УДК 539.3

В. А. Осадчук

ДІАГНОСТУВАННЯ ЗАЛИШКОВИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ НАПРУЖЕНЬ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМ МЕТОДОМ

Викладено основи неруйнівного методу визначення залишкових технологічних напружень в оболонкових і пластинчастих, що моделюються плоским шаром, елементах конструкцій і споруд. Метод ґрунтується на використанні розв'язків рівнянь механіки деформівних тіл із власними напруженнями та експериментальної інформації, отриманої фізичними методами, і на основі розв'язків багатопараметричної задачі комп'ютерної томографії тензорного поля дозволяє відтворити залишкові напруження у довільній точці досліджуваного об'єкту. Наведено короткий огляд праць, присвячених розробленню і розвитку цього методу в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України.

Залишкові напруження і деформації, спричинені різними технологічними операціями, зокрема зварюванням, суттєво впливають на міцність, точність виготовлення, тримкість конструкцій і споруд. Спостерігаються випадки, коли залишкові напруження можуть самі по собі викликати крихке руйнування без додаткових зовнішніх дій. Тому необхідним є вдосконалення методів їх визначення, зокрема, при проведенні контролю стану зварних конструкцій і споруд тривалої експлуатації засобами технічної діагностики з метою оцінки їх залишкового ресурсу [52]. Одними з ефективних методів визначення залишкових напружень є розрахунково-експериментальні методи, що ґрунтуються на попередньо встановлених закономірностях. Однією з перших робіт у цьому напрямку була праця Є. О. Патона та його учнів [53], у якій запропоновано ідею розрахункової оцінки залишкових зварювальних напружень у циліндричній оболонці на основі тензорної функції усадки. Дальшим розвитком такого підходу є запропонований і розроблений у працях Я. С. Підстригача та його учнів і співробітників очолюваних ними шкіл [1, 4, 5, 9–17, 20–51, 55–60, 64–87] розрахунково-експериментальний метод визначення залишкових технологічних напружень в елементах конструкцій, який називають у літературі [61] методом умовних пластичних деформацій.

Суть цього методу полягає у наступному. Спочатку записують основні співвідношення і диференціальні рівняння механіки деформівних тіл із залишковими деформаціями, які одержують з використанням зображення компонентів тензора деформації $\{e_{ij}\}$ у вигляді суми $e_{ij} = e_{ij}^{e} + e_{ij}^{0}$, де e_{ij} – компоненти тензора повної деформації, e_{ij}^{e} – компоненти тензора пружної деформації, e_{ij}^{0} – компоненти тензорного поля умовних пластичних власних деформацій, несумісність яких зумовлює виникнення залишкових напружень. При цьому поле e_{ij}^{0} враховує, крім пластичних деформацій, також деформації, зумовлені різного роду структурними перетвореннями, які супроводжуються зміною об'єму матеріалу. Далі з використанням, зокрема, фундаментальних розв'язків або функцій Гріна розв'язувальних рівнянь будують інтегральні подання компонентів тензора напружень через невідомі компоненти поля деформацій e_{ij}^{0}. Щоб знайти це поле, використовують експериментальну інформацію про поле залишкових напружень σ_{ij} або їх інтегральні характеристики, які, зокрема, можна здобути одним із неруйнівних (фізичних) методів або за допомогою синтезу цих методів, і будують функціонал, мінімізація якого забезпечує мінімальні відхилення експериментально визначених I_m^{E} від аналогічних теоретично обчислених I_m^{T} характеристик полів напружень. Тоді задачу про знаходження поля e_{ij}^0 розв'язують як обернену задачу механіки деформівного тіла із власними напруженнями, яка є умовно коректною. Розв'язок такої задачі будують на певних підмножинах допустимих розв'язків, зокрема, на компактній множині [2], що забезпечує його стійкість до малих змін вхідних параметрів, які одержують на основі експериментальних даних. Після знаходження поля e_{ij}^0 обчислюють компоненти тензора залишкових напружень у довільній точці тіла, зокрема, ті, які не можна отримати експериментально.

За принципом зведення задачі про визначення залишкових напружень до розв'язання пружної задачі для тіла з власними деформаціями та використанням експериментальної інформації для їх знаходження запропонований метод дещо споріднений з розрахунковим методом додаткових деформацій при визначенні залишкових напружень у деформаційній теорії термопластичності [62]. Згідно з цим методом задача термопластичності зводиться до розв'язання задачі термопружності з додатковими деформаціями, які є різницею між дійсними деформаціями ε_{ij} і деформаціями ε_{ij}^e пружного розрахункового тіла: $\varepsilon_{ij}^0 = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^e$ при дійсних напруженнях σ_{ij}. У практичних розрахунках додаткові деформації визначаються з використанням експериментальної кривої розтягу.

Розглянемо застосування методу умовних пластичних деформацій для визначення залишкових напружень в оболонкових і пластинчастих елементах конструкцій.

1. Визначення залишкових напружень у циліндричній оболонці. Розглянемо задачу про визначення залишкових напружень у замкненій циліндричній оболонці з кільцевим швом. У кільцевих з'єднаннях оболонок (труб), виконаних за один або багато проходів, шви при зварюванні виконуються послідовно, а не одночасно по всьому периметру, тому залишкові напруження у зоні зустрічі початку й кінця шва будуть відрізнятися від напружень в інших місцях з'єднання. Строго кажучи, розподіл напружень з огляду на це не буде осесиметричним. Але, як показують експериментальні дослідження, залишкові напруження у трубах великих діаметрів, у яких зона зустрічі початку й кінця шва складає невелику частину периметра, практично можна вважати осесиметричними [3]. Винятком є електрошлакові шви, напруження у яких, найімовірніше, не повинні бути осесиметричними, оскільки спостерігається значна нерівномірність усадки по довжині шва. У трубах малого діаметру, зварених за один прохід, зона зустрічі початку й кінця шва складає значну частину периметра і спричиняє порушення осесиметричного напруженого стану.

Нехай кругова циліндрична оболонка завтовшки $2h$ перебуває у рівновазі під дією поля залишкових технологічних деформацій e_{ij}^0. Матеріал оболонки будемо вважати однорідним та ізотропним. Положення довільної точки на серединній поверхні оболонки радіуса R визначатимемо її координатами z і φ, де z − відстань точки від початкового перерізу, взята вздовж твірної, φ − кут, що утворюється довільною площиною, яка проходить через вісь обертання, з початковою. Оскільки вибір початкових перерізів $z = 0$, $\varphi = 0$ є довільним, надалі будемо їх суміщати з площинами симетрії полів власних деформацій e_{ij}^0, якщо така симетрія є у даній конкретній задачі. Надалі будемо користуватись безрозмірними координатами

$$\alpha = z/R, \qquad \beta = \frac{\pi}{2} + \varphi, \tag{1}$$

які пов'язані з декартовими співвідношеннями [54]

$$X = -R\sin\beta, \qquad Y = -R\cos\beta, \qquad z = R\alpha .$$

1.1. Осесиметрична задача. Розглянемо спочатку задачу про визначення осесиметричних напружень у нескінченно довгій оболонці, звареній з двох частин кільцевим стиковим швом. Віднесемо оболонку до триортогональної системи координат α, β, γ, де γ – координата вздовж зовнішньої нормалі до серединної поверхні, а початок координат виберемо на осі шва. Тоді за умов відсутності осьових зусиль ключове рівняння задачі для визначення функції прогину $W(\alpha)$ у рамках гіпотези Кірхгофа – Лява запишемо у вигляді [58]

$$\left(\frac{d^4}{d\alpha^4} + 4a^4\right)W = 4a^4 R\varepsilon^0_{\beta\beta} - R^2\frac{d^2}{d\alpha^2}(æ^0_{\alpha\alpha} + \mu æ^0_{\beta\beta}) . \tag{2}$$

Тут

$$\varepsilon^0_{\beta\beta} = \frac{1}{2h}\int_{-h}^{h} e^0_{\beta\beta}(\alpha,\gamma)\,d\gamma, \qquad æ^0_{ii} = \frac{3}{2h^2}\int_{-h}^{h} e^0_{ii}(\alpha,\gamma)\gamma\,d\gamma, \qquad i = \alpha,\beta , \tag{3}$$

$a^4 = 3R^2(1-\mu^2)/4h^2$; μ – коефіцієнт Пуассона. При цьому колове зусилля N_2, осьовий M_1 і кільцевий M_2 згинні моменти та нормальні напруження $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{\beta\beta}$ визначаються за формулами

$$N_2 = D_0\left(\frac{W}{R} - \varepsilon^0_{\beta\beta}\right), \qquad M_i = -\frac{D_1}{R^2}\left[\frac{d^2W}{d\alpha^2} + R^2(æ^0_{ii} + \mu æ^0_{jj})\right],$$

$$\sigma_{ii} = \frac{1}{2h}\left(N_i + 3M_i\frac{\gamma}{h^2}\right) + \frac{E}{1-\mu^2}\left[\varepsilon^0_{ii} + æ^0_{ii}\gamma - e^0_{ii} + \mu(\varepsilon^0_{jj} + æ^0_{jj}\gamma - e^0_{jj})\right], \; i,j = \alpha,\beta , \tag{4}$$

E – модуль Юнга.

