УДК 517.524

З. Г. Новосад

ОПЕРАТОРИ КОМПОЗИЦІЇ НА ПРОСТОРАХ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ГІЛЬБЕРТОВОГО ПРОСТОРУ

У роботі досліджуються спектральні властивості операторів композиції на гільбертовому просторі аналітичних функцій, які визначені на одиничній гільбертовій кулі. Доведено спектральну теорему для таких операторів.

Вступ. Простори аналітичних функцій від нескінченної кількості змінних є стандартним об'єктом у нескінченновимірному аналізі. Основні результати з теорії таких просторів викладені в монографіях [4], [5], [8]. Серед лінійних операторів, які діють на вказаних просторах аналітичних функцій вирізняються оператори композиції з аналітичними відображеннями, які не виводять за межі даного класу функцій. Точніше, нехай U_1, U_2 — відкриті множини у комплексних банахових просторах X_1 та X_2 і $\mathcal{A}_1$ та $\mathcal{A}_2$ — деякі лінійні простори аналітичних функцій на U_1 та U_2, відповідно. Якщо $F : X_1 \to X_2$ — аналітичне відображення таке, що $f(F(x)) \in \mathcal{A}_1$ для кожної функції $f \in \mathcal{A}_2$, то відображення $T_F : f \mapsto f \circ F$ є лінійним оператором з $\mathcal{A}_2$ в $\mathcal{A}_1$. Якщо, крім того, $\mathcal{A}_1$ і $\mathcal{A}_2$ є алгебрами відносно поточкового множення, то T_F є гомоморфізмом алгебр. У [9] показано, що якщо $X = X_1 = X_2 = U_1 = U_2$ — простір Цірельсона, то всі гомоморфізми алгебри цілих функцій обмеженого типу на X задаються відображеннями T_F. У [3] показано, що серед відображень вигляду T_F є гіперциклічні оператори на просторі слабко рівномірно неперервних на обмежених множинах цілих функцій обмеженого типу.

Метою цієї статті є дослідження операторів композиції з аналітичними відображеннями на гільбертових просторах аналітичних функцій від нескінченної кількості змінних.

Нехай E — комплексний гільбертів простір зі скалярним добутком $(\cdot \mid \cdot)$ і ортогональним базисом (e_k). Позначимо через E^∞ ℓ_2–суму просторів

$$\otimes_s^n E = \underbrace{E \otimes_s E \otimes_s \cdots \otimes_s E}_{n}, \qquad n = 0, 1, \ldots, \infty,$$

де $\otimes_s^n E$ — n–тий симетричний гільбертів тензорний степінь простору E. Зауважимо, що простір E^∞ в літературі називають симетричним простором Фока, при цьому вектори $e_{(i)}^{(k)} := e_{i_1}^{k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s e_{i_m}^{k_m}$, де $i_1, \ldots, i_m$ — попарно різні, породжують ортогональний базис в E^∞ і

$$\|e_{(i)}^{(k)}\|^2 = \frac{k_1! \cdots k_n!}{(k_1 + \cdots + k_n)!},$$

(детальніше див. [1], [10]). Позначимо $x^k := \underbrace{x \otimes \cdots \otimes x}_{k}$.

У [2], [6] показано, що для довільного $w \in E^\infty$ існує аналітична функція f на одиничній кулі $B \subset E$ така, що

$$f(x) = \langle \eta(x) \mid w \rangle, \tag{1}$$

де $\eta(x) = 1 + x + \cdots + x^n + \cdots$, $\|x\| < 1$, $\langle \cdot \mid \cdot \rangle$ — скалярний добуток в E^∞. При цьому, якщо $w = \sum\limits_{k=0}^{\infty} w_k$ — формальний розклад w по елементах

$w_k \in \otimes_s^k E$, то $f_k(x) = \langle \eta(x) \mid w_k \rangle = \langle x^{(k)} \mid w_k \rangle$ — k–однорідний поліном на E і $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(x)$ — розклад функції f в ряд Тейлора на B.

Простір аналітичних функцій, визначених формулою (1), з нормою

$$\|f\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \|f_k\|^2 := \sum_{k=0}^{\infty} \|w_k\|^2 < \infty$$

позначатимемо $\mathcal{H}^2(B)$. Зауважимо, що у випадку $\dim E = 1$ простір $\mathcal{H}^2(B)$ збігається з класичним простором Харді. Властивості простору $\mathcal{H}^2(B)$ досліджувались в [2], [7].

