УДК 517.95

Г. П. Лопушанська, О. Ю. Чмир

ПРО РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ПЕРШОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ $u_t = \Delta u + |u|^{\beta+1}$ У КЛАСІ УЗАГАЛЬНЕНИХ ФУНКЦІЙ

Встановлено достатні умови розв'язності крайової задачі для напівлінійного рівняння теплопровідності, коли задані на межі області функції є узагальненими.

Вступ. Дослідження напівлінійних еліптичних і параболічних рівнянь у нормованих соболєвських просторах проведено, наприклад в [3, 5], де описано детально бібліографію з цієї тематики. У роботі [5], зокрема, до дослідження узагальнених еліптичних крайових задач застосовано принцип стискуючих відображень і теорему Шаудера. Існує ряд результатів, наприклад [10, 11, 12], щодо умов існування невід'ємних розв'язків крайових задач для напівлінійних рівнянь вигляду $u_t = \triangle u + f(x,u)$.

В останні роки досліджують крайові задачі для еліптичних і параболічних рівнянь в області Ω з крайовими умовами вигляду $u\,|_{\partial\Omega} = \infty$ та іншими (праці В. А. Кондратьєва, В. А. Нікішкіна, А. Л. Гладкова). У цій праці дослідимо умови існування розв'язку узагальненої крайової параболічної задачі, який на межі області набуває заданих узагальнених значень із просторів типу D'.

У працях С. Д. Івасишена, Н. В. Житарашу досліджуються умови, за яких узагальнений розв'язок лінійного однорідного параболічного рівняння набуває на межі узагальнених значень. Стосовно крайових задач для лінійних параболічних рівнянь у просторах узагальнених функцій, зокрема, встановлено [2], що регулярний всередині бласті Q_0 розв'язок лінійного однорідного рівняння набуває на параболічній межі узагальнених значень тоді й лише тоді, коли $\exists k \in \mathbb{N}$ $\int\limits_{Q_0} d^k(x,t,\partial Q_0)|u(x,t)|\,dxdt < +\infty$, де $d(x,t,\partial Q_0)$ – відстань від точки $(x,t) \in Q_0$ до параболічної межі ∂Q_0 області. Тут вивчаємо умови розв'язності першої крайової задачі для напівлінійного рівняння $u_t = \Delta u + |u|^{\beta+1}$ із заданими на параболічній межі узагальненими функціями з подібною поведінкою розв'язку біля межі.

1. Формулювання задачі. Нехай Ω_0 – область в $\mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N}$, обмежена замкненою поверхнею S класу C^∞; $Q_0 = \Omega_0 \times (0,T]$; $Q_1 = S \times (0,T]$; $D(\overline{Q}_i) = C^\infty(\overline{Q}_i)$; $D^0(\overline{Q}_i) = \{\varphi \in D(\overline{Q}_i) :\ D_t^k \varphi\,|_{t=T} = 0,\ k = 0,1,\ldots\}$, $i = 0,1$; $D_0(\overline{\Omega}_0) = \{\varphi \in D(\overline{\Omega}_0) :\ \varphi\,|_S = \frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\,|_S = 0\}$; ν – орт внутрішньої нормалі до S. Штрихами позначатимемо простори лінійних неперервних функціоналів на відповідних функціональних просторах, а через $(\varphi, F)_i$ – значення узагальненої функції $F \in D^{0\prime}(\overline{Q}_i)$ на основну функцію $\varphi \in D^0(\overline{Q}_i)$, $i = 1$, та значення $F \in D_0{}'(\overline{\Omega}_0)$ на $\varphi \in D_0(\overline{\Omega}_0)$ при $i = 2$; через $s(F)$ позначатимемо порядок сингулярності узагальненої функції F [1].

