УДК 517.98

А. В. Соломко, С. В. Шарин

ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ НАД БАНАХОВИМИ ПРОСТОРАМИ В КОНУСІ $\mathbb{R}_+^n$

Розглянуто побудову функціонального числення від (C_o)-напівгруп операторів у банахових просторах для додатного n-вимірного кута. Доведено теореми про ізоморфізми згорткових алгебр комутантам (C_o)-напівгруп операторів.

Вступ. У цій роботі досліджується згорткова алгебра розподілів з носіями в $\mathbb{R}_+^n$. Побудовано функціональне числення на основі модифікації формули операторного перетворення Фур'є і тому його можна розглядати як узагальнення відомого підходу Е. Хілла, Р. Філіпса і В. Балакрішнана для згорткових алгебр мір. Зокрема, з такої побудови випливає частковий випадок операторного числення для згорткових алгебр розподілів Шварца на півосі, побудованого О. В. Лопушанським і С. В. Шарином [4].

1. Нехай $\mathbb{R}_+^n$ – додатний n-вимірний кут, $D'(\mathbb{R}_+^n)$ – згорткова алгебра розподілів Шварца f з носіями $\operatorname{supp} f \subset \mathbb{R}_+^n$.

Поляра до $D'(\mathbb{R}_+^n)$ відносно двоїстості $\langle D'(\mathbb{R}^n), D(\mathbb{R}^n)\rangle$ має вигляд

$$(D'(\mathbb{R}_+^n))^\circ = \{\varphi \in D(\mathbb{R}^n) \,:\, \operatorname{supp}\varphi \subset \mathbb{R}^n \backslash \mathbb{R}_+^n\}.$$

Звуження білінійної форми, породженої двоїстістю $\langle D'(\mathbb{R}^n), D(\mathbb{R}^n)\rangle$, на прямий добуток $D'(\mathbb{R}_+^n) \times D(\mathbb{R}^n)$ є константою на довільній множині $\{(f_0, \varphi)\}$, де $f_0 \in D'(\mathbb{R}_+^n)$ – фіксований функціонал, а функція φ пробігає клас еквівалентності $[\varphi]$ у факторпросторі $D(\mathbb{R}_+^n) = D(\mathbb{R}^n)/(D'(\mathbb{R}_+^n))^\circ$. Отже, білінійна форма, індукована дуальністю $\langle D'(\mathbb{R}^n), D(\mathbb{R}^n)\rangle$, ставить простори $D'(\mathbb{R}_+^n)$ і $D(\mathbb{R}_+^n)$ у двоїстість.

Означимо оператор множення ρ на характеристичну функцію λ додатного n-вимірного кута за формулою $\rho : \varphi \to \lambda \cdot \varphi$. Очевидно, що $\operatorname{Ker}\rho = (D'(\mathbb{R}_+^n))^\circ$. Тому фактор-відображення реалізується формулою

$$\rho \,:\, D(\mathbb{R}^n) \ni \varphi \to [\varphi] \in D(\mathbb{R}_+^n)$$

і клас еквівалентності $[\varphi]$ залежить від змінної $t \in \mathbb{R}_+^n$.

Для кожної функції $\varphi(t) \in D(\mathbb{R}_+^n)$ означимо перетворення Фур'є–Лапласа F за формулою

$$\widehat{\varphi}(z) = F[\varphi](z) = \int_{\mathbb{R}_+^n} e^{-i(t,z)}\varphi(t)dt.$$

Твердження 1. *Функція $\widehat{\varphi}(z)$ визначена в $\mathbb{C}_+^n = \{z = \xi + i\eta : \xi \in \mathbb{R}^n, \eta \in \mathbb{R}_+^n\}$ і є аналітичною у внутрішності $\mathbb{C}_+^n$.*

Д о в е д е н н я. Безпосередньо з теореми Пелі–Вінера випливає, що для довільної функції $\varphi \in D(\mathbb{R}_+^n)$, носій якої міститься у кулі $|x| \le B$ кута $\mathbb{R}_+^n$, для будь-якого натурального N існує додатна стала C_N така, що виконується нерівність

$$|\widehat{\varphi}(z)| \le C_N(1 + |z|)^{-N} e^{B|Imz|}.$$

Отже, функція $\widehat{\varphi}(z)$ є визначеною в $\mathbb{C}_+^n$ і з наведеної оцінки випливає її аналітичність. $\diamondsuit$

Надалі клас таких функцій будемо позначати через $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$. Очевидно, що $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$ є алгеброю відносно звичайної операції множення.

