УДК 517.925.51

В. М. Евтухов, А. А. Стехун

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Установлены асимптотические представления для неограниченных решений дифференциальных уравнений третьего порядка, асимптотически близких к уравнениям типа Эмдена–Фаулера.

1. Формулировка основных результатов. В последние десятилетия в связи с многочисленными запросами практики интенсивное развитие получила асимптотическая теория нелинейных неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом наиболее законченные результаты получены (см., например, монографию И. Т. Кигурадзе, Т. А. Чантурия [6] и работы [1–4, 8, 9]) для уравнений со степенными нелинейностями и, в частности, для уравнений типа Эмдена–Фаулера

$$y^{(n)} = p(t)y^{1+\sigma},$$

где $\sigma \neq 0$, а p – непрерывная и отличная от нуля на промежутке $[a,\omega[$ функция.

В настоящей работе рассматривается дифференциальное уравнение третьего порядка

$$y''' = \alpha_0 p(t)\varphi(y), \tag{1}$$

где $\alpha_0 \in \{-1,1\}$, $p : [a,\omega[\to]0,+\infty[$ $(-\infty < a < \omega \le +\infty)$ – непрерывная функция, $\varphi : [y_0,+\infty[\to]0,+\infty[$ – дважды непрерывно дифференцируемая функция, удовлетворяющая условиям

$$\lim_{y\to+\infty}\varphi(y) = \left\{ \begin{array}{l} \text{либо } 0, \\ \text{либо } +\infty, \end{array} \right. \qquad \lim_{y\to+\infty}\frac{y\varphi''(y)}{\varphi'(y)} = \sigma = \text{const} \neq 0. \tag{2}$$

В силу (2)

$$\lim_{y\to+\infty}\frac{y\varphi'(y)}{\varphi(y)} = \sigma + 1 \tag{3}$$

и поэтому $\varphi(y)$ допускает представление вида $\varphi(y) = y^{\sigma+1+o(1)}$ при $y \to +\infty$. Отсюда ясно, что на решениях, стремящихся к $+\infty$ при $t \uparrow \omega$, уравнение (1) является в некотором смысле близким к уравнению типа Эмдена–Фаулера. Для уравнений второго порядка подобная ситуация рассматривалась в [7].

Определение. Решение y уравнения (1), определенное на $[t_0,\omega[\subset [a,\omega[$, будем называть $P_{\omega 1}(\lambda_0)$-решением, если

$$\lim_{t\uparrow\omega} y(t) = +\infty, \quad \lim_{t\uparrow\omega} y^{(k)}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \text{либо } 0, \\ \text{либо } \pm\infty, \end{array} \right. \quad k = 1,2, \quad \lim_{t\uparrow\omega}\frac{[y''(t)]^2}{y'''(t)y'(t)} = \lambda_0. \tag{4}$$

Целью работы является установление асимптотики, а также необходимых и достаточных условий существования $P_{\omega 1}(\lambda_0)$-решений уравнения (1), для которых $\lambda_0 \notin \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \pm\infty\right\}$.

Положим

$$\pi_\omega(t) = \left\{ \begin{array}{ll} t, & \text{если } \omega = +\infty, \\ t-\omega, & \text{если } \omega < +\infty, \end{array} \right. \qquad I(t) = \int_{A_\omega}^{t} p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\,d\tau,$$

$$\Phi(y)=\int\limits_{Y_0}^{y}\frac{dz}{\varphi(z)},\qquad Y(t,v)=\Phi^{-1}\left(\frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2}{\lambda_0}I(t)[1+v]\right),$$

где

$$A_\omega=\begin{cases} a, & \text{если } \int_a^\omega p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\,d\tau=+\infty,\\ \omega, & \text{если } \int_a^\omega p(\tau)\pi_\omega^2(\tau)\,d\tau<+\infty,\end{cases}\qquad Y_0=\begin{cases} y_0, & \text{если } \sigma<0,\\ +\infty, & \text{если } \sigma>0,\end{cases}$$

Φ^{-1} – функция, обратная для Φ, заданная на промежутке $[0,+\infty[$, если $\sigma<0$, и на промежутке $[c_\varphi,0[$, где $c_\varphi=-\int_{y_0}^{+\infty}\dfrac{dz}{\varphi(z)}$, если $\sigma>0$.