1. Дія аналітичних відображень на $\mathcal{H}^2(B)$. Як було зауважено, відображення $\eta(x)$ коректно визначено тільки для тих $x \in E$, що $\|x\| < 1$. Справді,

$$\|\eta(x)\|^2 = \langle \eta(x) \mid \eta(x) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \|x\|^{2k} = \frac{1}{1 - \|x\|^2} < \infty$$

тоді, і тільки тоді, коли $\|x\| < 1$. Проте, можна надати зміст виразу $\langle \eta(x) \mid \cdot \rangle$ для довільного $x \in E$. Нехай P — довільний поліном з $\mathcal{H}^2(B)$. Оскільки поліном завжди визначений на всьому просторі, то значення $P(x)$ існує для довільного $x \in E$. З іншого боку, якщо $x \in B$, то $P(x) = \langle \eta(x) \mid w_p \rangle$ для відповідного $w_p \in E^\infty$. Тому ми можемо вважати, що вираз $\langle \eta(x) \mid w_p \rangle$ є визначеним для всіх $x \in E$.

Зауважимо, що простір поліномів щільний в $\mathcal{H}^2(B)$ [3]. Тому для кожної точки $x \in E$ існує щільний підпростір $D_x = \{\omega_f \in E^\infty : |\langle \eta(x) \mid \omega_f \rangle| < \infty\}$. Кожен елемент ω_f з цього підпростору коректно визначає функцію $\langle \eta(x) \mid \omega_f \rangle := f(x)$, $\omega_f \in D_x$. Для довільної множини $V \in E$, $\cap_{x \in V} D_x$ — щільний підпростір, оскільки він містить всі вектори ω_p, які відповідають поліномам з $\mathcal{H}^2(B)$.

Нехай $F : B \to E$ аналітичне відображення, яке в композиції з довільним функціоналом $v \in E'$ дає аналітичну функцію $v(F(x)) \in \mathcal{H}^2(B)$. Позначимо $\Lambda_F : E' \to (E^\infty)'$ лінійний оператор $\Lambda_F : v \to \varphi$ такий, що $v(F(x)) = \varphi(\eta(x)) \in \mathcal{H}^2(B)$.

Теорема 1. *Оператор Λ_F є неперервним.*

Д о в е д е н н я. Припустимо, що $v_n \to v_0$ в E' і $\Lambda_F(v_n) \to \varphi_0$ в $(E^\infty)'$. З того, що v_n прямує до v_0 в сильній топології випливає, що v_n прямує до v_0 в слабкій топології. Зокрема, $v_n(F(x)) \to v_0(F(x))$ при $n \to \infty$. Крім того, за означенням Λ_F, $v_n(F(x)) = \Lambda_F[v_n(\eta(x))]$. Тому $\varphi_0(\eta(x)) = v_0(F(x))$. Отже, $\varphi_0 = \Lambda_F v_0$. Таким чином, оператор Λ_F має замкнений графік. Оскільки він визначений для довільного $v \in E'$, то за теоремою про замкнений графік Λ_F — неперервний. Теорему доведено.

Позначимо $\mathcal{H}^2(B, E)$ клас всіх аналітичних відображень з теореми 1 з нормою $\|F\| := \|\Lambda_F\| = \sup \|\Lambda_F(v)\|_{(E^\infty)'} = \sup_{\|v\|=1} \sup_{\|\varphi\| \le 1} \|\varphi(\Lambda_F(v))\|$, де $v \in E'$, $\varphi \in (E^\infty)'$.

Нехай $F \in \mathcal{H}^2(B, E)$. Визначимо оператор $T_F : \mathcal{H}^2(B) \to \mathcal{H}^2(B)$ формулою $T_F(f)(x) = f(F(x))$. Областю визначення $D(T_F)$ цього оператора є множина функцій f з $\mathcal{H}^2(B)$, для яких $f \circ F(x) \in \mathcal{H}^2(B)$.

Теорема 2. *Оператор T_F — щільновизначений. Якщо образ одиничної кулі $F(B)$ — обмежена множина, то T_F — замкнений оператор. Якщо $F : B \to B$, то T_F — неперервний.*

Д о в е д е н н я. Оскільки, згідно з означенням, звуження оператора T_F на простір лінійних неперервних функціоналів E' збігається з Λ_F, то $E' \in D(T_F)$. З цього випливає, що всі поліноми скінченного типу (скінченні суми скінченних добутків лінійних функціоналів) належать області визначення оператора T_F. З щільності поліномів скінченного типу в $\mathcal{H}^2(B)$ отримуємо щільність $D(T_F)$.