Для побудови інтегрального подання характеристик напруженого стану використаємо фундаментальний розв'язок рівняння

$$\left(\frac{d^4}{d\alpha^4} + 4a^4\right)W^* = \delta(\alpha) , \tag{5}$$

який запишемо у вигляді [25, 54]

$$W^*(\alpha) = \frac{1}{8a^4}e^{a|\alpha|}(\cos a\alpha + \sin a|\alpha|) .$$

У рівнянні (5) через $\delta(\alpha)$ позначено δ-функцію Дірака.

Використавши тепер операцію згортки, для довільного згасаючого на нескінченності поля деформацій e^0_{ij} вираз для прогину $W(\alpha)$ подамо у вигляді

$$W(\alpha) = \frac{aR}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon^0_{\beta\beta}(\zeta)K_1(\zeta-\alpha)\,d\zeta + \frac{R^2}{4a}\int_{-\infty}^{\infty}\left[æ^0_{\alpha\alpha}(\zeta) + \mu æ^0_{\beta\beta}\right]K_2(\zeta)\,d\zeta , \tag{6}$$

де $K_{1,2} = e^{-a|\zeta-\alpha|}\left[\cos(a(\zeta-\alpha)) \pm \sin(a|\zeta-\alpha|)\right]$; верхній знак стосується до функції K_1, а нижній – до K_2.

Якщо підставити вираз (6) у формули (4), то отримаємо інтегральні подання для визначення напружень $\sigma_{\alpha\alpha}$, $\sigma_{\beta\beta}$ у довільній точці через компоненти тензора деформацій e^0_{ii}. Використовуючи такі вирази, можна сконструювати їх комбінації, зокрема, інтеграли від різниці головних напружень по деяких поверхневих і об'ємних областях оболонки, які можна виміряти відомими фізичними методами: магнітопружності, ультразвуковим, поляризаційно-оптичним, голографічної інтерферометрії тощо.

Тепер для визначення невідомого тензорного поля власних деформацій e_{ij}^0 на основі аналізу апріорної інформації вибирається певна підмножина допустимих розв'язків. Такою інформацією, зокрема, є результати аналізу одержаних у літературі аналітичних розв'язків деяких задач [18] та експериментальних даних, одержаних руйнівними методами [3]. Проведений аналіз показує, що пластичні деформації зосереджені в деякій невеликій області біля шва і плавно згасають на її границі. При цьому в області пластичних деформацій функції, що описують компоненти тензорного поля e_{ij}^0, можуть мати монотонний характер, як наприклад, для маловуглецевих і низьколегованих сталей, у яких структурні перетворення проходять при високих температурах (за яких поріг пластичності є близьким до нуля), так і немонотонний характер для матеріалів, у яких структурні перетворення проходять при порівняно низьких температурах. Для деяких легованих сталей компоненти поля e_{ij}^0 в області пластичних деформацій можуть навіть змінювати знак [3].

Для тонких оболонок у разі осесиметричної задачі поле $e_{ii}^0(\alpha,\gamma)$ зобразимо у вигляді ряду за степенями γ та обмежимось многочленом другого степеня:

$$e_{ii}^0(\alpha,\gamma) = F_{0i}(\alpha) + F_{1i}(\alpha)\frac{\gamma}{h} + F_{2i}\frac{\gamma^2}{h^2}, \qquad i = \alpha,\beta. \tag{7}$$

Зважаючи на те, що деформації e_{ii}^0 локалізовані в області шва і можуть бути описані гладкими функціями, апроксимуємо $F_{\nu i}(\alpha)$ виразами

$$F_{\nu i}(\alpha) = \begin{cases} \sum\limits_{k=0}^{n_j} a_{kj}^{(\nu)}\varphi_{ki}(\alpha), & \alpha_{1j}^0 \le \alpha \le \alpha_{2j}^0, \\ 0, & \alpha \le \alpha_{1j}^0, \quad \alpha \ge \alpha_{2j}^0. \end{cases} \tag{8}$$

Тут позначено: $\varphi_{ki}(\alpha)$, $i = \alpha,\beta$, − задані лінійно незалежні функції (наприклад, поліноми); $a_{kj}^{(\nu)}$ − невідомі (шукані) параметри ($j = 1$, якщо $i = \alpha$; $j = 2$, якщо $i = \beta$); n_j − скінченні цілі числа; α_{1j}^0, α_{2j}^0 − шукані координати перерізів, які характеризують межі розподілу поля умовних пластичних деформацій.

Оскільки компоненти поля e_{ii}^0 є обмеженими, то з цього випливає, що параметри $a_{kj}^{(\nu)} \le C$, $k = \overline{0, n_j}$. Значення параметрів α_{1j}^0, α_{2j}^0 не перевищують деякого числа α^*, яке дорівнює максимальній величині межі поля пластичних деформацій. Таким чином, множина функцій, що описується виразами (7), (8), є скінченновимірною, обмеженою і компактною множиною, що забезпечує стійкість розв'язків оберненої задачі визначення шуканих параметрів $a_{kj}^{(\nu)}$, α_{1j}^0, α_{2j}^0 шляхом мінімізації відповідного функціонала [63]. При цьому внаслідок гладкості поля e_{ii}^0 (неперервності функцій і їх похідних на межі області пластичних деформацій: $\alpha = \alpha_{1j}^0$, $\alpha = \alpha_{2j}^0$) параметри $a_{kj}^{(\nu)}$ повинні задовольняти умови

$$F_{\nu i} = 0, \qquad \frac{dF_{\nu i}}{d\alpha} = 0, \qquad \alpha = \alpha_{1j}^0, \qquad \alpha = \alpha_{2j}^0. \tag{9}$$

Підставивши тепер вирази (7), (8) у (3), (6), а потім у (4), отримаємо вирази для обчислення залишкових напружень у довільній точці оболонки:

$$\sigma_{\alpha\alpha}(\alpha,\gamma)=\frac{3\gamma}{2h^3}M_1(\alpha)+\frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{1}{3}-\frac{\gamma^2}{h^2}\right)\left[\sum_{k=0}^{n_1}a_{k1}^{(2)}\,\varphi_{k\alpha}(\alpha)\,S_1(\alpha)+\right.$$

$$\left.+\,\mu\sum_{k=0}^{n_2}a_{k2}^{(2)}\,\varphi_{k\beta}(\alpha)\,S_2(\alpha)\right],$$

$$\sigma_{\beta\beta}(\alpha,\gamma)=\frac{1}{2h}N_2(a)+\frac{3\gamma}{2h^3}M_2(\alpha)+\frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{1}{3}-\frac{\gamma^2}{h^2}\right)\left[\sum_{k=0}^{n_2}a_{k2}^{(2)}\,\varphi_{k\beta}(\alpha)\,S_2(\alpha)+\right.$$

$$\left.+\,\mu\sum_{k=0}^{n_2}a_{k1}^{(2)}\,\varphi_{k\alpha}(\alpha)\,S_1(\alpha)\right], \tag{10}$$

де

$$N_2(\alpha)=D_0\left\{\frac{a}{2}\sum_{k=0}^{n_2}\left(a_{k2}^{(0)}+\frac{1}{3}a_{k2}^{(2)}\right)f_{1k}(\alpha)+\frac{R}{4a}\left[\sum_{k=0}^{n_1}a_{k1}^{(1)}f_{4k}(\alpha)+\sum_{k=0}^{n_2}a_{k2}^{(1)}f_{3k}(\alpha)\right]-\right.$$

$$\left.-\sum_{k=0}^{n_2}\left(a_{k2}^{(0)}+\frac{1}{3}a_{k2}^{(2)}\right)\varphi_{k\beta}(\alpha)S_2(\alpha)\right\},$$

$$M_1(\alpha)=D_1\left\{\frac{a^3}{R}\sum_{k=0}^{n_2}\left(a_{k2}^{(0)}+\frac{1}{3}a_{k2}^{(2)}\right)f_{3k}(\alpha)-\frac{a}{2}\left[\sum_{k=0}^{n_1}a_{k1}^{(1)}f_{2k}(\alpha)+\sum_{k=0}^{n_2}a_{k2}^{(1)}f_{1k}(\alpha)\right]\right\},$$

$$M_2(\alpha)=\mu M_1(\alpha)-D_1(1-\mu^2)\sum_{k=0}^{n_2}a_{k2}^{(1)}\,\varphi_{k\beta}(\alpha)\,S_2(\alpha),$$

$$f_{1k}(\alpha)=\int_{\alpha_{12}^0}^{\alpha_{22}^0}\varphi_{k\beta}(\zeta)K_1(\zeta-\alpha)\,d\zeta,\qquad f_{2k}(\alpha)=\int_{\alpha_{11}^0}^{\alpha_{21}^0}\varphi_{k\alpha}(\zeta)K_1(\zeta-\alpha)\,d\zeta,$$

$$f_{3k}(\alpha)=\int_{\alpha_{12}^0}^{\alpha_{22}^0}\varphi_{k\beta}(\zeta)K_2(\zeta-\alpha)\,d\zeta,\qquad f_{4k}(\alpha)=\int_{\alpha_{11}^0}^{\alpha_{21}^0}\varphi_{k\alpha}(\zeta)K_2(\zeta-\alpha)\,d\zeta,$$

$$S_1(\alpha)=\begin{cases}1, & \alpha_{11}^0\le\alpha\le\alpha_{21}^0,\\ 0 & \alpha\le\alpha_{11}^0,\ \alpha\ge\alpha_{21}^0,\end{cases}\qquad S_2(\alpha)=\begin{cases}1, & \alpha_{12}^0\le\alpha\le\alpha_{22}^0,\\ 0 & \alpha\le\alpha_{12}^0,\ \alpha\ge\alpha_{22}^0.\end{cases}$$

