

ПРУЖНА ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ПІВПЛОЩИН ЗА ЛОКАЛЬНОГО ЗСУВУ ГРАНИЦЬ НА ДІЛЯНЦІ МІЖКОНТАКТНОГО ПРОСВІТУ

Досліджено взаємодію двох пружних ізотропних півплощин з ідентичних матеріалів, одна з яких має мілку поверхневу виїмку, при простому навантаженні [2], за якого відношення між прикладеними до тіл монотонно зростаючими зовнішніми нормальними та зсувними зусиллями залишається сталим. Задачу сформульовано з використанням принципу «защемленої» деформації [2, 21], тобто вважається, що відносний зсув берегів міжповерхневого зазору після входження їх у контакт не змінюється. Задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння відносно стрибка дотичних переміщень границь півплощин на ділянці міжконтактного зазору та до інтегрального рівняння Абеля відносно дотичних напружень, що виникають на сконтакттованих границях у межах виїмки. Для конкретної форми виїмки розв'язок отримано в замкнутому вигляді. Проаналізовано залежність контактних параметрів розглянутої системи від прикладених навантажень.

Вступ. Під час взаємодії тіл з узгодженими поверхнями між ними можуть виникати міжконтактні зазори, зумовлені локальними геометричними чи фізичними неоднорідностями границь або дією приповерхневих силових і теплових чинників. Вплив локальної відсутності контакту на механічну й термомеханічну поведінку тіл за відсутності сил тертя вивчався у працях [3–8, 10, 11, 19]. Досліджено фрикційну взаємодію рухомих тіл з узгодженими границями [9], коли кулонівські сили тертя виникають на всій поверхні дотику. Водночас для машинобудування, геомеханіки, біомеханіки, енергетики та інших галузей актуальним є виявлення закономірностей контактної поведінки структур за наявності на поверхнях спряження одночасно ділянок зчеплення, проковзування і відсутності контакту. Такі задачі для тіл з узгодженими границями ще не розглядалися.

Вплив зчеплення і проковзування на взаємодію тіл більш детально вивчався для випадку контактних пар з неузгодженими границями, для яких характерною є мала порівняно з розмірами тіл ділянка контакту [1, 11, 14–18, 20]. Відомо [2], що розв'язок контактної задачі з урахуванням виникнення і зміни ділянок проковзування істотно залежить від історії навантаження і, взагалі кажучи, вимагає дослідження на основі інкрементального підходу. Разом з тим у випадку тіл канонічної форми побудовано замкнені розв'язки задач про локальний контакт для певних типів навантаження, зокрема, простого навантаження, при якому зсувні та нормальні зусилля лінійно зв'язані [2].

У цій статті досліджено контактну взаємодію двох півплощин з узгодженими границями, одна з яких має локальну геометричну нерівність, за простого навантаження. Для побудови аналітичного розв'язку сформульованої задачі істотно використовується принцип «защемленої» деформації, згідно з яким взаємний зсув поверхонь, що виникає на ділянці зазору, після вступу їх у контакт залишається незмінним.

1. Формулювання задачі. Розглянемо контактну взаємодію двох пружних півплощин D_1 (нижньої) та D_2 (верхньої), матеріали яких ідентичні, тобто мають однакові модулі зсуву ($G_1 = G_2 = G$) і коефіцієнти Пуассона ($\nu_1 = \nu_2 = \nu$). Межа верхнього тіла прямолінійна, а межа нижнього прямолінійна скрізь, за винятком ділянки $x \in [-b, b]$, де вона має мілку пологу виїмку, форма якої описується функцією $r(x) = -r_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{3/2}$, $0 < r_0 \ll 1$.

Початково, за відсутності навантаження, тіла торкаються на ділянках $x \leq -b$ та $x \geq b$, а на ділянці $|x| < b$ внаслідок наявності виїмки виникає між ними зазор (просвіт) заввишки $r_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{3/2}$. Очевидно, що форма між-контактного зазору змінюватиметься, якщо до тіл будуть прикладені механічні навантаження.

Розглянемо квазістатичний процес навантаження півплощин одночасно прикладеними на нескінченності монотонно зростаючими рівномірно розподіленими стискуючими зусиллями інтенсивності P та зсувними зусиллями інтенсивності T . Вважаємо, що процес навантаження простий [2], тобто в кожен момент часу між прикладеними зусиллями існує лінійна залежність $T = f \cdot P$, де $0 < f < k_m$, k_m – коефіцієнт тертя.