Нехай $F : B \to B$. Доведемо неперервність оператора T_F, використовуючи теорему про замкнений графік. Припустимо, що $f_n \to f_0$, $T_F(f_n) \to g_0$ при $n \to \infty$. Треба показати, що $g_0 = T_F(f_0)$.

Оскільки $T_F(f_n)(x) = f_n(F(x))$, то $f_n(F(x)) \to f_0(F(x))$ для кожного $x \in B$. Нехай $f_n(x) = \langle \eta(x) \mid w_n \rangle$, $f_0(x) = \langle \eta(x) \mid w_0 \rangle$. Оскільки f_n прямує до f_0 в сильній топології простору $\mathcal{H}^2(B)$, то w_n прямує до w_0 в сильній топології простору E^∞ і тому w_n прямує до w_0 в слабкій топології, тобто для довільного $z \in E^\infty$, $\langle z \mid w_n \rangle \to \langle z \mid w_0 \rangle$ при $n \to \infty$. Тому для кожного $x \in B$, $T_F(f_n)(x) = f_n(F(x)) = \langle \eta(F(x)) \mid w_n \rangle \to \langle \eta(F(x)) \mid w_0 \rangle$ при $n \to \infty$. Звідси маємо $T_F(f_n)(x) \to T_F(f_0)(x)$ при $n \to \infty$, і також $T_F(f_n)(x) \to g_0$ при $n \to \infty$. Отже, $T_F(f_0)(x) = g_0$. За теоремою про замкнений графік оператор T_F — неперервний.

Тепер нехай $F : B \to E$ і $F(B)$ — обмежена множина. Покажемо, що оператор T_F — замкнений. Нехай $f_n(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} P_k^n(x) \to f_0(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} P_k^0(x)$ при $n \to \infty$, $f_n \in D(T_F)$ і $T_F(f_n) \to g_0 \in \mathcal{H}^2(B)$ при $n \to \infty$, де $g_0 = \sum\limits_{k=0}^{\infty} Q_k^0(x)$, P_k^n, P_k^0, Q_k^0 — k–однорідні поліноми. Потрібно показати, що $f_0 \in D(T_F)$ і $g_0 = T_F(f_0)$.

Доведемо спочатку замкненість T_F для аналітичного відображення вигляду: $F(x) = A(x) + h_0$, де $h_0 \in B$, $A : B \to E$, A — лінійний оператор. Для функцій $f_n, f_0 \in \mathcal{H}^2(B)$ покладемо $f_{n,m} = \sum\limits_{k=0}^{m} P_k^n$, $f_{0,m} = \sum\limits_{k=0}^{m} P_k^0$. Тоді для кожного m, $f_{n,m} \to f_{0,m}$ при $n \to \infty$, $f_{n,m} \in D(T_F)$, $f_{0,m} \in D(T_F)$ і $T_F(f_{n,m}) \to T_F(f_{0,m})$ при $n \to \infty$.

Таким чином,

$$T_F(f_{n,m}(x)) = T_F\Big(\sum_{k=0}^{m} P_k^n(x)\Big) = f_{n,m}(F(x)) = f_{n,m}(A(x) + h_0) =$$

$$\sum_{k=0}^{m} P_k^n(A(x) + h_0) = \sum_{k=0}^{m}\sum_{j=0}^{k} C_j^{k-j}\overline{P}_k(\underbrace{A(x), \ldots, A(x)}_{j}, \underbrace{h_0, \ldots, h_0}_{k-j}),$$

де $\overline{P_k}$ — k–лінійна симетрична форма, що відповідає поліному P_k. Як бачимо, оператор T_F не збільшує степінь многочлена. Тобто послідовність многочленів $T_F(f_{n,m})$ прямує до $g_{0,m}$ при $n \to \infty$. З іншого боку, очевидно, що для кожного $x \in E$, $T_F(f_{n,m})(x) = f_{n,m}(A(x) + h_0) \to f_{0,m}(A(x) + h_0) = T_F(f_{0,m})(x)$ при $n \to \infty$. Отже, $T(f_{0,m}) = g_{0,m}$. Оскільки для кожного m, $T(f_{0,m}) = g_{0,m}$, то спрямувавши $m \to \infty$, отримаємо $T_F(f_0) = g_0$.