Для знаходження параметрів $a_{kj}^{(\nu)}$, α_{1j}^0, α_{2j}^0 використаємо експериментальну інформацію, яку можна здобути за допомогою вимірювань одним із фізичних методів або їх синтезу. Позначимо величини, які можна одержати за допомогою вимірювань, через $I_m^{\mathrm{E}}(\sigma_{ii})$. Відповідно до цих величин запишемо вирази для напружень, отримані за допомогою співвідношень (10), і позначимо їх через $I_m^{\mathrm{T}}(\sigma_{ii})$. Побудуємо тепер функціонал

$$g(a_{kj}^{(\nu)},\alpha_{1j}^0,\alpha_{2j})=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}p_n\left[I_m^T(\Omega_n,a_{kj}^{(\nu)},\alpha_{1j}^0,\alpha_{2j}^0)-I_m^E(\Omega_n)\right]^2, \tag{11}$$

де $I_m^{\mathrm{E}}(\Omega_n)$ – різноманітності інтегральних експериментальних характеристик, Ω_n – підобласті оболонки, в яких ці характеристики вимірюються; p_n – деякі вагові множники.

Обернена задача про визначення поля деформацій $e_{ij}^0(\alpha,\gamma)$ зводиться до знаходження параметрів $a_{kj}^{(\nu)}$, α_{1j}^0, α_{2j}^0, за яких функціонал (11) на множині функцій (7), (8) є мінімальним для різних значень n_1, n_2. При цьому числа n_1, n_2 є «природними» [2] параметрами регуляризації. За наближений розв'язок задачі приймаємо величини $\bar{a}_{kj}^{(\nu)}$, $\bar{\alpha}_{1j}^0$, $\bar{\alpha}_{2j}^0$, які забезпечують найменше значення функціонала g.

Для визначення характеристик напруженого стану в металевих оболонках, зокрема у трубах великого діаметра, широко використовують магнітопружний і ультразвуковий фізичні методи [19]. При цьому з використанням показників вимірювань магнітопружним методом визначають усереднену по площі Ψ поверхні контакту давача з поверхнею оболонки різницю головних напружень

$$\sigma_{+}^{\mathrm{E}}(\alpha_n) = \frac{1}{\Psi} \iint\limits_{\Psi} \left[\sigma_{\beta\beta}(\alpha_1, +h) - \sigma_{\alpha\alpha}(\alpha_1, +h)\right] d\psi \,, \tag{12}$$

а при використанні ультразвукового методу визначають усереднену по певному об'єму V по всій товщині оболонки, що знаходиться під поверхнею контакту ψ_0 давача з оболонкою:

$$\sigma_{0}^{\mathrm{E}}(\alpha_m) = \frac{1}{V} \iiint\limits_{V} \left[\sigma_{\beta\beta}(\alpha, \gamma) - \sigma_{\alpha\alpha}(\alpha, \gamma)\right] dv \,. \tag{13}$$

Тут α_n і α_m – координати центрів поверхонь давачів. З використанням такої експериментальної інформації функціонал (11) записуємо у вигляді

$$g(a_{kj}^{(\nu)}, \alpha_{1j}^{0}, \alpha_{2j}^{0}) = \sum_{n=1}^{N_1} p_n \left[\sigma_{+}^{\mathrm{T}}(\alpha_n; a_{kj}^{(\nu)}; \alpha_{1j}^{0}, \alpha_{2j}^{0}) - \sigma_{+}^{\mathrm{E}}(\alpha_n)\right]^2 +$$
$$+ \sum_{m=1}^{N_2} q_m \left[\sigma_{0}^{\mathrm{T}}(\alpha_m; a_{kj}^{(\nu)}; \alpha_{1j}^{0}, \alpha_{2j}^{0}) - \sigma_{0}^{\mathrm{E}}(\alpha_m)\right]^2 .$$

Величини σ_{+}^{T} і σ_{0}^{T}, що описуються виразами (12), (13), враховують неоднорідність розподілу залишкових напружень під контактуючими поверхнями давача і оболонки. Зауважимо, що при визначенні величин $\sigma_{+}^{\mathrm{E}}(\alpha_n)$, $\sigma_{0}^{\mathrm{E}}(\alpha_m)$ слід оцінити вплив структурно-фазового складу матеріалу в зоні термічного впливу зварного з'єднання на зміну тих фізичних властивостей матеріалу, на базі яких ґрунтуються магнітопружний і ультразвуковий методи. Аналіз розподілу залишкових напружень в околі стикового кільцевого з'єднання труб із використанням експериментальної інформації, отриманої магнітопружним методом, проведено в роботах [9, 51].

Для визначення запропонованим методом залишкових напружень у склооболонкових конструкціях використовують експериментальну інформацію, здобуту за допомогою оптично-поляризаційного методу. При цьому використання лазерних поляриметрів дозволяє отримувати інформацію про різницю квазіголовних напружень вздовж лінії просвічування. Результати аналізу розподілу залишкових напружень у склооболонках наведені, зокрема, в [58].

З використанням розрахунково-експериментального методу в роботах [1, 14, 15, 17, 70, 71] розглянуто задачі про визначення осесиметричних залишкових напружень у кусково-однорідних циліндричних оболонках.

Зауважимо, що при використанні запропонованого методу відтворення повної картини розподілу залишкових технологічних напружень в елементах конструкцій за допомогою доступної експериментальної інформації, яку можна здобути неруйнівними методами, зводиться до визначення невідомих параметрів поля власних деформацій e_{ij}^{0}, яке є причиною виникнення залишкових напружень. Кількість невідомих параметрів $a_{kj}^{(\nu)}$, α_{1j}^{0}, α_{2j}^{0} при збільшенні експериментальної інформації, зокрема, при зондуванні елемента конструкції під різними кутами, не зростає, а тільки підвищується точність їх вимірювання. Поле деформацій e_{ij}^{0} є апріорі найбільш інформативним, що є дуже важливим чинником при розв'язуванні обернених задач.

1.2. Неосесиметрична задача. Одним із характерних неосесиметричних розподілів залишкових напружень в оболонках є розподіл напружень, зумовлених заварюванням тріщиноподібних дефектів в оболонкових конструкціях. Основні співвідношення і диференціальні рівняння неосесиметричної задачі теорії оболонок із власними деформаціями e_{ij}^0 наведені, зокрема, в роботах [56, 58]. При цьому задача про визначення напружено-деформованого стану зведена [58] до визначення розв'язувальних функцій φ_0, φ_j, ψ_j, $j = 1, 2, 3$, які задовольняють рівняння

$$D\varphi_0 = 0, \qquad D\varphi_1 = \varepsilon_{\alpha\alpha}^0, \qquad D\varphi_2 = \varepsilon_{\beta\beta}^0, \qquad D\varphi_3 = \varepsilon_{\alpha\beta}^0,$$

$$D\psi_1 = R\text{æ}_{\alpha\alpha}^0, \qquad D\psi_2 = R\text{æ}_{\beta\beta}^0, \qquad D\psi_3 = R\text{æ}_{\alpha\beta}^0, \tag{15}$$

де

$$D = \nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2 + 2(4-\mu^2)\frac{\partial^6}{\partial\alpha^4\partial\beta^2} + 8\frac{\partial^6}{\partial\alpha^2\partial\beta^4} + 2\frac{\partial^6}{\partial\beta^6} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^4}{\partial\alpha^4} + 4\frac{\partial^4}{\partial\alpha^2\partial\beta^2} + \frac{\partial^4}{\partial\beta^4},$$

$$\varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{2h}\int_{-h}^{h} e_{ij}^0\, d\gamma, \qquad \text{æ}_{ii}^0 = \frac{3}{2h^3}\int_{-h}^{h} e_{\alpha\beta}^0\gamma\, d\gamma, \qquad i, j = \alpha, \beta, \qquad 2\text{æ}_{\alpha\beta}^0 = \frac{3}{2h^3}\int_{-h}^{h} e_{\alpha\beta}^0\gamma\, d\gamma,$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial\beta^2}.$$

Функції φ_0, φ_j, ψ_j є розв'язувальними функціями неосесиметричної задачі для кругової циліндричної оболонки з власними напруженнями, оскільки обчислення величин, що характеризують її напружено-деформований стан, зводиться, по суті, до дії на них певних лінійних диференціальних операторів [58]. Функція φ_0 є розв'язком однорідного рівняння і визначається відомими в теорії оболонок методами. Для визначення функцій φ_j, ψ_j використаємо 2π-періодичний розв'язок рівняння

$$D\Phi = \delta(\alpha)\delta(\beta), \tag{16}$$

де $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака.