Спряжене відображення до оберненого перетворення Фур'є–Лапласа $(F^{-1})'$, яке визначається співвідношенням

$$\langle f,\, \varphi\rangle = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle f,\, F^{-1}F[\varphi]\rangle = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle (F^{-1})'f,\, F[\varphi]\rangle = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle \widehat{f},\, \widehat{\varphi}\rangle,$$

будемо трактувати як відображення вигляду

$$F^* \,:\, D'(\mathbb{R}^n_+) \ni f \to \widehat{f} \in \widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+),$$

де через $\widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)$ позначено образ простору $D'(\mathbb{R}^n_+)$ з індукованою відображенням F^* топологією.

Далі означимо n-параметричну напівгрупу множення Фур'є-образів на експоненту за формулою

$$\widehat{U}_s \,:\, \mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+) \ni \widehat{\varphi}(z) \to e^{i(s,\,z)}\widehat{\varphi}(z) \in \mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+),\ \forall s \in \mathbb{R}^n_+.$$

Твердження 2. *Напівгрупа $\widehat{U}_s$ належить класу (C_o) і є одностайно неперервною над простором $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$.*

Д о в е д е н н я. Нехай в $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$ маємо $\widehat{\varphi}_m \to 0$ при $m \to \infty$, тобто існує компакт K в $\mathbb{C}^n_+$ такий, що $\operatorname{supp}\widehat{\varphi}_m \subset K$ і $\lim\limits_{m\to\infty}\sup\limits_{z\in K}|\partial^k\widehat{\varphi}_m(z)| = 0\ \forall k \in \mathbb{Z}^n_+$. Тоді $\forall s \in \mathbb{R}^n_+$ маємо

$$\sup_{z\in K}|\partial^k\widehat{U}_s\widehat{\varphi}_m(z)| = \sup_{z\in K}|\sum_{m=0}^{k} C_k^m\partial^m e^{i(s,z)}\cdot\partial^{k-m}\widehat{\varphi}_m(z)| \le$$

$$\le \sup_{z\in K}\sum_{m=0}^{k} C_k^m|\partial^m e^{i(s,z)}|\cdot|\partial^{k-m}\widehat{\varphi}_m(z)| = \sum_{m=0}^{k} c_m\sup_{z\in K}|\partial^{k-m}\widehat{\varphi}_m(z)| \to 0$$

при $m \to \infty$.

Отже, $\widehat{U}_s$ – напівгрупа класу (C_o).

Оскільки $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$ є простором Фреше, а всякий простір Фреше – бочковий [2, наслідок 1, с. 197], то одностайна неперервність $\widehat{U}_s$ випливає з теореми Банаха–Штейнгауза. $\Diamond$

Для кожного розподілу $f\in D'(\mathbb{R}^n_+)$ і функції $\widehat{\varphi}\in\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$ означимо оператор

$$(\widehat{T}_f\widehat{\varphi})(s) = \frac{1}{(2\pi)^n}\langle\widehat{f},\,\widehat{U}_s\widehat{\varphi}\rangle = \langle f,\, U_s\varphi\rangle = (f\star\varphi)(s), \tag{1}$$

де $U_s : D(\mathbb{R}^n_+)\ni\varphi(t) \to \varphi(t+s) \in D(\mathbb{R}^n_+)$ – напівгрупа зсувів вздовж конуса $\mathbb{R}^n_+$.

Зауважимо, що

$$\widehat{U}_s\widehat{\varphi}(z) = e^{i(s,z)}\int\limits_{\mathbb{R}^n_+}\varphi(t)e^{-i(t,z)}dt = \int\limits_{\mathbb{R}^n_+}\varphi(t)e^{-i(t-s,z)}dt =$$

$$= \int\limits_{\mathbb{R}^n_+}\varphi(\eta+s)e^{-i(\eta,z)}d\eta = \int\limits_{\mathbb{R}^n_+}U_s\varphi(\eta)e^{-i(\eta,z)}d\eta = \widehat{U_s\varphi}(z).$$

Тобто, використовуючи означення спряженого відображення до оберненого перетворення Фур'є, дійсно одержимо, що $\frac{1}{(2\pi)^n}\langle\widehat{f},\widehat{U}_s\widehat{\varphi}\rangle = \langle f, U_s\varphi\rangle$.