Нехай тепер $F : B \to E$ має довільний вигляд і $F(B)$ — обмежена множина, що міститься в кулі радіуса r. Зафіксуємо точку $x_0 \in B$. Розглянемо оператор $A_r(x) = \dfrac{x}{r}$, $x \in E$. Тоді $A_r(F(B) - x_0) = \dfrac{1}{r}(F(B) - x_0) \in B$. Нехай $G = A_r \circ F - A_r(x_0)$, тоді T_G — неперервний оператор за доведеним вище. При цьому аналітичне відображення F має вигляд: $F(x) = A_{r^{-1}}(G(x)) + A_r(x_0)$.

Тому

$$T_F(f) = T_{A_{r-1}\circ G + A_r(x_0)}(f) = f(A_{r-1}(G(x)) + A_r(x_0)) = T_{A_{r-1}+A_r(x_0)} \circ T_G(f).$$

Оператор $T_{A_{r-1}+A_r(x_0)}$ має замкнений графік. Отже, оператор T_F замкнений як композиція замкненого і неперервного операторів. Теорему доведено.

2. Самоспряжені оператори і спектральна теорема на просторі $\mathcal{H}^2(B)$.

Теорема 3. *Нехай $F : B \to B$. Оператор T_F — самоспряжений тоді, і тільки тоді, коли F — самоспряжений лінійний оператор.*

Д о в е д е н н я. Позначимо $\widehat{x} = \eta(x)$. Нехай $f = \widehat{z}^*$, $\widehat{z}^*(x) = \langle \widehat{x} \mid \widehat{z} \rangle$. Внаслідок самоспряженості F маємо:

$$\begin{aligned}
\widehat{z}^*(F(x)) = \langle \widehat{F(x)} \mid \widehat{z} \rangle = \\
&1 + (F(x) \mid z) + (F(x) \mid z)^2 + \dots + (F(x) \mid z)^n + \dots = \\
&1 + (x \mid F(z)) + (x \mid F(z))^2 + \dots + (x \mid F(z))^n + \dots = \langle \widehat{x} \mid \widehat{F(z)} \rangle.
\end{aligned}$$

Отже, якщо F — лінійний самоспряжений оператор з B в B, то T_F — самоспряжений і обмежений.

Припустимо, що T_F — самоспряжений оператор. Нехай $F = \sum_k F_k$, де F_k — однорідні поліноми. Тоді для довільного k-однорідного полінома f_k маємо

$$\langle T_F(g_1) \mid f_k \rangle = \langle g_1(F_k(x)) \mid f_k \rangle = \langle g_1 \mid T_F(f_k) \rangle = \Big\langle g_1 \mid f_k\Big(\sum_k F_k(x)\Big)\Big\rangle = 0,$$

якщо $k \neq 1$. Отже, $F_k = 0$ при $k \neq 1$. Тому $F = F_1$ — лінійний і самоспряжений. Теорему доведено.

Нехай A — компактний самоспряжений оператор. Відомо, що власні вектори оператора A утворюють ортогональну систему. Без втрати загальності будемо вважати, що $\{e_k\}$ — система власних векторів, а λ_k — відповідні власні значення. Позначимо $e_k^* = \langle \cdot \mid e_k \rangle$.

Теорема 4. *Нехай A — компактний самоспряжений оператор. Тоді T_A — самоспряжений з дискретним спектром і компактний на деякому нескінченновимірному підпросторі. При цьому власні вектори оператора T_A мають вигляд $f_{k_1 \dots k_n} = e_{k_1}^* \cdots e_{k_n}^*$ і має місце такий спектральний розклад:*

$$T_A(f_{k_1 \dots k_n}) = \lambda_{k_1} \cdots \lambda_{k_n} f_{k_1 \dots k_n}.$$

Д о в е д е н н я. Нехай $x \in E$, $x = \sum x_k e_k$. Оскільки A — компактний самоспряжений оператор, то $Ax = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k x_k e_k$, де $\lambda_1, \dots, \lambda_k, \dots$, ($|\lambda_k| < 1$, $k \in N$) — власні значення і $e_1, \dots, e_n, \dots$ — власні вектори оператора A. $T_A(f) = f(Ax) = f\Big(\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k x_k e_k\Big) = \lambda f(x)$.