Розвиваючи періодичну функцію $\delta(\beta)$ у тригонометричний ряд, у вигляді такого ж ряду запишемо і розв'язок рівняння (16):

$$\Phi(\alpha, \beta) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left(1 - \frac{\delta_{0n}}{2}\right)\Phi_n(\alpha)\cos n\beta, \tag{17}$$

де δ_{0n} – символ Кронекера. Підставляючи цей розв'язок у рівняння (16) і відокремлюючи змінні, отримаємо звичайне диференціальне рівняння для визначення функцій $\Phi_n(\alpha)$:

$$D_n\Phi_n(\alpha) = \delta(\alpha), \tag{18}$$

де

$$D_n = \frac{d^8}{d\alpha^8} - 4n^2\frac{d^6}{d\alpha^6} + \left(6n^4 + \frac{1}{c^2}\right)\frac{d^4}{d\alpha^4} - 4n^2(n^2-1)\frac{d^2}{d\alpha^2} + n^4(n^2-1)^2.$$

Одержані рівняння розв'язуємо за допомогою перетворення Фур'є. Не зупиняючись на проміжних викладках, пов'язаних з обчисленням інтегралів Фур'є за допомогою теорії лишків, для функцій Φ_n запишемо такі вирази:

$$\Phi_0(\alpha) = \frac{c^2|\alpha|^3}{12} - \frac{c^3\sqrt{2c}}{4}\exp\left(-\frac{\alpha}{\sqrt{2c}}\right)\cdot\left(\cos\frac{\alpha}{\sqrt{2c}} + \sin\frac{|\alpha|}{\sqrt{2c}}\right),$$

$$\Phi_1(\alpha) = \frac{1}{X_1}\left\{ \frac{\exp(-a_{21}|\alpha|)}{q_{21}(a_{21}^2 + b_{21}^2)}\left[(b_{21}C_{21} - a_{21}B_{21})\cos b_{21}\alpha + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (a_{21}C_{21} + b_{21}B_{21})\sin b_{21}|\alpha|\right] + 2\left(\frac{p_{21}^2 + q_{21}^2}{12}\alpha^2 + p_{21}\right)|\alpha| \right\},$$

$$\Phi_n(\alpha) = \frac{1}{X_n}\sum_{j=1}^{2}\frac{\exp(-a_{jn}|\alpha|)}{q_{jn}(a_{jn}^2 + b_{jn}^2)}\left[(b_{jn}C_{jn} - a_{jn}B_{jn})\cos b_{jn}\alpha + \right.$$

$$\left. + (a_{jn}C_{jn} + b_{jn}B_{jn})\sin b_{jn}|\alpha|\right], \qquad n \ge 2,$$

$$X_n = 2(C_{1n}^2 + B_{1n}^2), \qquad C_{1n} = (p_{2n} - p_{1n})^2 + q_{2n}^2 - q_{1n}^2,$$

$$B_{1n} = 2(p_{2n} - p_{1n})q_{1n}, \qquad C_{2n} = (p_{1n} - p_{2n})^2 + q_{1n}^2 - q_{2n}^2,$$

$$B_{2n} = 2(p_{1n} - p_{2n})q_{2n}, \qquad p_{jn} = a_{jn}^2 - b_{jn}^2, \qquad q_{jn} = 2a_{jn}b_{jn}. \tag{19}$$

Тут a_{jn}, b_{jn} − уявна та дійсна частини різних коренів характеристичного рівняння

$$S^8 + 4n^2s^6 + (6n^4 - c^{-2})S^4 + 4n^2(n^2-1)^2S^2 + n^4(n^2-1)^2 = 0,$$

які з використанням теореми Штурма можна записати у вигляді

$$S_{1,2,3,4} = \pm(b_{1n} \pm ia_{1n}), \qquad S_{5,6,7,8} = \pm(b_{2n} \pm ia_{2n}).$$

Якщо на функцію $\Phi(\alpha,\beta)$ подіяти певними диференціальними операторами [58], то одержимо вирази для визначення зусиль і моментів у вигляді одинарних тригонометричних рядів за координатою β. Основні властивості цих рядів будуть визначатися експоненціальними множниками $\exp(-a_{jn}|\alpha|)$. Завдяки монотонному зростанню величин a_{jn} зі збільшенням n такі ряди будуть рівномірно збіжними на всій множині α, β, за винятком точок $\alpha = 0$, $\beta = 0$, у яких старші похідні дають необмежені суми рядів. У цих точках потрібно виділяти особливості. Основні етапи досліджень у цьому напрямку висвітлені, зокрема, в роботах [6−8].

Задачу про виділення особливостей функцій, через які виражаються зусилля і моменти в точці або на лінії, можна сформулювати так: подати зусилля і моменти в цій точці або на лінії у вигляді суми двох складових, перша з яких виражається у замкненій формі, а друга − у вигляді достатньо швидкозбіжних рядів. З цією метою функцію Φ зображають у вигляді

$$\Phi = \Phi^0 + \Phi^*, \tag{20}$$

де функція Φ^0 визначається як розв'язок рівняння

$$\nabla^2\nabla^2\nabla^2\nabla^2\Phi^0 = \delta(\alpha)\delta(\beta) \tag{21}$$

і є головним значенням функції Φ, а $\Phi^* = \Phi - \Phi^0$. Розв'язок рівняння (21) називається пластинчастим, оскільки він містить ті ж особливості, що й фундаментальний розв'язок відповідної пластини.

Періодичний за координатою β розв'язок рівняння (21) будується аналогічно, як і розв'язок рівняння (16), і його можна записати так:

$$\Phi^0(\alpha,\beta) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left(1 - \frac{\delta_{0n}}{2}\right)\Phi_n^0(\alpha)\cos n\beta, \tag{22}$$

де $\Phi_0^0(\alpha) = \dfrac{\alpha^7}{7!2}$, $\Phi_n^0(\alpha) = \dfrac{1}{96n^7}e^{-n|\alpha|}(n^3|\alpha|^3 + 6n^2\alpha^2 + 15n|\alpha| + 15)$, $n \ge 1$.

Для виділення складових функцій, через які виражаються головні частини зусиль і моментів у замкненій формі, використовують вирази для сум рядів, що наведені, зокрема, в роботах [7, 22]. Записані формули, які виражають суми нескінченних рядів, показують, що з подібними рядами слід оперувати досить обережно. Наприклад, хоч довільний скінченний відрізок суми ряду $\sum_{n=1}^{\infty} n\,|\,\alpha\,|\,e^{-n|\alpha|} = \frac{1}{2}\frac{|\,\alpha\,|}{\operatorname{ch}\alpha - 1}$ дорівнює нулю при $\alpha = 0$, вся сума перетворюється у нескінченність. Такого типу ряди не можна обривати при розв'язуванні задач, інакше можна отримати якісно невірний результат.