Розглянемо задачу

$$Lu(x,t) \equiv \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \triangle u(x,t) = |u(x,t)|^{\beta+1}, \qquad (x,t) \in Q_0, \tag{1}$$

$$u\,|_{Q_1} = F_1(x,t), \qquad (x,t) \in \overline{Q}_1, \tag{2}$$

$$u\,|_{t=0} = F_2(x), \qquad x \in \overline{\Omega}_0, \tag{3}$$

де $F_1 \in D^{0\prime}(\overline{Q}_1)$, $F_2 \in D_0{}'(\overline{\Omega}_0)$, $-1 < \beta < 0$.

Нехай $\varrho(x,t) = \min[\varrho(x), \sqrt{t}]$, де $\varrho(x)$ – нескінченно диференційовна невід'ємна функція, додатна всередині Q_0, має порядок відстані $d(x)$ від точки x до S біля S.

Введемо функціональні простори:
$X_k(\overline{Q}_0) = \{\psi \in D^0(\overline{Q}_0) : \psi\mid_{\overline{Q}_1} = 0, L^*\psi(x,t) = O(\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}),$
$\varrho(x,t) \to 0\}$, де $L^* = -(\frac{\partial}{\partial t} + \triangle)$,
$\mathcal{M}_k(Q_0)=\{u : ||u||_k = \int\limits_{Q_0} \varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|u(x,t)|\,dxdt < +\infty\}$,
$\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0) = \{u \in \mathcal{M}_k(Q_0) : ||u||_k \le C_1\}$ – обмежена замкнена опукла підмножина банахового простору $\mathcal{M}_k(Q_0)$, де $c > 0$, $k \ge -n-2$, $C_1 > 0$.

Означення. Розв'язком задачі (1)–(3) назвемо функцію $u \in \mathcal{M}_k(Q_0)$ таку, що $\int\limits_{Q_0} L^*\psi\cdot u\,dxdt = \int\limits_{Q_0} |u(x,t)|^{\beta+1}\psi(x,t)\,dxdt + (\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial\nu}, F_1(x,t))_1 + (\psi(x,0), F_2(x))_2$ для довільної $\psi \in X_k(\overline{Q}_0)$.

Позначимо через $G(x,t,y,\tau)$ функцію Ґріна задачі (1)–(3). Існування її та ряд властивостей одержуємо із [4, 9]. Розглянемо інтегральне рівняння

$$u(x,t) = \int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} G(x,t;y,\tau)|u(y,\tau)|^{\beta+1}\,dy + (\frac{\partial}{\partial\nu_y}G(x,t;y,\tau), F_1(y,\tau))_1 +$$
$$+(G(x,t;y,0), F_2(y))_2. \tag{4}$$

Введемо такі позначення: $g_1(x,t) = (\frac{\partial}{\partial\nu_y}G(x,t;y,\tau), F_1(y,\tau))_1$,
$g_2(x,t) = (G(x,t;y,0), F_2(y))_2$, $\quad h(x,t) = g_1(x,t) + g_2(x,t)$.

Нехай $(Hu)(x,t) = \int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} G(x,t;y,\tau)|u(y,\tau)|^{\beta+1}\,dy$, $H_1u = Hu + h$.

Тоді рівняння (4) набуде вигляду

$$u = H_1u. \tag{5}$$

Означення. Нехай $g_i \in \mathcal{M}_k(Q_0)$, $i = 1,2$. Розв'язком інтегрального рівняння (4) у просторі $\mathcal{M}_k(Q_0)$ називаємо функцію $u \in \mathcal{M}_k(Q_0)$ таку, що $Hu \in \mathcal{M}_k(Q_0)$ і $||u - H_1u||_k = 0$, тобто функція u задовольняє рівняння (4) в сенсі $\int\limits_{Q_0} \varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|u(x,t) - (Hu)(x,t) - g_1(x,t) - g_2(x,t)|\,dxdt = 0.$

Зауважимо, що подібно до еліптичного випадку [6, розд. 2, с. 86] можна довести, що розв'язок $u \in \mathcal{M}_k(Q_0)$ задачі (1)–(3) є розв'язком інтегрального рівняння (4) в $\mathcal{M}_k(Q_0)$ і, навпаки.