Теорема 1. *Для существования у уравнения* (1) $P_{\omega1}(\lambda_0)$ *-решений таких, что* $\lambda^0\notin\left\{0,\frac{1}{2},1,\pm\infty\right\}$ *, необходимо, а, если соблюдается одно из неравенств*

$$2\lambda_0^2+2\lambda_0-1\le 0,\quad \sigma(2\lambda_0-1)\ge 0,\quad \sigma(2\lambda_0-1)\ne 3-6\lambda_0-6\lambda_0^2, \tag{5}$$

то и достаточно, чтобы

$$\lim_{t\uparrow\omega}\frac{\pi_\omega(t)I'(t)}{I(t)}=\frac{\sigma(2\lambda_0-1)}{1-\lambda_0},\quad \alpha_0\lambda_0>0,\quad (\lambda_0-1)(2\lambda_0-1)\pi_\omega(t)>0. \tag{6}$$

При этом для каждого такого решения имеют место при $t\uparrow\omega$ *асимптотические представления*

$$\frac{y(t)}{\varphi(y(t))}=\frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^3}{\lambda_0(2\lambda_0-1)}p(t)\pi_\omega^3(t)[1+o(1)], \tag{7}$$

$$\frac{\pi_\omega(t)y'(t)}{y(t)}=\frac{2\lambda_0-1}{\lambda_0-1}+o(1),\qquad \frac{\pi_\omega(t)y''(t)}{y'(t)}=\frac{\lambda_0}{\lambda_0-1}+o(1). \tag{8}$$

Теорема 2. *Если*

$$2\lambda_0^2+2\lambda_0-1>0,\quad \sigma(2\lambda_0-1)<0,\quad \sigma(2\lambda_0-1)=3-6\lambda_0-6\lambda_0^2,\quad \lambda_0\ne 1, \tag{9}$$

и наряду с (6) *соблюдаются условия*

$$\lim_{t\uparrow\omega}\left[\frac{\pi_\omega(t)I'(t)\varphi(Y(t,0))}{Y(t,0)}-\frac{\alpha_0\lambda_0(2\lambda_0-1)}{(\lambda_0-1)^3}\right]\ln^2|\pi_\omega(t)|=0,$$

$$\lim_{t\uparrow\omega}\left[\frac{Y(t,0)\varphi'(Y(t,0))}{\varphi(Y(t,0))}-\sigma-1\right]\ln|\pi_\omega(t)|=0, \tag{10}$$

$$\lim_{t\uparrow\omega}\left[\frac{\pi_\omega(t)I'(t)}{I(t)}-\frac{\sigma(1-2\lambda_0)}{\lambda_0-1}\right]\ln|\pi_\omega(t)|=0,$$

то у уравнения (1) *существуют* $P_{\omega1}(\lambda_0)$ *-решения и для каждого из них имеют место при* $t\uparrow\omega$ *асимптотические представления*

$$\frac{y(t)}{\varphi(y(t))}=\frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^3}{\lambda_0(2\lambda_0-1)}p(t)\pi_\omega^3(t)\left[1+o\left(\frac{1}{\ln|\pi_\omega(t)|}\right)\right], \tag{11}$$

$$\frac{\pi_\omega(t)y'(t)}{y(t)}=\frac{2\lambda^0-1}{\lambda^0-1}+o\left(\frac{1}{\ln|\pi_\omega(t)|}\right),\quad \frac{\pi_\omega(t)y''(t)}{y'(t)}=\frac{\lambda^0}{\lambda^0-1}+o\left(\frac{1}{\ln|\pi_\omega(t)|}\right). \tag{12}$$

Замечание. Если соблюдаются условия (2) и функция $\psi(u) = u^{-\sigma-1}\varphi(u)$ такова, что

$$\psi\left(|\pi_\omega(t)|^{\frac{2\lambda^0-1}{\lambda^0-1}+o(1)}\right) = [B(\lambda_0)+o(1)]\psi(|\pi_\omega(t)|) \quad \text{при } t\uparrow\omega,$$

