 2. – P. k97–k101.
55. Todd J. Outgassing of glass // J. Appl. Phys. – 1955. – 26. – P. 1238–1242.

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНОТЕРМОДИФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ГАЗОВЫМИ ПРИМЕСЯМИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СВЕТОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

Приведены результаты математического моделирования процессов тепломассопереноса и деформирования в частично прозрачных телах с примесями, обусловленных воздействием инфракрасного излучения. В качестве примера исследованы параметры этих процессов для слоя с газовыми примесями при равномерном умеренном лазерном облучении одного из его оснований.

#### MODELING OF COUPLED MECHANICAL THERMAL AND DIFFUSIVE PROCESSES IN SEMITRANSPARENT ELASTIC SOLIDS WITH GASEOUS ADMIXTURES SUBJECTED TO ELECTROMAGNETIC RADIATION OF LIGHT RANGE

Models of coupled mechanical, thermal and diffusive processes in semitransparent materials containing admixtures subjected to infrared radiation are presented. For example, heat and mass transfer in elastic layer with gaseous admixtures, subjected to uniform moderate laser irradiation of one of layer's surfaces, is studied.