При стиску півплощин їхні границі в області виїмки зближуються і вступають у контакт на нових ділянках, прилеглих до країв виїмки $x = \pm b$, внаслідок чого довжина зазору $2a$ і його висота $h(x)$ монотонно зменшуються. Вважаємо, що на ділянках налягання границі півплощин перебувають у зчепленні. Дія зсувних навантажень зумовлює зсув границь півплощин одна відносно одної в межах зазору. При зображеному на рис. 1 напрямі прикладених на нескінченності зусиль T границя верхньої півплощини в горизонтальному напрямі буде розтягнутою поблизу правого кінця зазору $x = +a$ і стиснутою біля лівого кінця $x = -a$. Границя нижнього тіла, навпаки, буде стиснутою в околі правого та розтягнутою в околі лівого кінця зазору. Тому при навантаженні між півплощинами в межах зазору виникає стрибок дотичних переміщень $U(x)$ і на нових ділянках налягання границі вступають у контакт з попереднім відносним зсувом. Він не змінюється на цих ділянках з подальшим зменшенням довжини зазору, оскільки сконтактовані границі перебувають у зчепленні. На них виникають дотичні напруження $q(x)$, які утримують границі, що налягають, від відносного проковзування. У літературі попередня поздовжня деформація сконтактованих поверхонь, яка в процесі подальшого простого навантаження не змінюється, отримала назву «защемленої» деформації [2, 21]. Границі тіл поза виїмкою налягали до навантаження, тому відносний зсув на них не виникає.

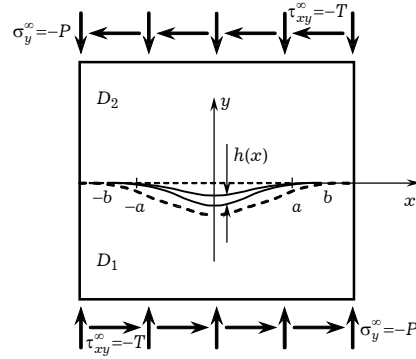


Рис. 1

Гранично-контактні умови сформульованої задачі матимуть вигляд

– на ділянках L_1 контакту півплощин поза виїмкою ($y = 0$, $|x| \geq b$):

$$\begin{aligned} \sigma_y^+(x, 0) &= \sigma_y^-(x, 0), & \tau_{xy}^+(x, 0) &= \tau_{xy}^-(x, 0), \\ u^+(x, 0) &= u^-(x, 0), & v^+(x, 0) &= v^-(x, 0); \end{aligned} \quad (1)$$

– на ділянках L_2 контакту в межах виїмки ($y = 0$, $a < |x| < b$):

$$\sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0), \quad (2)$$

$$\tau_{xy}^+(x, 0) = q(x), \quad \tau_{xy}^-(x, 0) = q(x), \quad (3)$$

$$v^-(x, 0) - v^+(x, 0) = -r(x); \quad (4)$$

– на поверхні зазору L_3 ($y = 0$, $|x| < a$):

$$\sigma_y^+(x, 0) = 0, \quad \sigma_y^-(x, 0) = 0, \quad (5)$$

$$\tau_{xy}^+(x, 0) = 0, \quad \tau_{xy}^-(x, 0) = 0; \quad (6)$$

– на нескінченності в кожній з півплощин D_k , $k = 1, 2$:

$$\sigma_y(x, \pm\infty) = -P, \quad \sigma_x(\pm\infty, y) = 0,$$

$$\tau_{xy}(x, \pm\infty) = \tau_{xy}(\pm\infty, y) = -T \equiv -fP. \quad (7)$$

Тут σ_y , σ_x , τ_{xy} – компоненти тензора напружень; u , v – компоненти вектора переміщень; індексами «–», «+» позначено граничні значення функцій на лінії L у півплощинах D_1 , D_2 .

Зазначимо, що величина ділянки відсутності безпосереднього контакту L_3 ($-a, a$) між тілами заздалегідь невідома й змінюється в процесі навантаження. Розподіл дотичних напружень $q(x)$ на ділянках $x \in [-b, -a] \cup [a, b]$ визначається з умови незмінності «защемленої» деформації границь півплощин $U'(x) = \left(\frac{\partial u(x, 0)}{\partial x}\right)^- - \left(\frac{\partial u(x, 0)}{\partial x}\right)^+$, $x \in L_2$, у процесі навантаження та умови її обмеженості.