2. Основні результати.

Теорема. *Нехай* $F_1 \in D^{0'}(\overline{Q}_1)$, $s(F_1) \le q_1$, $F_2 \in D_0'(\overline{\Omega}_0)$, $s(F_2) \le q_2$, $q_1 \ge 0$, $q_2 \ge 0$, $-1 < \beta < \frac{\min\{-k,-1-n\}}{k+n+2}$, $k \ge \max\{q_1+1, q_2\}$. *Тоді існує розв'язок задачі* (1)–(3) *у просторі* $\mathcal{M}_k(Q_0)$.

Д о в е д е н н я. На підставі зауваження досить довести існування розв'язку інтегрального рівняння (4) чи (5) у класі функцій $\mathcal{M}_k(Q_0)$. Для цього застосуємо теорему Шаудера [7, с. 291]. Перевіримо, чи H_1 задовольняє умови теореми Шаудера.

1) Покажемо, що H_1 відображає обмежену замкнену опуклу множину $\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ банахового простору $\mathcal{M}_k(Q_0)$ на свою частину.

Використовуючи (4), одержуємо

$$||(H_1u)||_k=\int\limits_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|(H_1u)(x,t)|\,dxdt\le\int\limits_{Q_0}\varrho^k(x,t)\times$$

$$\times\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}[|(Hu)(x,t)|+|h(x,t)|]\,dxdt\le||Hu||_k+||h||_k.$$

Розглянемо вираз

$$\int\limits_0^T\int\limits_{\Omega_0}|u(y,\tau)|^{\beta+1}\Big(\int\limits_\tau^T dt\int\limits_{\Omega_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|G(x,t;y,\tau)|\,dx\Big)\,dyd\tau. \qquad (6)$$

З його скінченності та теореми Фубіні випливає скінченність $||Hu||_k$. Відокремлюючи особливості підінтегрального виразу, знаходимо, що

$$\int\limits_\tau^T dt\int\limits_{\Omega_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|G(x,t;y,\tau)|\,dx\le C_2(\varrho^{k+m}(y,\tau)+1)\times$$

$$\times\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}\quad\forall(y,\tau)\in Q_0, \qquad (7)$$

де C_2 – додатна стала, $m=\begin{cases} m_1=1-n, & Q_0^1=\{(y,\tau)\in Q_0: d(y)\le\sqrt{\tau}\},\\ m_2=2, & Q_0^2=\{(y,\tau)\in Q_0: d(y)>\sqrt{\tau}\}.\end{cases}$

Тоді для (6) маємо оцінку

$$C_2\sum_{i=1}^2\int\limits_{Q_0^i}(\varrho^{k+m_i}(y,\tau)+1)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}|u(y,\tau)|^{1+\beta}\,dyd\tau=$$

$$=C_2\Big[\sum_{i=1}^2\int\limits_{Q_0^i}\varrho^{k+m_i}(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}|u(y,\tau)|^{1+\beta}\,dyd\tau+$$

$$+\int\limits_{Q_0}\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}|u(y,\tau)|^{1+\beta}\,dyd\tau\Big]=C_2[I_1+I_2].$$

Для оцінки інтегралів I_1, I_2 використовуємо нерівність Гельдера. Запишемо

$$I_1=\sum_{i=1}^2\int\limits_{Q_0^i}(\varrho^k(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}|u(y,\tau)|)^{1+\beta}\varrho^{m_i-k\beta}(y,\tau)\times$$

$$\times\exp\{c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\beta\}\,dyd\tau\le||u||_k^{1+\beta}\sum_{i=1}^2\Big(\int\limits_{Q_0^i}\varrho^{\frac{k\beta-m_i}{\beta}}(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}\,dyd\tau\Big)^{-\beta},$$

$$I_{1\,i}=\int\limits_{Q_0^i}\varrho^{\frac{k\beta-m_i}{\beta}}(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}\,dyd\tau\le\int\limits_{Q_0^i}\varrho^{\frac{k\beta-m_i}{\beta}}(y,\tau)\,dyd\tau.$$