Використовуючи тепер метод побудови розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними за допомогою згортки фундаментального розв'язку диференціального оператора з правою частиною, отримаємо інтегральне зображення розв'язувальних функцій φ_j, ψ_j через характеристики поля власних деформацій ε_{ij}^0, æ_{ij}^0. Так, у випадку, коли область поля власних деформацій e_{ij}^0 обмежена координатними площинами $\alpha = \alpha_1$, $\alpha = \alpha_2$, $\beta = \beta_1$, $\beta = \beta_2$, функції φ_j, ψ_j, $j = 1,2,3$, виражаються через ε_{ij}^0, æ_{ij}^0, $i, j = \alpha, \beta$, так:

$$\varphi_j = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos n(\theta-\beta)\,d\theta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \varepsilon_j^0(\zeta,\theta)\Phi_n(\zeta-\alpha)\,d\zeta\,,$$

$$\psi_j = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos n(\theta-\beta)\,d\theta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} R\text{æ}_j^0(\zeta,\theta)\Phi_n(\zeta-\alpha)\,d\zeta\,, \tag{23}$$

де позначено

$$\varepsilon_1^0 = \varepsilon_{\alpha\alpha}^0, \qquad \varepsilon_2^0 = \varepsilon_{\beta\beta}^0, \qquad \varepsilon_3^0 = \varepsilon_{\alpha\beta}^0,$$

$$\text{æ}_1^0 = \text{æ}_{\alpha\alpha}^0, \qquad \text{æ}_2^0 = \text{æ}_{\beta\beta}^0, \qquad \text{æ}_3^0 = \text{æ}_{\alpha\beta}^0, \qquad \lambda_n = 1 - \frac{\delta_{0n}}{2}.$$

Розглянемо задачу про визначення власних дислокаційних напружень у нескінченно довгій оболонці, зумовлених стрибками переміщень $[V(\alpha)]$ і стрибками кутів повороту $[\theta_2(\alpha)]$, зосередженими вздовж відрізка твірної завдовжки 2ℓ. Виберемо початок координат посередині відрізка. Тоді вирази для величин ε_{ij}^0, æ_{ij}^0 набувають вигляду [22]

$$\varepsilon_{\alpha\alpha}^0 = 0, \qquad \varepsilon_{\beta\beta}^0 = \frac{1}{R}[V(\alpha)]\,\delta(\beta), \qquad \varepsilon_{\alpha\beta}^0 = 0,$$

$$\text{æ}_{\alpha\alpha}^0 = 0, \qquad \text{æ}_{\beta\beta}^0 = -\frac{1}{R}[\theta_2(\alpha)]\,\delta(\beta), \qquad \text{æ}_{\alpha\beta}^0 = 0. \tag{24}$$

Тут

$$\left.\begin{aligned}[V(\alpha)] &= V^+(\alpha,+0) - V^-(\alpha,-0),\\ [\theta_2(\alpha)] &= \theta_2^+(\alpha,+0) - \theta_2^-(\alpha,-0),\end{aligned}\right\} \quad \text{якщо} \quad |\,\alpha\,| < \alpha_0;$$

$$[V(\alpha)] = [\theta_2(\alpha)] = 0\,, \qquad \text{якщо} \quad |\alpha| \ge \alpha_0\,, \quad \text{де } \alpha_0 = \ell / R\,.$$

Індексами «$+$» і «$-$» позначено граничні значення вказаних величин, коли $\beta \to +0$ і $\beta \to -0$, де $-\pi \le \beta \le \pi$.

У цьому випадку згідно з (23) отримаємо

$$\varphi_2 = \frac{1}{\pi R}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n \cos n\beta \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [V(\zeta)]\,\Phi_n(\zeta-\alpha)\,d\zeta\,,$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n \cos n\beta \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [\theta_2(\zeta)]\,\Phi_n(\zeta-\alpha)\,d\zeta\,,$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 = \psi_1 = \psi_3 = 0. \tag{25}$$

Проінтегрувавши тепер вирази (25) частинами, формули для знаходження функцій φ_2, ψ_2 подамо у вигляді

$$\varphi_2 = \varphi_{20} + \frac{1}{\pi R}\sum_{n=0}^{\infty}\cos n\beta \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [V'(\zeta)]\left(\psi_n^0(\zeta-\alpha) + \psi_n^*(\zeta-\alpha)\right)d\zeta,$$

$$\psi_2 = \psi_{20} - \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\cos n\beta \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [\theta_2'(\zeta)]\left(\psi_n^0(\zeta-\alpha) + \psi_n^*(\zeta-\alpha)\right)d\zeta, \tag{26}$$

де

$$\varphi_{20} = \frac{1}{2\pi R}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [V'(\zeta)]\,\psi_0(\zeta-\alpha)\,d\zeta, \qquad \psi_{20} = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [\theta_0'(\zeta)]\,\psi_0(\zeta-\alpha)\,d\zeta,$$

$$[V'(\zeta)] = \frac{d}{d\zeta}[V(\zeta)], \qquad [\theta_0'(\zeta)] = \frac{d}{d\zeta}[\theta_2(\zeta)], \qquad \psi_n^* = \psi_n - \psi_n^0,$$

$$\psi_0(\tau) = -\frac{c^2}{4}\left[\frac{\tau^4}{12} + 2c^2\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\sqrt{2c}}}\cos\frac{\tau}{\sqrt{2c}}\right)\right]\operatorname{sgn}\tau,$$

$$\psi_n(\tau) = \frac{1}{X_n}\sum_{j=1}^{2}\left\{e^{-a_{jn}|\tau|}\left[C_{jn}^0\cos b_{jn}\tau\operatorname{sgn}\tau + B_{jn}^0\sin b_{jn}\tau\right] - C_{jn}^0\operatorname{sgn}\tau\right\},$$

$$C_{jn}^0 = \frac{q_{jn}C_{jn} - p_{jn}B_{jn}}{q_{jn}(a_{jn}^2 + b_{jn}^2)}, \qquad B_{jn}^0 = \frac{p_{jn}C_{jn} + q_{jn}B_{jn}}{q_{jn}(a_{jn}^2 + b_{jn}^2)},$$

$$\psi_n^0(\tau) = \frac{1}{96n^8}e^{-n|\tau|}(n^3\tau^3 + 9n^2\tau^2\operatorname{sgn}\tau + 33n\tau + 48\operatorname{sgn}\tau) - $$

$$- \frac{1}{2n^8}\operatorname{sgn}\tau, \qquad \tau = \zeta - \alpha.$$

Якщо подіяти тепер на функції φ_2, ψ_2 відповідними диференціальними операторами [58], то отримаємо інтегральні подання для визначення зусиль, моментів і напружень через похідні від стрибків переміщень і кутів повороту на відрізку $\beta = 0$, $|\alpha| \le \alpha_0$.

Розв'язок цієї задачі можна використати для наближеної оцінки залишкових напружень, зумовлених заварюванням в оболонці поздовжніх тріщин із використанням концентрованих джерел нагріву (електронно-променевих, плазмових тощо) або з застосуванням інтенсивного тепловідведення. За таких умов зварювання можна досягнути малої ширини зони пластичних деформацій і наближено описати її розподіленими вздовж відрізка $\beta = 0$, $|\alpha| \le \alpha_0$ дислокаціями, що описуються функціями $[V(\alpha)]$, $[\theta_2(\alpha)]$ з невідомою густиною. Густину розподілу дислокацій апроксимуємо виразами

$$[V(\alpha)] = \sum_{k=0}^{n_1} a_k^{(1)}\varphi_{k1}(\alpha), \qquad [\theta_2(\alpha)] = \sum_{k=0}^{n_1} a_k^{(2)}\varphi_{k2}(\alpha), \tag{27}$$

де $\varphi_{k\nu}$, $\nu = 1, 2$, − задані лінійно незалежні функції. При цьому коефіцієнти $a_k^{(\nu)}$ повинні задовольняти умови $[V(\alpha)] = 0$, $[\theta_2(\alpha)] = 0$, $[V'(\alpha)] = 0$, $[\theta_2'(\alpha)] = 0$, $|\alpha| \le \alpha_0$.

Якщо підставити тепер ці вирази в інтегральні подання для залишкових напружень, для їх обчислення отримаємо співвідношення, які містять невідомі параметри $a_k^{(\nu)}$. Далі для їх визначення використовуємо спосіб, описаний вище для осесиметричної задачі.

2. Залишкові технологічні напруження у плоскому шарі. У конструкціях і спорудах різного призначення широко застосовують пластинчасті елементи, виготовлені за допомогою зварювання поздовжніми та коловими стиковими швами. При цьому залежно від товщин пластин і способів їх зварювання в околі шва можуть виникати одно-, дво- та тривісні залишкові напруження. Тому для опису напруженого стану в таких пластинах у загальному випадку за розрахункову модель приймають плоский шар із залишковими технологічними деформаціями.

У роботах [4, 80] з використанням такого розрахунково-експериментального методу досліджено розподіл залишкових напружень у шарі з прямолінійним швом у випадку плоскої деформації. Нескінченний плоский шар завтовшки $2h$ віднесено до декартової системи координат X_1, X_2, X_3, вісь X_2 спрямовано вздовж осі шва і введено безрозмірні координати $x = X_1/h$, $y = X_2/h$, $z = X_3/h$. У цій системі координат тензорне поле деформацій e_{ij}^0, $i, j = x, y$, описується функціями

$$e_{xx}^0 = e_{xx}^0(x,z), \quad e_{yy}^0 = e_{yy}^0(x,z), \quad e_{zz}^0 = e_{zz}^0(x,z), \quad e_{xz}^0 = 0. \tag{28}$$

При цьому компонента тензора повної деформації $e_{yy} = 0$ і дотичні напруження $\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0$.