где $B(\lambda_0)$ – отличная от нуля вещественная постоянная, то асимптотические представления (7) и (11) в приведенных выше теоремах могут быть записаны в явном виде

$$y(t) = \left[\frac{(\lambda_0-1)^3}{\lambda_0(2\lambda_0-1)}p(t)\psi(|\pi_\omega(t)|)\pi_\omega^3(t)\right]^{-\frac{1}{\sigma}}[1+o(1)] \quad \text{при } t\uparrow\omega,$$

$$y(t) = \left[\frac{(\lambda_0-1)^3}{\lambda_0(2\lambda_0-1)}p(t)\psi(|\pi_\omega(t)|)\pi_\omega^3(t)\right]^{-\frac{1}{\sigma}}\left[1+o\left(\frac{1}{\ln|\pi_\omega(t)|}\right)\right] \quad \text{при } t\uparrow\omega.$$

2. Доказательства теорем. Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы 1. *Необходимость.* Пусть $y : [t_y,\omega[\to\mathbb{R}$ – $P_{\omega 1}(\lambda_0)$-решение уравнения (1), для которого $\lambda_0\notin\left\{0,\frac{1}{2},1,\pm\infty\right\}$. В силу условий (4) это решение согласно следствию 10.1 из [2] удовлетворяет при $t\uparrow\omega$ асимптотическим соотношениям (8), а, значит, и асимптотическому соотношению

$$\frac{\pi_\omega(t)y'''(t)}{y''(t)} = \frac{1}{\lambda_0-1}+o(1) \quad \text{при} \quad t\uparrow\omega.$$

Учитывая их и (1), получим асимптотическое представление (7) и представление вида

$$\frac{y'(t)}{\varphi(y(t))} = \frac{\alpha_0(\lambda-1)^2}{\lambda_0}p(t)\pi_\omega^2(t)[1+o(1)] \quad \text{при} \quad t\uparrow\omega. \tag{13}$$

Поскольку $y(t)\longrightarrow+\infty$ при $t\uparrow\omega$, а $y'(t)$ и $\varphi(y(t))$ положительны в левой окрестности ω, то из (7) и (13) непосредственно вытекают второе и третье из условий (6). Кроме того, из (13) следует, что

$$\Phi(y(t)) = \frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2}{\lambda_0}I(t)[1+o(1)] \quad \text{при} \quad t\uparrow\omega. \tag{14}$$

Далее, применяя правило Лопиталя, в силу (3) и (13) находим

$$\lim_{t\uparrow\omega}\frac{y(t)}{I(t)\varphi(y(t))} = \lim_{t\uparrow\omega}\frac{\left[\dfrac{y(t)}{\varphi(y(t))}\right]'}{I'(t)} = \lim_{t\uparrow\omega}\frac{\dfrac{y'(t)}{\varphi(y(t))}\left[1-\dfrac{y(t)\varphi'(y(t))}{\varphi(y(t))}\right]}{p(t)\pi_\omega^2(t)} = -\frac{\alpha_0\sigma(\lambda_0-1)^2}{\lambda_0}.$$

Сравнивая это предельное соотношение с (7), получим первое из условий (6).

Достаточность. Уравнение (1) с помощью преобразования

$$\Phi(y(t)) = \frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2}{\lambda_0}I(t)[1+v_1(x)],$$

$$\frac{y'(t)}{y(t)} = \frac{2\lambda_0-1}{(\lambda_0-1)\pi_\omega(t)}[1+v_2(x)], \quad \frac{y''(t)}{y'(t)} = \frac{\lambda_0}{(\lambda_0-1)\pi_\omega(t)}[1+v_3(x)], \tag{15}$$

$$x = \beta\ln|\pi_\omega(t)|, \quad \beta = \begin{cases} 1, & \text{если } \omega=+\infty, \\ -1, & \text{если } \omega<+\infty, \end{cases}$$