Оскільки $\int\limits_{|\bar\xi|<1}|\bar\xi|^s\,d\bar\xi$ збігається при $s>-n-2$ [8], то $\int\limits_{Q_0^i}\varrho^{\frac{k\beta-m_i}{\beta}}(y,\tau)\,dyd\tau$ збігається при $-1<\beta<\frac{m_i}{k+n+2}$. Для I_2 отримаємо

$$I_2=\int\limits_{Q_0}(\varrho^k(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}|u(y,\tau)|)^{1+\beta}\varrho^{-k(1+\beta)}(y,\tau)\times$$

$$\times\exp\{c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\beta\}\,dyd\tau\le ||u||_k^{1+\beta}\Big(\int\limits_{Q_0}\varrho^{\frac{k(1+\beta)}{\beta}}(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}\,dyd\tau\Big)^{-\beta}.$$

Звідси

$$I_2'=\int\limits_{Q_0}\varrho^{\frac{k(1+\beta)}{\beta}}(y,\tau)\exp\{-c\varrho^2(y,\tau)\tau^{-1}\}\,dyd\tau\le\int\limits_{Q_0}\varrho^{\frac{k(1+\beta)}{\beta}}(y,\tau)\,dyd\tau<+\infty$$

при $-1<\beta<\frac{-k}{k+n+2}$. Отже, $||Hu||_k\le C_2\Big(\sum\limits_{i=1}^{2}I_{1\,i}^{-\beta}+I_2^{'-\beta}\Big)||u||_k^{1+\beta}=C_3||u||_k^{1+\beta}$ при $-1<\beta<\frac{\min\{-k,1-n\}}{k+n+2}$, де C_3 – додатна стала.

Оцінимо $||h||_k$:

$$||h||_k\le\int\limits_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|g_1(x,t)|\,dxdt+$$

$$+\int\limits_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|g_2(x,t)|\,dxdt. \qquad (8)$$

Враховуючи умови теореми на задані узагальнені функції F_1, F_2, нерівність (8) запишемо у вигляді

$$||h||_k\le\sum_{|\overline{\alpha}|\le q_1}\int_{Q_1}D_{y,\tau}^{\overline{\alpha}}\Big(\int_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}\Big|\frac{\partial}{\partial\nu_y}G(x,t;y,\tau)\Big|dxdt\Big)|f_{1\overline{\alpha}}(y,\tau)|\,dyd\tau+$$

$$+\sum_{|\beta|\le q_2}\int_{\Omega_0}D_y^{\beta}(\int_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|G(x,t;y,0)|\,dxdt)|f_{2\beta}(y)|\,dy,$$

де $f_{1\overline{\alpha}}\in L_{1,loc}(Q_1)$, $|\overline{\alpha}|\le q_1$, $f_{2\beta}\in L_{1,loc}(\Omega_0)$, $|\beta|\le q_2$.

Подібно, як у [6, розд. 4, с. 145], показуємо, що $g_1\in\mathcal{M}_k(Q_0)$ при $k>q_1-1$, $g_2\in\mathcal{M}_k(Q_0)$ при $k>q_2-2$. Тоді $||h||_k<C'<+\infty$. Отже, $||(H_1u)||_k\le\le C_3||u||_k^{1+\beta}+C'$ при $k>\max\{q_1-1,q_2-2\}$ і $-1<\beta<\frac{\min\{-k,1-n\}}{k+n+2}$. Нехай $||u||_k\le C_1$. Тоді $||(H_1u)||_k\le C_3C_1^{1+\beta}+C'$. Відомо, що при $0<1+\beta<1$ існує така стала $C_0>0$, що $C_3C_1^{1+\beta}+C'<C_1$ для всіх $C_1>C_0$, тому одержуємо, що $||(H_1u)||_k\le C_1$ для довільної $u\in\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ при $C_1>C_0$, тобто H_1 переводить $\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ в себе.