На основі рівнянь рівноваги та сумісності деформацій і відомих співвідношень між компонентами тензора напружень і пружних деформацій отримано систему розв'язувальних рівнянь у вигляді

$$\nabla^2\sigma = \theta, \qquad \nabla^2\sigma_{zz} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\sigma, \tag{29}$$

де $\theta(x,z) = -\dfrac{E}{1-\mu^2}\left(\dfrac{\partial^2 e_{zz}^0}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 e_{xx}^0}{\partial z^2} + \mu\nabla^2 e_{yy}^0\right), \qquad \nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$;

$\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{zz}$; σ_{xx}, σ_{yy} – компоненти тензора нормальних напружень. При цьому дотичні σ_{xz} і нормальні σ_{xx} та σ_{yy} напруження визначаються через розв'язувальні функції σ, σ_{zz} за формулами

$$2\sigma_{xz} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial\sigma_{zz}(\eta,z)}{\partial z}\operatorname{sgn}(x-\eta)\,d\eta,$$

$$\sigma_{xx} = \sigma - \sigma_{zz}, \qquad \sigma_{yy} = -E\,e_{yy}^0 + \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}). \tag{30}$$

Для ненавантажених поверхонь шару $z = \pm 1$ з використанням рівнянь рівноваги граничні умови записано у вигляді

$$\sigma_{zz} = 0, \qquad \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} = 0, \qquad z = \pm 1. \tag{31}$$

Далі з використанням прямого та оберненого перетворень Фур'є, а також фундаментального розв'язку для оператора $\nabla^2 = \dfrac{d^2}{dz^2} - s^2$ у вигляді $\varphi^*(z,s,\eta) = \operatorname{sh} s\,|\,z-\eta\,|/(2s)$ та операції згортки отримано інтегральні подання компонент тензора напружень через згасаючі на нескінченності компоненти тензорного поля e_{ij}^0:

$$\sigma(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\bar\sigma(s,z)\exp(isx)\,ds, \qquad \sigma_{zz}(x,z) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\bar\sigma_{zz}(s,z)\exp(isx)\,ds,$$

$$\sigma_{xz}(x,z) = \frac{i}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{s}\frac{d\bar\sigma(s,z)}{dz}\exp(isx)\,ds, \tag{32}$$

де $$\bar{\sigma}_{zz}(s,z) = -\frac{s}{2}\int_{-1}^{1}\bar{\sigma}(s,\eta)\,\mathrm{sh}\,s\,|\,z-\eta\,|\,d\eta\,,$$

$$\bar{\sigma}(s,z) = C\,\mathrm{ch}\,sz + D\,\mathrm{sh}\,sz + \frac{1}{2s}\int_{-1}^{1}\bar{\theta}(s,\eta)\,\mathrm{sh}\,s\,|\,z-\eta\,|\,d\eta\,,$$

s – параметр інтегрального перетворення Фур'є; символами з рисками зверху позначено відповідні їм функції у просторі зображення Фур'є. Сталі інтегрування C і D визначаються з умов

$$\int_{-1}^{1}\bar{\sigma}\,\mathrm{ch}\,s\eta\,d\eta = 0, \qquad \int_{-1}^{1}\bar{\sigma}\,\mathrm{sh}\,s\eta\,d\eta = 0\,.$$

З використанням вищенаведених співвідношень досліджено розподіл залишкових напружень у шарі з нескінченним прямолінійним зварним стиковим швом уздовж осі Oy, зумовлених заданими множинами полів $e_{ij}^{0}(x,z)$, які узагальнюють відомі в літературі розподіли залишкових пластичних деформацій біля шва, що отримані руйнівними або розрахунково-числовими методами. Показано, що для невеликої безрозмірної (віднесеної до товщини шару) зони пластичних деформацій поперечні σ_{xx} і нормальні σ_{zz} напруження в околі серединної поверхні шару можуть бути співвимірними за величиною з нормальними напруженнями σ_{yy}. З цієї причини може суттєво знизитись здатність матеріалу біля шва пластично деформуватись і зрости його схильність до крихкого руйнування. З використанням експериментальної інформації, отриманої за допомогою поляризаційно-оптичного методу, проаналізовано розподіл залишкових напружень у склопластині з прямолінійним зварним швом.

З застосуванням підходу, аналогічного, як і у випадку плоскої задачі, отримано [5, 64] розв'язувальні рівняння другого порядку для визначення першого інваріанта тензора напружень σ і нормальних напружень σ_{zz} у випадку осесиметричної задачі для шару з технологічними напруженнями. З використанням перетворення Ганкеля отримано інтегральні подання компонентів тензора напружень через компоненти тензора залишкових технологічних деформацій. Проведено числовий аналіз розподілу залишкових напружень у шарі з коловим швом.

Осесиметричні задачі для шару з залишковими напруженнями розглянуті також у роботах [46–49], у яких розв'язувальними є рівняння рівноваги в переміщеннях, що враховують наявність у шарі залишкових технологічних деформацій. Для побудови їх розв'язків використано інтегральне перетворення Ганкеля і функцію Лява L.

Порівняльний аналіз цих двох підходів до розв'язування задач діагностування залишкових напружень у шарі показує, що ефективнішим є спосіб визначення розв'язувальних функцій σ і σ_{zz} і побудови за їх допомогою інтегрального подання компонент тензора напружень. Це зумовлено тим, що при використанні такого підходу поле деформацій e_{ij}^{0} можна апроксимувати довільними неперервними функціями за координатою z, тоді як при використанні функції Лява L вирази, що описують ці розподіли по товщині, потрібно розвивати в ряди за системою функцій, які задовольняють нульові граничні умови на поверхнях шару $z = \pm 1$. Останнє є суттєвим ускладненням при розв'язуванні обернених задач про визначення параметрів тензорного поля e_{ij}^{0}.

У роботах [65, 68, 69, 70] для обернених задач томографії тензорних полів у кусково-однорідних деформівних тілах запропоновано варіаційний підхід до їх розв'язування. У рамках такого підходу розв'язано нові задачі про відтворення полів залишкових напружень з використанням експериментальної інформації, отриманої за допомогою поляризаційно-оптичного та акустичного методів, зокрема, проаналізовано розподіл гартувальних напружень у листовому склі.

Викладений вище розрахунково-експериментальний метод може бути використаний при діагностуванні залишкових напружень у зварних елементах конструкцій і споруд тривалої експлуатації, зокрема, трубопроводів і резервуарів. Характерною його особливістю є те, що з використанням доступної експериментальної інформації відтворюється поле деформацій e_{ij}^0 з урахуванням неоднорідності розподілу залишкових напружень під давачами приладів і часткової релаксації залишкових напружень, зумовленої різними видами обробки після виконання зварних швів. За допомогою цього поля обчислюються залишкові напруження, які задовольняють рівняння рівноваги, сумісності деформацій і граничні умови, а точність їх визначення зумовлюється обсягом і точністю експериментальних даних.

1. *Базилевич Л. В., Кушнір Р. М.* Дослідження залишкових напружень у кусково-однорідних оболонках обертання з використанням числово-експериментальної методики // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1999. – **42**, № 2. – С. 70–74.
2. *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы: Справочное пособие. – Киев: Наук. думка, 1986. – 544 с.
3. *Винокуров В. А., Григорьянц А. Г.* Теория сварочных деформаций и напряжений. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.
4. *Вігак В., Цимбалюк Л., Шаблій О.* Обернена задача визначення залишкових напружень у склопластині з прямолінійним зварним швом // Мат. проблеми механіки неоднорідних структур: В 2 т. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики НАН України, 2000. – Т. 2. – С. 270–274.
5. *Вігак В. М., Цимбалюк Л. І., Шаблій О. М.* Розподіл залишкових напружень у шарі, зумовлених осесиметричними пластичними деформаціями // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2001. – **37,** № 1. – С. 22–26.
6. *Галимов К. З., Суркин Р. Г.* О работах казанских ученых по теории пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1967. – Вып. 5. – С. 142–145.
7. *Григолюк Э. И., Толкачев В. М.* Контактные задачи теории пластин и оболочек. – М.: Машиностроение, 1980. – 415 с.
8. *Даревский В. М.* К вопросу о действии на цилиндрическую оболочку сосредоточенной нагрузки // Докл. АН СССР. – 1950. – **75**, № 1. – С. 7–10.
9. *Дзюбик А. Р.* Визначення напруженого стану кільцевих зварних з'єднань магістральних трубопроводів // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2000. – **5**, № 3. – С. 19–23.
10. *Дзюбик А. Р.* Вплив параметрів зварювання на напружений стан стиків трубопроводів // Вісн. держ. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль машино- та приладобудування. – 2000. – № 412. – С. 75–78.
11. *Дзюбик А. Р., Ліщинська М. В.* Вплив залишкових напружень на ресурс зварних стиків магістральних газопроводів // Машинознавство. – 2000. – № 9. – С. 19–21.
12. *Дзюбик А. Р., Назар І. Б., Палаш Р. В.* Метод визначення залишкових напружень у зварних з'єднаннях коловим швом сталей, схильних до гартування // Машинознавство. – 2002. – № 4. – С. 33–36.
13. *Кушнір Р. М.* Визначення граничної рівноваги кусково-однорідної циліндричної оболонки з повздовжньою тріщиною // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41**, № 4. – С. 135–143.
14. *Кушнір Р. М.* Перерозподіл залишкових напружень у циліндричній кусково-однорідній оболонці з тріщиною // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35**, № 5. – С. 39–45.
15. *Кушнір Р., Глум Я.* Розрахунок залишкових напружень у циліндричних оболонкових елементах конструкцій кусково-однорідної структури // Техн. вісті: Укр. інж. т-во у Львові. – 1996. – № 1 (4). – С. 24–28.
16. *Кушнір Р. М., Прокопович І. Б.* Розрахунок температурних залишкових напружень в оптичних волокнах // Мат. методы и физ.-мех поля. – 1991. – Вып. 34. – С. 79–83.