сведем к системе уравнений

$$v_1' = \beta \left[-\frac{\pi_\omega(t) I'(t)}{I(t)}(1+v_1) + \frac{\alpha_0\lambda_0(2\lambda_0-1)}{(\lambda_0-1)^3} \frac{Y(t,v_1)}{\varphi(Y(t,v_1)) I(t)}(1+v_2)^2 \right],$$

$$v_2' = \beta \left[\frac{1-2\lambda_0}{\lambda_0-1} v_2 + \frac{\lambda_0}{\lambda_0-1} v_3 + \frac{\lambda_0}{\lambda_0-1} v_2 v_3 - \frac{2\lambda_0-1}{\lambda_0-1} v_2^2 \right],$$

$$v_3' = \beta \left[1 + v_3 - \frac{\lambda_0}{\lambda_0-1}(1+v_3)^2 + \frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2}{\lambda_0(2\lambda_0-1)} \frac{\pi_\omega(t) I'(t) \varphi(Y(t,v_1))}{Y(t,v_1)(1+v_2)} \right].$$

Теперь, полагая

$$h_1(t) = \frac{\pi_\omega(t) I'(t)}{I(t)}, \quad h_2(t) = \frac{I(t)\varphi(Y(t,0))}{Y(t,0)}, \quad h_3(t) = 1 - \frac{Y(t,0)\varphi'(Y(t,0))}{\varphi(Y(t,0))},$$

перепишем эту систему в виде

$$v_i' = \frac{\beta}{\lambda_0-1} \left[f_i(x) + \sum_{k=1}^{3} c_{ik}(x) v_k + V_i(x, v_1, v_2, v_3) \right], \qquad i = 1,2,3, \tag{16}$$

где

$$f_1(x) = \frac{\alpha_0\lambda_0(2\lambda_0-1)}{(\lambda_0-1)^2 h_2(t)} - (\lambda_0-1)h_1(t),\ f_2(x) \equiv 0,\ f_3(x) = \frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2 h_2(t) f_1(x)}{\lambda_0(1-2\lambda_0)},$$

$$c_{11}(x) = -(\lambda_0-1)h_1(t) + (2\lambda_0-1)h_3(t), \quad c_{12}(x) = \frac{\alpha_0\lambda_0(2\lambda_0-1)}{(\lambda_0-1)^2 h_2(t)},$$

$$c_{13}(x) = c_{21}(x) \equiv 0, \quad c_{22}(x) = 1 - 2\lambda_0, \quad c_{23}(x) = \lambda_0, \quad c_{33}(x) = -\lambda_0 - 1,$$

$$c_{31}(x) = -\frac{(\lambda_0-1)^5 h_1(t) h_2^2(t) h_3(t)}{\lambda_0^2(2\lambda_0-1)}, \quad c_{32}(x) = -\frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^3 h_1(t) h_2(t)}{\lambda_0(2\lambda_0-1)},$$

$$V_1(x, v_1, v_2, v_3) = \frac{\alpha_0\lambda_0(2\lambda_0-1)}{(\lambda_0-1)^2} \left[\frac{Y(t,v_1)(1+v_2)}{I(t)\varphi(Y(t,v_1))} - \frac{1+v_2}{h_2(t)} \right] - (2\lambda_0-1)h_3(t)v_1,$$

$$V_2(x, v_1, v_2, v_3) = \lambda_0 v_2 v_3 - (2\lambda_0-1)v_2^2, \quad V_3(x, v_1, v_2, v_3) = -\lambda_0 v_3^2 +$$

$$+ \frac{\alpha_0(\lambda-1)^3 h_1(t)}{\lambda_0(2\lambda_0-1)} \left[\frac{I(t)\varphi(Y(t,v_1))}{Y(t,v_1)(1+v_2)} - h_2(t)(1-v_2) + \frac{\alpha_0(\lambda_0-1)^2 h_2^2(t) h_3(t)}{\lambda_0} v_1 \right]$$

и $t = t(x)$ – функция, обратная для $x = \beta \ln|\pi_\omega(t)|$ ($t \in [a, \omega[$ [1]).