2) Покажемо, що оператор H_1 відносно компактний в $\mathcal{M}_k(Q_0)$.

Оскільки $\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}u(x,t)\in\mathbf{L}_1(Q_0)$ при $u\in\mathcal{M}_k(Q_0)$, то за теоремою Рісса [7, с. 242] для компактності H_1 на $\mathcal{M}_k(Q_0)$ необхідно та достатньо, щоб виконувались умови:

a) Існує така стала C_4, що $||(H_1u)||_k\le C_4$ для довільної $u\in\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$.

Ця умова випливає з ***1***).

b) Для довільного $\varepsilon>0$ існує $\delta=\delta(\varepsilon)>0$, що для $(z,s)\in Q_0$ таких, що $|z|\le\delta$, $|s|\le\delta$, та довільної $u\in\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ виконується нерівність

$$\int\limits_{Q_0}|\Phi_c^k(\varrho(x+z,t+s),t+s)(H_1u)(x+z,t+s)-\Phi_c^k(\varrho(x,t),t)(H_1u)(x,t)|\,dxdt\le\varepsilon, \quad (9)$$

де $\Phi_c^k(\varrho(x,t),t) = \varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}$. Враховуючи (4), вираз зліва в нерівності (9) запишемо як

$$\int\limits_{Q_0} |\int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} [\Phi_c^k(\varrho(x+z,t+s),t+s)G(x+z,t+s;y,\tau) - \Phi_c^k(\varrho(x,t),t)G(x,t;y,\tau)]\times$$

$$\times|u(y,\tau)|^{1+\beta}dy|dxdt+\int\limits_{Q_0}|\Phi_c^k(\varrho(x+z,t+s),t+s)h(x+z,t+s)-\Phi_c^k(\varrho(x,t),t)h(x,t)|dxdt=$$

$$= \int\limits_{Q_0} | \int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} \sum_{l=1}^n \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial x_l}\big(\Phi_c^k(\varrho(x+\alpha z,t+\alpha s),t+\alpha s)G(x+\alpha z,t+\alpha s;y,\tau)\big)\,d\alpha\times$$

$$\times z_l|u(y,\tau)|^{1+\beta}\,dy|\,dxdt + \int\limits_{Q_0} | \int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial t}\big(\Phi_c^k(\varrho(x+\alpha z,t+\alpha s),t+\alpha s)\times$$

$$\times G(x+\alpha z,t+\alpha s;y,\tau)\big)\,d\alpha\cdot s|u(y,\tau)|^{1+\beta}\,dy|\,dxdt+$$

$$+\int\limits_{Q_0} |\sum_{l=1}^n \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial x_l}\big(\Phi_c^k(\varrho(x+\alpha z,t+\alpha s),t+\alpha s)h(x+\alpha z,t+\alpha s)\big)\,d\alpha\cdot z_l|\,dxdt+$$

$$+\int\limits_{Q_0} | \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial t}\big(\Phi_c^k(\varrho(x+\alpha z,t+\alpha s),t+\alpha s)h(x+\alpha z,t+\alpha s)\big)\,d\alpha\cdot s|\,dxdt.$$

Оцінки цих інтегралів встановлюємо подібно до попередніх і одержуємо нерівність (9) при $-1<\beta<\frac{\min\{-k,-1-n\}}{k+n+2}$ і $k\ge\max\{q_1+1,q_2\}$.

3) Покажемо, що H_1 є неперервним відображенням $\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ в себе при вказаних вище умовах.