17. *Кушнір Р., Фльорко М., Чекурін В.* Осесиметричні залишкові напруження в циліндричних кусково-однорідних оболонках // Машинознавство. – 2000. – № 2. – С. 7–10.
18. *Махненко В. И.* Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. – Киев: Наук. думка, 1976. – 320 с.
19. *Недосека А. Я.* Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – К.: Изд-во ИНДПРОМ, 2001. – 815 с.
20. *Осадчук В. А.* Влияние остаточных напряжений на развитие хрупкого разрушения в сварных цилиндрических оболочках // Автомат. сварка. – 1983. – № 2. – С. 11–13.
21. *Осадчук В. А.* К определению остаточных напряжений в сферической оболочке // Физ.-хим. механика материалов. – 1971. – **7**, № 4. – С. 99–101.
22. *Осадчук В. А.* Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами. – Киев: Наук. думка, 1985. – 224 с.
23. *Осадчук В. А.* Определение остаточных напряжений в стеклооболочках расчетно-экспериментальным методом // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1992. – Вып. 35. – С. 101–105.
24. *Осадчук В. А.* Остаточные напряжения в замкнутой цилиндрической оболочке с продольной трещиной // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1988. – Вып. 27. – С. 40–45.
25. *Осадчук В. А.* Розрахунково-експериментальний метод визначення залишкових напружень в оболонках обертання // Праці наук. т-ва ім. Шевченка. – 1997. – **1**. – С. 560–565.
26. *Осадчук В. А., Базилевич Л. В.* Неруйнівний чисельно-експериментальний метод визначення залишкових напружень у зварних оболонках обертання // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1996. – **39**, № 1. – С. 149–151.
27. *Осадчук В. А., Базилевич Л. В.* Розподіл залишкових напружень у тонких конічних оболонках // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1996. – **32**, № 6. – С. 119–121.
28. *Осадчук В. А., Большаков М. В., Палаш В. М.* Неруйнівний метод визначення залишкових напружень у зварних оболонках // Машинознавство. – 1997. – № 1. – С. 5–9.
29. *Осадчук В. А., Дзюбик А. Р., Палаш В. М.* Напруження у стикових зварних з'єднаннях кільцевим швом труб, які схильні до гартування // Вісн. нац. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2002. – № 456. – С. 107–111.
30. *Осадчук В. А., Кир'ян В. І., Базилевич Л. В.* Обернена умовно коректна задача визначення залишкових напружень у складених зварних оболонках обертання // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1997. – **40**, № 1. – С. 130–134.
31. *Осадчук В. А., Кушнір Р. М., Николишин М. М.* Залишкові напруження в циліндричній оболонці з тріщиною // Машинознавство. – 1998. – № 4-5. – С. 40–43.
32. *Осадчук В. А., Кушнір Р. М., Прокопович І. Б., Чекурін В. Ф.* Розв'язувальні рівняння механіки тіл з власними напруженнями // Доп. АН України. – 1993. – № 2. – С. 60–64.
33. *Осадчук В. А., Марголин А. М.* К разработке промышленного метода контроля остаточных напряжений на поверхностях стеклянных цилиндрических оболочек // Повышение качества электронно-лучевых приборов. – Киев: Наук. думка, 1981. – С. 26–29.
34. *Осадчук В. А., Марголин А. М.* Неразрушающий экспериментально-теоретический метод определения остаточных напряжений в стеклянных цилиндрических оболочках // Качество, прочность, надежность и технологичность электровакуумных приборов. – Киев: Наук. думка, 1976. – С. 98–105.
35. *Осадчук В. А., Марголин А. М., Гриник Л. В., Сидельник С. Т.* Внедрение неразрушающего метода контроля остаточных напряжений в стеклооболочках ЭЛП // Науч.-техн. достижения ВИМИ. – 1985. – Вып. 4. – С. 80–86.
36. *Осадчук В. А., Марголин А. М., Федюк Е. М., Сидельник С. Т.* Экспериментально-теоретический способ определения остаточных напряжений в сферических стеклянных оболочках с металлическими включениями // Качество электронно-лучевых приборов. – Киев: Наук. думка, 1977. – С. 11–16.
37. *Осадчук В. А., Назар І. Б., Пороховський В. В.* Розподіл залишкових зварювальних напружень у виготовлених із середньолегованих сталей пластинах з круговими швами // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (випуск 2) / Під ред. В. В. Панасюка: В 3 т. – Т. 2: Аналітичні методи в механіці руйнування матеріалів. – Львів: Каменяр, 1999. – С. 190–193.

38. *Осадчук В. А., Николишин М. М.* Влияние остаточных напряжений на предельное равновесие упруго-пластической оболочки с поверхностной трещиной // Тр. XIV Всесоюзн. конф. по теории пластин и оболочек (Кутаиси, 1987). – Тбилиси: Тбил. ун-т, 1987. – Ч. 2. – С. 285–290.
39. *Осадчук В. А., Николишин М. М.* К расчету остаточных сварочных напряжений в композиционных слоистых цилиндрических оболочках // Композиц. материалы и новые конструкции. – Киев: Наук. думка, 1977. – С. 79–85.
40. *Осадчук В. А., Олейник С. Я.* Система исходных уравнений упругого равновесия кусочно-однородных оболочек с собственными напряжениями // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1986. – № 10. – С. 30–33.
41. *Осадчук В. А., Палаш Р. В.* Визначення залишкових напружень у тонких пластинах з прямолінійними швами // Вісн. нац. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – 2000. – № 396. – С. 91–95.
42. *Осадчук В. А., Палаш В. М., Шелестовська М. Я.* Неруйнівний метод визначення залишкових зварних напружень у товстих плитах // Прогресивна техніка і технологія машинобудування, приладобудування і зварювального виробництва: Матеріали Міжнар. конф. – Київ, 1998. – С. 81–85.
43. *Осадчук В. А., Підстригач І. Я., Олійник С. Я.* Неруйнівний експериментально-теоретичний метод визначення залишкових напружень у випадку плоскої задачі // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1988. – № 10. – С. 39–43.
44. *Осадчук В. А., Федюк Е. М., Болотюк Д. П.* Остаточные напряжения в пологой сферической оболочке // Физ.-хим. механика материалов. – 1972. – **8**, № 4. – С. 84–88.
45. *Осадчук В. А., Фльорко М. М., Чекурін В. Ф.* Обернені задачі неруйнівного контролю зварювальних напружень у трубах // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій. – Львів: Каменяр, 1998. – Вип. 3. – С. 168–169.
46. *Осадчук В. А., Шелестовська М. Я.* Застосування математичного моделювання для визначення зварювальних залишкових напружень // Вісн. держ. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Прикл. математика. – 1998. – № 337. – С. 246–248.
47. *Осадчук В. А., Шелестовська М. Я.* Осесиметрична задача визначення залишкових напружень у товстих плитах // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1997. – **40**, № 3. – С. 113–119.
48. *Осадчук В. А., Шелестовська М. Я.* Розподіл залишкових зварних напружень у товстих плитах з кільцевими швами // Сучасні проблеми механіки і математики: Матеріали міжнар. конф., Львів, 25–28 травня 1998. – Львів, 1998. – С. 120.
49. *Осадчук В. А., Шелестовська М. Я.* Розподіл залишкових зварювальних напружень у товстих плитах з круговими швами // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1998. – **34**, № 3. – С. 31–35.
50. *Палаш В. М., Осадчук В. А., Юськів В. М., Дзюбик А. Р.* Розрахунково-експериментальний метод визначення залишкових напружень у трубних з’єднаннях // Діагностика, довговічність та регенерація мостів. – Львів: Каменяр, 2000. – Вип. 2. – С. 116–122.
51. *Палаш В. М., Юськів В. М., Дзюбик А. Р.* Напруження у трубах, з’єднаних зварним кільцевим швом // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – **36**, № 4. – С. 95–99.
52. *Панасюк В. В., Андрейків О. Є.* Механіка руйнування матеріалів і довговічність зварних конструкцій: деякі досягнення та перспективи // Сведения междунар. конф. «Сварка и родственные технологии – в XXI век». – К., 1998. – С. 203–216.
53. *Патон Є. О., Горбунов Б. М., Берштейн Д. І., Дзевалтовський К. І.* Усадкові напруги при зварюванні циліндричних посудин. – К.: Вид-во АН УРСР, 1936. – 166 с.
54. *Підстригач Я. С., Ярема С. Я.* Температурні напруження в оболонках. – К.: Вид-во АН УРСР, 1961. – 212 с.
55. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А.* Исследование напряженного состояния цилиндрических оболочек, обусловленного заданным тензором несовместных деформаций и его приложение к определению сварочных напряжений // Физ.-хим. механика материалов. – 1968. – **4**, № 4. – С. 400–407.
56. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А.* К определению напряженного состояния оболочек с учетом деформаций, обусловленных физико-химическими процессами // Физ.-хим. механика материалов. – 1968. – **4**, № 2. – С. 218–224.
57. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Карасев Л. П.* Приближенный расчет остаточных сварочных напряжений в цилиндрических оболочках // Проблемы прочности. – 1975. – № 7. – С. 8–13.