Поскольку в силу условий (3) и (6)

$$\lim_{t\uparrow\omega} h_1(t) = -\frac{\sigma(2\lambda_0-1)}{\lambda_0-1}, \quad \lim_{t\uparrow\omega} h_2(t) = -\frac{\alpha_0\lambda_0}{\sigma(\lambda_0-1)^2}, \quad \lim_{t\uparrow\omega} h_3(t) = -\sigma,$$

то

$$\lim_{x\to+\infty} f_k(x) = 0\ (k=1,2,3), \quad \lim_{x\to+\infty} c_{11}(x) = 0, \quad \lim_{x\to+\infty} c_{12}(x) = -\sigma(2\lambda_0-1),$$

$$\lim_{x\to+\infty} c_{31}(x) = -1, \quad \lim_{x\to+\infty} c_{32}(x) = -1.$$

[1] При $\omega = +\infty$ считаем,что $a > 0$.

Принимая во внимание эти предельные соотношения и условие (2), легко также убеждаемся в том, что

$$\frac{V_k(x, v_1, v_2, v_3)}{|v_1| + |v_2| + |v_3|} \longrightarrow 0, \ k = 1, 2, 3, \quad \text{при} \quad |v_1| + |v_2| + |v_3| \longrightarrow 0$$

равномерно по $x \in [x_0, +\infty[$ для любого $x_0 > \beta \ln |\pi_\omega(a)|$.

Таким образом, система дифференциальных уравнений (16) представляет собой квазилинейную систему с почти постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение $\det(C - \lambda E) = 0$ предельной матрицы коэффициентов линейной части этой системы принимает при $\lambda = \frac{\beta}{\lambda_0 - 1}\rho$ следующий вид:

$$\rho^3 + 3\lambda_0\rho^2 + (2\lambda_0^2 + 2\lambda_0 - 1)\rho - \sigma\lambda_0(2\lambda_0 - 1) = 0. \tag{17}$$

Это алгебраическое уравнение при $\lambda_0 \notin \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \pm\infty\right\}$ и выполнении любого из неравенств (5) не имеет корней с нулевой действительной частью. Поэтому на основании теоремы 2.1 из работы [5] система уравнений (16) имеет хотя бы одно исчезающее в бесконечности решение $(v_k)_{k=1}^3 : [x_1, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}^3$, $x_1 \ge x_0$. Этому решению в силу замен (15) соответствует решение y уравнения (1), допускающее при $t \uparrow \omega$ асимптотические представления (7) и (8). Нетрудно убедиться в том, что данное решение является $P_{\omega 1}(\lambda_0)$-решением. $\diamondsuit$

Д о к а з а т е л ь с т в о теоремы 2. Уравнение (1) с помощью преобразования (15) сведем к квазилинейной системе дифференциальных уравнений (16) с почти постоянными коэффициентами. В силу условий (9) характеристическое относительно $\lambda = \frac{\beta}{\lambda_0 - 1}\rho$ уравнение (17) предельной матрицы коэффициентов линейной части этой системы имеет два чисто мнимых корня $\rho = \pm i\sqrt{2\lambda_0^2 + 2\lambda_0 - 1}$. Кроме того, ввиду условий (6) и (10)

$$\lim_{x \to +\infty} f_k(x)x^2 = 0, \quad k = 1, 2, 3, \quad \lim_{x \to +\infty} |c_{ik}(x) - c_{ik}^0| x = 0, \quad i, k = 1, 2, 3,$$

где c_{ik}^0, $i, k = 1, 2, 3$, – вычисленные при доказательстве теоремы 1 конечные пределы при $x \to +\infty$ соответствующих функций $c_{ik}(x)$, $i, k = 1, 2, 3$. Учитывая эти предельные соотношения и условия (2), (3), нетрудно также убедиться в том, что

$$\frac{x^2 V_k\left(x, \frac{z_1}{x}, \frac{z_2}{x}, \frac{z_3}{x}\right)}{|z_1| + |z_2| + |z_3|} \longrightarrow 0, \quad k = 1, 2, 3, \quad \text{при} \quad |z_1| + |z_2| + |z_3| \longrightarrow 0$$

равномерно по $x \in [x_0, +\infty[$, где x_0 – некоторое достаточно большое число.