Для $u,v\in\mathcal{M}_{k,C_1}(Q_0)$ розглянемо

$$||(H_1u)-(H_1v)||_k \le \int\limits_{Q_0} \varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}\times$$

$$\times\Big(\int\limits_0^t d\tau \int\limits_{\Omega_0} |G(x,t;y,\tau)||u(y,\tau)-v(y,\tau)|^{1+\beta}\,dy\Big)\,dxdt. \tag{10}$$

Оцінивши вираз (10) подібно до оцінки $||Hu||_k$, одержуємо

$$||(H_1u)-(H_1v)||_k \le C_3||u-v||_k^{1+\beta},$$

звідки випливає *3*). Теорему доведено. $\diamondsuit$

Висновок. Запропоновано метод доведення існування розв'язку узагальненої крайової задачі з заданими на межі області узагальненими функціями для напівлінійних параболічних рівнянь у певних вагових функціональних просторах, зокрема в просторі

$$\mathcal{M}_k(Q_0)=\{u:\int\limits_{Q_0}\varrho^k(x,t)\exp\{-c\varrho^2(x,t)t^{-1}\}|u(x,t)|\,dxdt<+\infty\}.$$

Подібно, як у [6], першу крайову задачу для рівняння $u_t = \Delta u + |u|^{\beta+1}$ зведено до інтегрального рівняння (5) в $\mathcal{M}_k(Q_0)$. Існування розв'язку інтегрального рівняння доведено з використанням принципу Шаудера. При довільних заданих на параболічній межі області Q_0 узагальнених функціях F_1, F_2 із просторів типу D' встановлено достатні умови на β, за яких існує розв'язок задачі (1)–(3) у просторі $\mathcal{M}_k(Q_0)$.

1. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
2. *Гупало Г.-В. С., Лопушанська Г. П.* Еліптичні й параболічні узагальнені крайові задачі. – К.: Наук.-метод. кабінет ВО Мінвузу України, 1992. – 123 с.
3. *Дубинский Ю. А.* Квазилинейные эллиптические и параболические уравнения любого порядка // Успехи мат. наук. – 1968. – **23**, № 1. – С. 45–90.
4. *Ивасишен С. Д.* Матрицы Грина параболических граничных задач. – К.: Вища шк., 1990. – 200 с.
5. *Крейн С. Г., Симонов А. С.* Теорема о гомеоморфизмах и квазилинейные уравнения // Докл. АН СССР. – 1966. – **167**, № 6. – С.1226–1229.
6. *Лопушанська Г. П.* Крайові задачі у просторі узагальнених функцій D'. – Львів: Вид-во Львів. нац. ун-ту, 2002. – 285 с.
7. *Люстерник Л. А., Соболев В. И.* Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1965. – 520с.
8. *Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И.* Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1981. – 800с.
9. *Эйдельман С. Д.* Параболические системы. – М.: Наука, 1964. – 443с.
10. *Galaktionov V. A., Pohozaev S. I.* Existence and blow-up for higher-order semilinear parabolic equations: majorizing order-preserving operators // Indiana Univ. Math. J. – 2002. – **51**, No. 6. – P. 1321–1338.
11. *Li Junfeng, Liu Weiau, Lu Gang* Global existence and blow-up of signchanging solutions in semilinear parabolic equations // Shuxue wuli xuebao. Ser A (Acta Math. Sci). – 2002. – **22**, No. 2. – P. 150–156.
12. *Palmeri Maria Carla* Existence and regularity results for some sublinear parabolic equations // Commun. Appl. Anal. – 2002. – **6**, No. 3. – C.297–316.

О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРВОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ $u_t = \Delta u + |u|^{\beta+1}$ В КЛАССЕ ОБОБЩЁННЫХ ФУНКЦИЙ

Установлены достаточные условия разрешимости краевой задачи для полулинейного уравнения теплопроводности, когда заданные на границе области функции являются обобщёнными.

ON SOLVABILITY OF THE FIRST BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR EQUATION $u_t = \Delta u + |u|^{\beta+1}$ IN THE CLASS OF GENERALIZED FUNCTIONS

Sufficient conditions of solvability of the boundary-value for semi-linear heat conduction equation have been established (when the functions, which are set on the boundary of domain, are generalized).

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано
01.09.03