Теорема 1. *Відображення* $D'(\mathbb{R}^n_+) \ni f \to \widehat{T}_f \in L(\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+))$ *здійснює ізоморфізм алгебри* $D'(\mathbb{R}^n_+)$ *на* $[\widehat{U}_s]^c$ *– комутант* (C_o) *-напівгрупи операторів* $\widehat{U}_s$ *в алгебрі* $L(\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+))$.

Д о в е д е н н я. Нехай $f \in D'(\mathbb{R}^n_+)$, $\widehat{\varphi} \in \mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)$. Тоді згідно з формулою (1) запишемо

$$(\widehat{T}_f \widehat{\varphi})(s) = \frac{1}{(2\pi)^n} \langle \widehat{f}, \, \widehat{U}_s \widehat{\varphi} \rangle.$$

Далі,

$$(\widehat{T}_f \widehat{U}_r \widehat{\varphi})(s) = \frac{1}{(2\pi)^n} \langle \widehat{f}, \, \widehat{U}_s \circ \widehat{U}_r \widehat{\varphi} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^n} \langle \widehat{f}, \, \widehat{U}_r \circ \widehat{U}_s \widehat{\varphi} \rangle = (\widehat{U}_r \widehat{T}_f \widehat{\varphi})(s).$$

З іншої сторони, нехай оператор $M \in L(\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+))$ задовольняє умову

$$M \widehat{U}_s \widehat{\varphi} = \widehat{U}_s M \widehat{\varphi} \;\; \forall \widehat{\varphi} \in \mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+), \;\; \forall s \in \mathbb{R}^n_+.$$

Означимо лінійний функціонал $\widehat{f} \in \widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)$ наступною формулою: $\langle \widehat{f}, \widehat{\varphi} \rangle = (2\pi)^n (M\widehat{\varphi})(0)$. В останній формулі замінимо $\widehat{\varphi}$ на $\widehat{U}_s \widehat{\varphi}$:

$$\langle \widehat{f}, \widehat{U}_s \widehat{\varphi} \rangle = (2\pi)^n (M \widehat{U}_s \widehat{\varphi})(0) = (2\pi)^n (\widehat{U}_s M \widehat{\varphi})(0) = (2\pi)^n (M\widehat{\varphi})(s). \;\; \diamondsuit$$

Теорема 2. *Перетворення Лапласа розподілів з* $D'(\mathbb{R}^n_+)$ *, означене формулою*

$$\langle \widehat{Q_\eta f}(\xi), \widehat{\varphi}(\xi) \rangle = \langle f, \, Q_\eta \varphi \rangle \;\; \forall \varphi \in D(\mathbb{R}^n_+), \forall z = \xi + i\eta \in \mathbb{R}^n + i\mathbb{R}^n_+,$$

де $Q_\eta = e^{(t,\eta)}$ *– напівгрупа множення Фур'є-оригіналів на експоненту, здійснює алгебричний ізоморфізм згорткової алгебри* $D'(\mathbb{R}^n_+)$ *на алгебру* $\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+) = \{\widehat{f}(z) = \widehat{Q_\eta f}(\xi) \, : \, f \in D'(\mathbb{R}^n_+)\}$.

Д о в е д е н н я. Дійсно, можемо розписати

$$\langle \widehat{Q_\eta f}(\xi), \, \widehat{\varphi}(\xi) \rangle = \langle Q_\eta f(\xi), \varphi(\xi) \rangle = \langle f(\xi), \, Q_\eta \varphi(\xi) \rangle$$

на підставі того, що Q_η – напівгрупа класу (C_o), яка є одностайно неперервною.

Навпаки, $\langle f(\xi), \, Q_\eta \varphi(\xi) \rangle = \langle Q_\eta f(\xi), \varphi(\xi) \rangle = \langle \widehat{Q_\eta f}(\xi), \, \widehat{\varphi}(\xi) \rangle \; \forall \xi \in \mathbb{R}^n$.