Тем самым показано, что для системы дифференциальных уравнений (16) выполнены все условия теоремы 2.2 из работы [5]. Согласно этой теореме система (16) имеет по крайней мере одно решение вида $v_k(x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$, $k = 1, 2, 3$, при $x \to +\infty$. Этому решению системы (16) в силу замен (15) соответствует решение дифференциального уравнения (1), допускающее при $t \uparrow \omega$ асимптотические представления (11) и (12). Теорема полностью доказана. $\diamondsuit$

3. Выводы. В [1, 2, 4] для нелинейных дифференциальных уравнений n-го порядка типа Эмдена–Фаулера был выделен наиболее сложный для изучения класс так называемых P_ω-решений. Исследование априорных асимптотических свойств таких решений позволило с учетом структуры уравнения Эмдена–Фаулера получить асимптотику, а также необходимые и достаточные условия существования каждого из $(n+2)$-х возможных типов P_ω-решений. В настоящей заметке впервые для уравнений третьего порядка вида (1), отличных, вообще говоря, от уравнений типа Эмдена–Фаулера, получены точные асимптотические формулы при $t \uparrow \omega$ для неограниченных P_ω-решений таких, что $\lambda_0 \notin \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \pm\infty\right\}$, и их производных до второго порядка включительно. Установленные здесь асимптотические представления (7) и (11) ввиду структуры уравнения определяют решение как неявную функцию от t. Однако в ряде случаев (см. замечание 2), например, когда $\varphi(y) = y^{\sigma+1}\ln^{\gamma_1} y$, $\varphi(y) = y^{\sigma+1}\ln^{\gamma_1} y \ln^{\gamma_2}(\ln y)$, $\varphi(y) = \frac{P_n(y)}{Q_n(y)} y^{\sigma+1}\ln^{\gamma} y$, где $\gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}$, P_n, Q_n – многочлены n-й степени, и во многих других, эти представления позволяют легко получить асимптотические представления для y в явном виде. Следует также обратить внимание на то, что теоремы 1 и 2 ввиду произвольности $\omega \leq +\infty$ могут использоваться не только для установления асимптотики правильных неколеблющихся решений, но и для асимптотики различных типов сингулярных решений второго рода.

1. *Евтухов В. М.* Асимптотические представления монотонных решений нелинейного дифференциального уравнения типа Эмдена–Фаулера n-го порядка // Докл. АН России. – 1992. – **324**, № 2. – С. 258–260.
2. *Евтухов В. М.* Асимптотические представления решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений: Дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Киев, 1998.
3. *Евтухов В.М.* Асимптотические свойства монотонных решений одного класса нелинейных дифференциальных уравнений n-го порядка // Докл. расшир. засед. Ин-та прикл. математики им. И. Н. Векуа ТГУ. – 1988. – **3**, № 3. – С. 62–65.
4. *Евтухов В. М.* Об одном классе монотонных решений нелинейного дифференциального уравнения n-го порядка типа Эмдена–Фаулера // Сообщ. АН Грузии. – 1992. – **145**, № 2. – С. 269–273.
5. *Евтухов В. М.* Об исчезающих на бесконечности решениях вещественных неавтономных систем квазилинейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 2003. – **39**, № 4. – С. 441–452.
6. *Кигурадзе И. Т., Чантурия Т. А.* Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1990. – 430 с.
7. *Кириллова Л. А.* Асимптотические представления решений одного типа нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка // Укр. мат. конгрес-2001. Дифференц. рівняння і нелінійні коливання: Тез. доп. – Київ, 2001. – С. 66.
8. *Костин А. В.* Асимптотика правильных решений нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 1987. – **23**, № 3. – С. 524–526.
9. *Костин А. В.* Асимптотика правильных решений обыкновенных дифференциальных уравнений: Дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Киев, 1991.

АСИМПТОТИЧНІ ЗОБРАЖЕННЯ НЕОБМЕЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

Встановлено асимптотичні зображення для необмежених розв'язків диференціальних рівнянь третього порядку, що асимптотично близькі до рівнянь типу Емдена–Фаулера.

ASYMPTOTIC REPRESENTATIONS OF UNBOUNDED SOLUTIONS FOR NON-LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE THIRD ORDER

The asymptotic representations for unbounded solutions of the third order differential equations, close to the Emden–Fowler equations type, are established.

Одес. нац. ун-т им. И. И. Мечникова, Одесса

Получено
01.09.03