2. Зведення задачі до сингулярного інтегрального рівняння (СІР).

Подамо напруження і похідні від переміщень через комплексні потенціали Колосова – Мусхелішвілі у вигляді [12, 8]

$$\sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi_k(z) - \Phi_k(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi_k'(z)} - P + iT,$$

$$2G(u' + iv') = \alpha\Phi_k(z) + \Phi_k(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi_k'(z)} + (3 - \alpha)P/4, \quad k = 1, 2, \quad (8)$$

де $z \in D_k$, $z = x + iy$, $\alpha = 3 - 4\nu$. Кусково-аналітичні функції $\Phi_k(z)$, $k = 1, 2$, загасають на нескінченності: $\Phi_k(\infty) = 0$. Зазначимо, що подання (8) задовольняють умови (7) на нескінченності.

Для визначення потенціалів $\Phi_1(z)$, $\Phi_2(z)$ розглянемо допоміжну задачу про контакт півплощин, на лінії розмежування яких виконуються умови

$$\sigma_y^+(x, 0) = \sigma_y^-(x, 0), \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = \tau_{xy}^-(x, 0), \quad x \in L,$$

$$v^-(x, 0) - v^+(x, 0) = V(x), \quad u^-(x, 0) - u^+(x, 0) = U(x), \quad x \in L, \quad (9)$$

де $U(x)$, $V(x)$ – стрибки дотичних і нормальних переміщень границь тіл такі, що

$$U(x) = 0 \quad \text{при} \quad |x| > b,$$

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| \geq b, \\ -r(x), & a < |x| < b, \\ -r(x) - h(x), & |x| \leq a. \end{cases} \quad (10)$$

Задовольнивши за допомогою подань (8) умови (9), отримаємо послідовність задач лінійного спряження, розв'язавши які [12], визначасмо комплексні потенціали $\Phi_k(z)$:

$$\Phi_1(z) = \frac{G}{\pi i(1 + \alpha)} \left\{ \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t - z} - i \int_{-b}^b \frac{r'(t) dt}{t - z} - i \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t - z} \right\}, \quad z \in D_2,$$

$$\Phi_1(z) = -\frac{G}{\pi i(1 + \alpha)} \left\{ \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t - z} - i \int_{-b}^b \frac{r'(t) dt}{t - z} - i \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t - z} \right\}, \quad z \in D_1,$$

$$\Phi_2(z) = -\Phi_1(z), \quad z \in D_1 \cup D_2. \quad (11)$$

Зазначимо, що розв'язок допоміжної задачі (9) буде розв'язком основної задачі (1)–(7) тоді, коли він задовольнятиме невраховані в (9) умови (5), (3) і (6), а саме:

$$\tau_{xy}^-(x, 0) = Q(x), \quad |x| \leq b, \quad (12)$$

$$\sigma_y^-(x, 0) = 0, \quad |x| < a, \quad (13)$$

$$\text{де } Q(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ q(x), & a \leq |x| \leq b. \end{cases}$$

Використаємо ці умови для визначення невідомих функцій $U(x)$ і $h(x)$. Для цього визначимо з подань (8), (11) граничні значення нормальних і дотичних напружень на лінії розмежування півплощин:

$$\sigma_y^-(x, 0) = \frac{2G}{\pi(1+\alpha)} \left\{ \int_{-b}^b \frac{r'(t) dt}{t-x} + \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t-x} \right\} - P, \quad (14)$$

$$\tau_{xy}^-(x, 0) = -\frac{2G}{\pi(1+\alpha)} \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t-x} - T. \quad (15)$$

Задовольнивши за допомогою подання (14) умову (13), отримаємо сингулярне інтегральне рівняння відносно похідної від висоти міжконтактного зазору $h'(x)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t-x} = F(x) \equiv \frac{3r_0}{b} \left(\frac{x^2}{b^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{P(1+\alpha)}{2G}, \quad x \in L. \quad (16)$$

Оскільки форма виїмки описується гладкою функцією $r(x)$, то висота міжконтактного зазору дорівнює нулеві в його крайніх точках:

$$h(-a) = h(a) = 0, \quad (17)$$

а береги зазору змикаються плавно, тобто похідна від висоти зазору теж дорівнює нулеві в цих точках:

$$h'(-a) = h'(a) = 0. \quad (18)$$

Як впливає з подання (14), умова (18) забезпечує обмеженість нормальних контактних напружень на границях півплощин.