Покажемо аналітичність $\widehat{Q_\eta f}(\xi)$ при $\eta \in \mathbb{R}^n_+$. Нехай $f \in D'(\mathbb{R}^n_+)$ – розподіл, що задовольняє умову $\widehat{f} = F^* f$. Підпростір $D(\mathbb{R}^n_+)$ щільний в $D'(\mathbb{R}^n_+)$ з сильною топологією, тоді існує послідовність $f_m \in D(\mathbb{R}^n_+)$ така, що $\lim\limits_{m \to \infty} f_m = f$.

З теореми 1 випливає, що простір $D'(\mathbb{R}^n_+)$ ізоморфний підалгебрі $[U_s]^c$ операторів в алгебрі $L(D(\mathbb{R}^n_+))$, які комутують з оператором зсуву U_s. Білінійне відображення $\langle f, \, \varphi \rangle \; \to \; f * \varphi$ за теоремою Банаха–Штейнгауза є рівномірно неперервним за змінною $\varphi \in D(\mathbb{R}^n_+)$ в силу бочковості $D(\mathbb{R}^n_+)$, тому топології рівномірної збіжності на обмежених множинах і на скінченних множинах співпадають в алгебрі $[U_s]^c$. Тобто $[U_s]^c$ є повною підалгеброю в топології поточкової збіжності. Зокрема, $\lim\limits_{m \to \infty} (f_m * \varphi) = f * \varphi$ для всіх $\varphi \in D(\mathbb{R}^n_+)$.

Відомо [1], що $f * \varphi \in D(\mathbb{R}^n_+)$, тому Фур'є-образи функцій вигляду $Q_\eta(f_m * \varphi) = (f_m * \varphi) e^{(t, \, \eta)}$ при $\eta \in \mathbb{R}^n_+$ є аналітичними. Оскільки $D(\mathbb{R}^n_+) = \liminf\limits_{\nu \to \infty} D^\nu(\mathbb{R}^n_+)$ ($\varphi \in D^\nu(\mathbb{R}^n_+)$ означає, що $\operatorname{supp} \varphi \subset [0, \nu] \times \ldots \times [0, \nu] = [0, \nu]^n$), то існує число $\nu > 0$ таке, що для деякого $\varepsilon > 0$ маємо $\sup\limits_m \sup\limits_{\eta \in (B_\nu \setminus B_\varepsilon) \cap \mathbb{R}^n_+} \|Q_\eta(f_m * \varphi)\|_{0,\nu} \leq \sup\limits_m \|(f_m * \varphi)\|_{0,\nu} = C < \infty$, де B_ν і B_ε – кулі радіусів ν та ε, $\nu > \varepsilon$, і $\|\varphi\|_{0,\nu} =$

$= \sup\limits_{t\in B_\nu\cap\mathbb{R}^n_+} |\varphi(t)|$ – норма підпростору $D^\nu(\mathbb{R}^n_+)$. Звідси випливає обмеженість послідовності аналітичних функцій $\{Q_\eta\widehat{(f_m*\varphi)}(z)\}$ числами $C|\eta|^{-1}(1-e^{(\nu,\,\eta)})$ у шарі $\eta\in(B_\nu\backslash B_\varepsilon)\cap\mathbb{R}^n_+$. За теоремою Монтеля послідовність $\{Q_\eta\widehat{(f_m*\varphi)}(z)\}$ містить підпослідовність $\{Q_\eta\widehat{(f_{m_k}*\varphi)}(z)\}$, що рівномірно збігається до деякої аналітичної функції $\widehat{h}_\varphi(z)$ при $\eta\in(B_\nu\backslash B_\varepsilon)\cap\mathbb{R}^n_+$. Тоді $\widehat{h}_\varphi$ належить Фур'є-образу алгебри $[U_s]^c$. Кожен оператор алгебри $[U_s]^c$ має вигляд згортки f_1* з деяким розподілом $f_1\in D'(\mathbb{R}^n_+)$ [1, гл. I, § 4.7]. Тому $\widehat{h}_\varphi(z)=\widehat{(f_1*\varphi)}(z)$ при $\eta\in(B_\nu\backslash B_\varepsilon)\cap\mathbb{R}^n_+$ і на підставі єдиності границі $f_1=f$.