58. *Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М.* Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – Киев: Наук. думка, 1991. – 296 с.
59. *Подстригач Я. С., Пелех Б. Л., Ганулич В. К.* Расчет податливых на сдвиг ортотропных оболочек с остаточными напряжениями // Прикл. механика. – 1973. – **9**, № 8. – С. 22–30.
60. *Подстригач Я. С., Пляцко Г. В., Осадчук В. А., Карасев Л. П.* К определению остаточных сварочных напряжений в цилиндрических оболочках // Автомат. сварка. – 1971. – **7**, № 3. – С. 37–39.
61. *Сварные* строительные конструкции: В 3 т. / Под ред. Л. М. Лобанова. – К.: Наук. думка, 1993. – Т. 1: Основы проектирования конструкций / Л. М. Лобанов, В. И. Махненко, В. И. Труфяков и др. – 1993. – 416 с.
62. *Термопластичность* деталей машин / Под ред. И. А. Биргера и Б. Ф. Шора. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
63. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
64. *Цимбалюк Л.* Тривимірний розподіл зварювальних залишкових напружень у пластині з круговим швом // Машинознавство. – 2001. – № 2. – С. 18–21.
65. *Чекурин В. Ф.* Вариационный метод решения прямых и обратных задач теории упругости для полубесконечной полосы // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1999. – № 2. – С. 58–69.
66. *Чекурин В. Ф.* Об одном подходе к решению задач томографии напряженного состояния упругих тел с несовместными деформациями // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2000. – № 6. – С. 38–48.
67. *Чекурин В. Ф.* Обратная задача неразрушающего контроля уровня закалки листового стекла // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1998. – **3**. – С. 86–97.
68. *Чекурін В. Ф.* Варіаційний граничноелементний метод розв'язування обернених задач інтегральної фотопружності // Доп. НАН України. – 1998. – № 8. – С. 82–87.
69. *Чекурін В. Ф.* Варіаційний метод розв'язування задач томографії напруженого стану твердих тіл // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – **35,** № 5. – С. 23–32.
70. *Чекурін В. Ф.* Математичні моделі, прямі та обернені задачі неруйнівного оптичного контролю залишкових напружень у неоднорідних тілах // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (випуск 2) / Під ред. В. В. Панасюка: В 3 т. – Т. 2: Аналітичні методи в механіці руйнування матеріалів. – Львів: Каменяр, 1999. – С. 234–238.
71. *Чекурін В. Ф.* Обернена задача неруйнівного оптичного контролю залишкових напружень у кусково-однорідних циліндричних оболонках // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – **36**, № 2. – С. 93–102.
72. *Чекурін В. Ф.* Обернена задача неруйнівного оптичного контролю залишкових напружень у циліндричних оболонках // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1998. – **41**, № 2. – С. 151–156.
73. *Чекурін В. Ф.* Обернені задачі інтегральної фотопружності твердих тіл із несумісними пружними деформаціями // Сучасні проблеми механіки і математики: Матеріали міжнар. конф., Львів, 25–28 травня 1998. – Львів, 1998. – С. 217.
74. *Чекурін В. Ф., Баб'юк В. П.* Математична модель для поляризаційно-оптичної томографії тензорного поля // Праці Міжнар. конф. з індуктивного моделювання, Львів, 20–25 травня 2002. – С. 210–216.
75. *Чекурін В., Кравчишин О.* До теорії акустичного контролю залишкових напружень у кусково-однорідних тілах // Мат. проблеми механіки неоднорідних структур: В 2 т. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики НАН України, 2000. – Т. 2. – С. 165–168.
76. *Чекурін В., Кочанов А.* Обернена задача оптичної томографії залишкових напружень у довгих циліндричних тілах // Мат. проблеми механіки неоднорідних структур: В 2 т. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики НАН України, 2000. – Т. 1. – С. 147–150.
77. *Чекурін В. Ф., Кравчишин О. З.* До теорії акустичної томографії напружень у твердих тілах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – **38,** № 2. – С. 97–104.
78. *Чекурін В. Ф., Марголін А. М., Дяків В. В.* Неруйнівний теоретико-експериментальний метод визначення гартувальних напружень у листовому склі // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій. – Львів: Каменяр, 2000. – Вип. 4. – С. 219–226.

79. *Чекурін В. Ф., Сулим Г. Т., Фльорко М. М.* Залишкові напруження в кусково-однорідному порожнистому циліндрі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 1999. – Вип. 55. – С. 178–182.
80. *Шаблій О., Цимбалюк Л.* Тривісний напружений стан у пластині, звареній прямолінійним швом // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2000. – Вип. 57. – С. 182–185.
81. *Bazylevych L., Kushnir R., Nykolyshyn M.* Inverse problems of reproducing residual welding stresses in shells of revolution // Therm. Stresses'99: Proc. 3rd Int. Congr. on Thermal Stresses, Cracow (Poland), June 13–17, 1999. – Cracow: Cracow. Univ. of Techn., 1999. – P. 467–470.
82. *Chekurin V. F., Kravchyshyn O. Z.* Ray acousto-elasticity integrals for 2D strain field // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 7th Int. Seminar/Workshop, Lviv, 2002. – Lviv: IAPMM NASU, 2002. – P. 150–153.
83. *Kushnir R. M., Nykolyshyn M. M., Osadchuk V. A.* Influence of thermal and residual stresses on elastic equilibrium of piecewise-homogeneous cylindrical shell structures with cracks // 3rd EUROMECH. Solid Mechanics Conf., Stockholm, (Sweden), August 18–22, 1997: Abstracts. – P. 261.
84. *Kushnir R. M., Nykolyshyn M. M., Osadchuk V. A.* Residual stresses in cylindrical shell structures with cracks // 5th Int. Conf. on Residual Stresses, Linkoping (Sweden), June 16–18, 1997: Abstracts. – P. 19.
85. *Osadchuk V. A., Chekurin V. F., Kushnir R. M.* Inverse problem of mechanics of heterogeneous shells with residual stresses // Z. angew. Math. und Mech. – 1996. – **76,** Suppl. 5. – P. 369–370.
86. *Osadchuk V. A., Kushnir R. M., Prokopovych I. B.* On the optimal design of polarization-maintaining optical fibers // Pattern Recognition and Image Anal. – 1994. – **4**, No. 3. – P. 367–370.
87. *Osadchuk V. A., Margolin A. M., Nicolishin M. M., Kryuchin A. A.* A theoretical-experimental method for determining the long-term strength and reliability of cylindrical optical carriers for mass memory systems // Pattern Recognition and Image Anal. – 1994. – **4**, No. 3. – P. 361–366.

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Изложены основы неразрушающего метода определения остаточных технологических напряжений в оболочечных и пластинчастых, моделируемых плоским слоем, элементах конструкций и сооружений. Метод базируется на использовании решений уравнений механики деформируемых тел с собственными напряжениями и экспериментальной информации, полученной физическими методами, и на основании решений многопараметрической задачи компьютерной томографии тензорного поля позволяет восстановить остаточные напряжения в произвольной точке исследуемого объекта. Приведен краткий обзор работ, посвященных разработке и развитию этого метода в Институте прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины.

DIAGNOSTICS OF RESIDUAL TECHNOLOGICAL STRESSES IN CONSTRUCTION ELEMENTS BY CALCULATION-EXPERIMENTAL METHOD

The principles of nondestructive method for residual technological stresses determination in shell and lamellate construction and structure elements, modeled by a plane layer, are presented. The method is based on using the solutions to equations of mechanics of deformable bodies with inherent stresses and experimental information, obtained by physical methods. The method allows one to restore the residual stresses at arbitrary point of the object being investigated on the basis of solutions to multiparametric problem of computer tomography of tensor field. A short review of studies, devoted to elaboration and development of the method, obtained in Pidstryhach Institute of applied problems of mechanics and mathematics of NASU, is presented.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
21.01.03