Нехай $f = f_1$ — лінійний функціонал, $f_1 = e_k^*$. Тоді

$$e_k^*(Ax) = \langle Ax \mid e_k \rangle = \Big\langle \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k x_k e_k \mid e_k \Big\rangle = \lambda_k x_k f(e_k) = \lambda_k f(x_k e_k) = \lambda_k f(x).$$

Нехай $f = e^*_{k_1} e^*_{k_2}$, тоді

$$e^*_{k_1} e^*_{k_2}(Ax) = \langle (Ax)^2 \mid e_{k_1} \otimes e_{k_2} \rangle = \Big\langle \Big(\sum_j \lambda_j x_j e_j \Big)^2 \mid e_{k_1} \otimes e_{k_2} \Big\rangle =$$
$$\Big\langle \Big(\lambda_{k_1} \lambda_{k_2} x_{k_1} x_{k_2} e_{k_1} e_{k_2} + \Big(\sum_{j \neq k_1, k_2} \lambda_j x_j e_j \Big)^2 \Big) \mid e_{k_1} \otimes e_{k_2} \Big\rangle =$$
$$\langle \lambda_{k_1} \lambda_{k_2} x_{k_1} x_{k_2} e_{k_1} e_{k_2} \mid e_{k_1} \otimes e_{k_2} \rangle = \lambda_{k_1} \lambda_{k_2} f(x_{k_1} x_{k_2} e_{k_1} e_{k_2}).$$

В загальному випадку $f = f_{k_1 \ldots k_n}(x) = e^*_{k_1} \cdots e^*_{k_n}(x)$, тоді аналогічним чином отримаємо: $e^*_{k_1} \cdots e^*_{k_n}(Ax) = e^*_{k_1}(Ax) \cdots e^*_{k_n}(Ax) = \lambda_{k_1} \cdots \lambda_{k_n} e^*_{k_1}(x) \cdots e^*_{k_n}(x)$. Отже, $T_A(f_{k_1 \ldots k_n}) = \lambda_{k_1} \cdots \lambda_{k_n} f_{k_1 \ldots k_n}$.

Якщо всі власні значення оператора A менші за одиницю, то оператор T_A — компактний, оскільки його власні значення $\lambda_{k_1} \cdots \lambda_{k_n}$ при власних векторах $e^*_{k_1} \cdots e^*_{k_n}$ прямують до нуля. Інших власних векторів немає, бо система $\{e^*_{k_1} \cdots e^*_{k_n}\}$ повна в $(E^\infty)'$ і власні вектори є лінійно незалежними.

Оскільки множина власних значень компактного оператора A, які більші за одиницю, є скінченною, то оператор T_A є обмеженим і компактним на деякому нескінченновимірному підпросторі. Теорему доведено.

Теорема 5. *Якщо T_A — самоспряжений оператор, то існує розклад одиниці $\underbrace{\mathcal{E}_t \otimes \cdots \otimes \mathcal{E}_t}_{n}$ в E^n, такий що*

$$T_A = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\sigma(A)} \cdots \int_{\sigma(A)} \lambda_1 \cdots \lambda_n d\mathcal{E}(\lambda_1) \otimes \cdots \otimes d\mathcal{E}(\lambda_n).$$

Д о в е д е н н я. Нехай $x = \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(x)$, $\mathcal{E}_t$ — розклад одиниці в E, який відповідає оператору A. Тоді $x_1 \otimes_s \cdots \otimes_s x_n = \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(x_1) \otimes_s \cdots \otimes_s \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(x_n)$. Нехай $w_n = \sum_k \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \underbrace{\otimes_s \cdots \otimes_s}_{n} \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k)$. Візьмемо $f_n(x) = \langle \underbrace{x \otimes \cdots \otimes x}_{n} \mid w_n \rangle$,

$$f_n(Ax) = \Big\langle \underbrace{Ax \otimes \cdots \otimes Ax}_{n} \mid \sum_k \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \underbrace{\otimes_s \cdots \otimes_s}_{n} \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \Big\rangle =$$
$$\sum_k \Big\langle Ax \mid \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \Big\rangle^n = \sum_k \Big\langle \int_{\sigma(A)} t d\mathcal{E}_t(x) \mid \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \Big\rangle^n =$$
$$\sum_k \Big(\int_{\sigma(A)} t \langle d\mathcal{E}_t(x) \mid \int_{\sigma(A)} d\mathcal{E}_t(y_k) \rangle \Big)^n =$$
$$\sum_k \Big(\int_{\sigma(A)} t_1 \langle d\mathcal{E}_{t_1}(x) \mid d\mathcal{E}_{t_1}(y_k) \rangle \Big) \cdots \Big(\int_{\sigma(A)} t_n \langle d\mathcal{E}_{t_n}(x) \mid d\mathcal{E}_{t_n}(y_k) \rangle \Big) =$$
$$\sum_k \int_{\sigma(A)} t_1 \cdots t_n \langle d\mathcal{E}_{t_1}(x) \mid d\mathcal{E}_{t_1}(y_k) \rangle \cdots \langle d\mathcal{E}_{t_n}(x) \mid d\mathcal{E}_{t_n}(y_k) \rangle =$$