Отже, для всіх $\varphi,\psi\in D(\mathbb{R}^n_+)$

$$\langle\widehat{(f*\varphi)}(\xi+i\eta),\,\widehat{\psi}(\xi)\rangle=\langle\widehat{(f*\varphi)}(\xi),\,\widehat{Q_\eta\psi}(\xi)\rangle=$$

$$=\langle f*\varphi,\,Q_\eta\psi\rangle=\langle Q_\eta(f*\varphi),\,\psi\rangle=\langle\widehat{Q_\eta f}\cdot\widehat{Q_\eta\varphi},\widehat{\psi}\rangle,$$

тобто $\widehat{(f*\varphi)}(\xi+i\eta)=\widehat{Q_\eta f}(\xi)\cdot\widehat{Q_\eta\varphi}(\xi)$ аналітична при $\eta\in(B_\nu\backslash B_\varepsilon)\cap\mathbb{R}^n_+$. Звідси випливає аналітичність $\widehat{Q_\eta f}(\xi)=\widehat{f}(\xi+i\eta)$ в $\mathbb{C}^n_+=\mathbb{R}^n+i\mathbb{R}^n_+$ з урахуванням довільності вибору ν та ε. $\diamondsuit$

Наслідок. *Справджуються такі алгебричні ізоморфізми:*

$$\widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)\simeq\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)\ \text{\textit{та}}\ \mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)\simeq[U_s]^c,$$

де $[U_s]^c$ *– підалгебра в алгебрі* $L(D(\mathbb{R}^n_+))$ *операторів, які комутують з оператором зсуву* U_s, *з операцією композиції замість множення.*

Д о в е д е н н я випливає з попередніх міркувань. Безпосередньо з означення відображення $(F^{-1})'$ та теореми 2 випливає ізоморфізм $\widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)$ та $\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)$, а з теореми 1 – ізоморфізм $\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)$ і $[U_s]^c$. $\diamondsuit$

2. Нехай $-iA_k$ є генераторами (C_o)-напівгруп $\{e^{it_kA_k}\}$, які діють у банахових просторах $E_k, k=\overline{1,n}$. (C_o)-напівгрупа $\mathbb{R}^n_+\ni t\to e^{it\mathcal{A}}=e^{-i(t_1\mathcal{A}_1+\dots+t_n\mathcal{A}_n)}$ діє на поповненні проективного тензорного добутку $E=E_1\widehat{\otimes}\cdots\widehat{\otimes}E_n$, де $\mathcal{A}_k$ позначає оператор $\mathcal{A}_k=I_1\otimes\cdots\otimes A_k\otimes\cdots\otimes I_n$, а I_k – тотожний оператор у відповідному банаховому просторі E_k. Для кожного $k=\overline{1,n}$ справджується оцінка $\|e^{-it_k\mathcal{A}_k}\|\le 1$ і, крім того, $\mathrm{Ker}\,(e^{-it_k\mathcal{A}_k})=\{0\}$. Тоді алгебра $\mathcal{H}(\mathcal{A})=$ $=\left\{\widehat{\varphi}(\mathcal{A})=\int_{\mathbb{R}^n_+}e^{-it\mathcal{A}}\varphi(t)dt\,:\,\varphi\in D(\mathbb{R}^n_+,E)\right\}$, де $D(\mathbb{R}^n_+,E)$ – простір основних функцій, визначених в $\mathbb{R}^n_+$ зі значеннями в банаховому просторі E, є підалгеброю в алгебрі $L(E)$ і відображення $\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+)\ni\widehat{\varphi}(z)\to\widehat{\varphi}(\mathcal{A})\in\mathcal{H}(\mathcal{A})$ є гомоморфізмом алгебр.

Для кожної функції $\widehat{f}(z)\in\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)$ означимо оператор

$$\mathcal{H}(\mathcal{A})\ni\widehat{\varphi}(\mathcal{A})\to\widehat{f}(\mathcal{A})\widehat{\varphi}(\mathcal{A})=\int_{\mathbb{R}^n_+}e^{-it\mathcal{A}}(f\star\varphi)(t)dt\in\mathcal{H}(\mathcal{A}).$$

Теорема 3. *Відображення вигляду*

$$\Phi\,:\,\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)\ni\widehat{f}(z)\to\widehat{f}(\mathcal{A})\in L(\mathcal{H}(\mathcal{A}))$$

є неперервним гомоморфізмом алгебри аналітичних функцій в алгебру операторів $L(\mathcal{H}(\mathcal{A}))$. *Зокрема, виконується відповідність* $\widehat{f}(z)\cdot\widehat{g}(z)\to\widehat{f}(\mathcal{A})\circ\widehat{g}(\mathcal{A})$ $\forall\widehat{f}(z),\widehat{g}(z)\in\mathcal{H}'(\mathbb{R}^n+i\mathbb{R}^n_+)$, *а оператор* $\widehat{\delta}(\mathcal{A})$ *розширюється до одиничного* I_E.

Д о в е д е н н я. Відомо [3], що кожен елемент $\varphi(t) \in D(\mathbb{R}^n_+, E)$ розкладається в абсолютно збіжний ряд вигляду $\varphi(t) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \lambda_n x_n \otimes \varphi_n(t)$, де $\sum\limits_n |\lambda_n| < \infty$ і послідовності $\varphi_n(t)$ та x_n прямують до нуля при $n \to \infty$ відповідно в просторах $D(\mathbb{R}^n_+)$ та E. Користуючись абсолютною збіжністю ряду, а також неперервністю відображення (1), приходимо до висновку, що білінійне відображення

$$D'(\mathbb{R}^n_+) \times D(\mathbb{R}^n_+, E) \ni (f, \varphi) \to (f \star \varphi)(t)$$

є нарізно неперервним. Оскільки U_s є (C_o) -напівгрупою операторів, то з властивостей інтеграла Бохнера випливає нарізна неперервність білінійного відображення $D'(\mathbb{R}^n_+) \times D(\mathbb{R}^n_+, E) \ni (f, \varphi) \to \widehat{f}(\mathcal{A})\widehat{\varphi}(\mathcal{A})$.

Узагальнене перетворення Фур'є F^* розподілів з простору $D'(\mathbb{R}^n_+)$, а також відображення $D(\mathbb{R}^n_+) \ni \varphi(t) \to \widehat{\varphi}(\mathcal{A}) \in \mathcal{H}(\mathcal{A})$ є ізоморфізмами, тому білінійне відображення

$$\omega \, : \, \widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+) \times \widehat{D}(\mathbb{R}^n_+, E) \ni (\widehat{f}, \widehat{\varphi}) \to \widehat{f}(\mathcal{A})\widehat{\varphi}(\mathcal{A}) \tag{2}$$

є теж нарізно неперервним. Простір $\widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)$ – бочковий як індуктивна границя просторів Фреше [2, с. 198]. Тому до відображення (2) можна застосувати теорему Банаха–Штейнгауза, яка гарантує одностайну неперервність відображення ω. А оскільки $\widehat{D}'(\mathbb{R}^n_+)$ ізоморфний алгебрі $\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)$, то звідси випливає неперервність відображення Φ з алгебри $\mathcal{H}'(\mathbb{C}^n_+)$ в алгебру $L(\mathcal{H}(\mathbb{C}^n_+))$.

Гомоморфізм алгебр доводиться безпосередньо. $\diamondsuit$

1. *Владимиров В. С.* Обобщённые функции в математической физике. – М.: Наука, 1976. – 280 с.
2. *Иосида К.* Функциональный анализ. – М.: Наука, 1967. – 624 с.
3. *Grothendieck A.* Produits tensoriels topologiques et espaces nucleaires // Mem. Amer. Math. Soc. – 1955. – **16**, No. 11. – P. 1–140.
4. *Lopushansky O., Sharyn S.* Operator calculus for convolution algebras of Schwartz distributions on semiaxis // Мат. студії. – 1997. – **7**, № 1. – С. 63–74.

**ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ
НАД БАНАХОВЫМИ ПРОСТРАНСТВАМИ В КОНУСЕ $\mathbb{R}^n_+$**

Рассмотрено построение функционального исчисления от (C_o) -полугрупп операторов в банаховых пространствах для положительного n -мерного угла. Доказаны теоремы об изоморфизмах сверточных алгебр коммутантам (C_o) -полугрупп операторов.

**FUNCTIONAL CALCULUS
OVER BANACH SPACES IN CONE $\mathbb{R}^n_+$**

The construction of functional calculus for (C_o) -semigroups of operators in Banach spaces for positive n -dimension angle is considered. The theorems about isomorphisms of convolution algebras to commutants of (C_o) -semigroups of operators are proved.

Прикарпат. ун-т
ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ

Одержано
06.11.03