$$\sum_k \int_{\sigma(A)} t_1 \cdots t_n \langle d\mathcal{E}_{t_1} \otimes_s \cdots \otimes_s d\mathcal{E}_{t_n}(\underbrace{x \otimes \cdots \otimes x}_{n}) \,|\, d\mathcal{E}_{t_1} \otimes_s \cdots \otimes_s d\mathcal{E}_{t_n}(\underbrace{y_k \otimes \cdots \otimes y_k}_{n}) \rangle =$$
$$\Big\langle \sum_k \int_{\sigma(A)} t_1 \cdots t_n d\mathcal{E}_{t_1} \otimes_s \cdots \otimes_s d\mathcal{E}_{t_n}(\underbrace{x \otimes \cdots \otimes x}_{n}) \,|\, w_n \Big\rangle.$$

Отже, $T_A(f_n) = \sum_n \Big\langle \int_{\sigma(A)} \cdots \int_{\sigma(A)} t_1 \cdots t_n d\mathcal{E}_{t_1} \otimes_s \cdots \otimes_s d\mathcal{E}_{t_n} \;|\; w_n \Big\rangle$. Теорему доведено.

Наслідок. *Нехай $P_n : \mathcal{H}^2(B) \to \mathcal{H}^2(B)$ — проектор на однорідні поліноми степеня n. Тоді розклад одиниці оператора T_A має вигляд:*

$$\underbrace{\mathcal{E}_t \otimes \cdots \otimes \mathcal{E}_t}_{n} \circ P_n.$$

1. *Березанський Ю. М, Кондратьев Ю. Г.* Спектральные методы в бесконечномерном анализе. – Київ: ІМ АН УРСР, 1978. – С. 7–8.
2. *Загороднюк А. В., Лопушанський О. В.* Класи функцій H_2 в одиничній кулі гільбертового простору // Доповіді Національної академії наук України, 2001. – № 5. – С. 13–18.
3. *Aron R., Bés J.* Hypercyclic Differentiation Operators// Contemporary Mathematics, 1999. – V. 232. – P. 39–46.
4. *Dineen S.* Complex Analysis in Locally Convex Spaces // Mathematics Studies, North–Holland, Amsterdam, New York, Oxford, 1981. – V. 57.
5. *Dineen S.* Complex Analysis on Infinite Dimensional Spaces// Monographs in Mathematics, Springer, New York, 1999.
6. *Lopushansky O., Zagorodnyuk A.* Hilbert spaces of analytic functions of infinitely many variables // Annales Polonici Mathematica – 2003. – V. 81, № 2. – P. 111–122.
7. *Lopushansky O. V., Zagorodnyuk A. V.* Function Hilbert spaces of infinitely many variables// Methods Funct. Anal. Topol. – 2004. – V. 10, № 2. – P. 13–20.
8. *Mujica J.* Complex Analysis in Banach Spaces// North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford, 1986.
9. *Mujica J.* Ideals of holomorphic functions on Tsirelson's space// Archiv der Mathematik – 2001. – V. 76. – P. 292–298.
10. *Reed M., Simon B.*Methods of modern mathematical physics// Academic press, New York, 1975.

ОПЕРАТОРЫ КОМПОЗИЦИИ НА ПРОСТРАНСТВАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ГИЛЬБЕРТОВОГО ПРОСТРАНСТВА

В статье исследуются спектральные свойства операторов композиции на гильбертовом пространстве аналитических функций, которые определены на единичном гильбертовом шаре. Доказана спектральная теорема для таких операторов.

COMPOSITION OPERATORS ON A SPACE OF ANALYTIC FUNCTIONS ON A HILBERT SPACE

In this paper the spectral properties of the composition operators on a Hilbert space of analytic functions which are defined on a unit Hilbert ball are investigated. The spectral theorem for such operators is proved.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Отримано
11.12.03