Обмежений розв'язок рівняння (16) шукатимемо, беручи до уваги (18). Розв'язок існує, якщо права частина (16) задовольняє умову [12]

$$\int_{-a}^a \frac{F(t) dt}{\sqrt{a^2 - t^2}} = 0,$$

з якої отримуємо залежність довжини зазору від прикладеного навантаження

$$a = b \sqrt{1 - \frac{b(1+\alpha)P}{3} G r_0}. \quad (19)$$

Розв'язавши сингулярне інтегральне рівняння (16) відносно функції $h'(x)$ та проінтегрувавши її з урахуванням умови (17), визначимо висоту зазору

$$h(x) = r_0 \left(\frac{a}{b} \right)^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{3/2}, \quad |x| < a. \quad (20)$$

Нормальні контактні напруження (14) з урахуванням співвідношень (19), (20) набудуть вигляду

$$\sigma_y^-(x, 0) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ -\frac{6a^2Gr_0}{(1+x)b^3} \left| \frac{x}{a} \right| \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}, & a < |x| < b, \\ \frac{6Gr_0}{(1+x)b} \left(\left| \frac{x}{b} \right| \sqrt{\frac{x^2}{b^2} - 1} - \frac{a^2}{b^2} \left| \frac{x}{a} \right| \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} \right), & |x| > b. \end{cases} \quad (21)$$

Задовольняючи умову (12) за допомогою співвідношення (15), отримуємо наступне сингулярне інтегральне рівняння відносно похідної від стрибка дотичних переміщень границь півплощин $U'(x)$ на ділянці виїмки:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t-x} = -\frac{1+x}{2G} (T + Q(x)). \quad (22)$$

Використовуючи залежності (7), (19), дотичні зусилля T подамо через довжину зазору:

$$T = \frac{3fGr_0}{(1+x)b} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right). \quad (23)$$

На підставі рівності (23) рівняння (22) перепишемо у вигляді

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t-x} = -\frac{1+x}{2G} \left[\frac{3fGr_0}{(1+x)b} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) + Q(x) \right], \quad |x| < b. \quad (24)$$

Як впливає з рівності (19), при $P = \frac{3Gr_0}{(1+x)b}$ зазор цілком закритється ($a = 0$). Позначимо через $U_0(x)$ і $q_0(x)$ стрибок дотичних переміщень границь півплощин і дотичні напруження на ділянці виїмки $|x| \leq b$ при повному закритті зазору. Поклавши в рівнянні (24) $a = 0$, отримаємо рівняння, яке задовольняє функція $U'_0(x)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{U'_0(t) dt}{t-x} = -\frac{1+x}{2G} \left[\frac{3fGr_0}{(1+x)b} + q_0(x) \right], \quad |x| < b. \quad (25)$$

З умови незмінності «защемленої» деформації впливає, що за наявності зазору стрибок дотичних переміщень на сконтакттованих ділянках виїмки дорівнює стрибку дотичних переміщень при повному закритті зазору:

$$U(x) = U_0(x), \quad a \leq |x| \leq b. \quad (26)$$

Тому подамо функцію $U(x)$ у вигляді

$$U(x) = U_0(x) + \Delta U(x), \quad (27)$$

де функція $\Delta U(x)$ описує відхилення стрибка дотичних переміщень за наявності зазору від стрибка $U_0(x)$ при повному контакті півплощин. З рівностей (26) і (27) випливає, що

$$\Delta U(x) = 0 \quad \text{при} \quad a < |x| < b. \quad (28)$$

Враховавши (27), (28) в рівнянні (24), отримаємо

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{U'_0(t) dt}{t-x} + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\Delta U'(t) dt}{t-x} = -\frac{1+x}{2G} \left[\frac{3fGr_0}{(1+x)b} \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) + Q(x) \right], \quad |x| < b. \quad (29)$$

Віднявши рівняння (25) від рівняння (29), матимемо рівність

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\Delta U'(t) dt}{t-x} = \frac{3a^2fr_0}{2b^3} - \frac{1+x}{2G} [Q(x) - q_0(x)], \quad |x| < b. \quad (30)$$

Записавши рівність (30) на відрізках $|x| < a$, отримаємо сингулярне інтегральне рівняння на функцію $\Delta U'(x)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\Delta U'(t) dt}{t-x} = F_1(x) \equiv \frac{3a^2 f r_0}{2b^3} + \frac{1+x}{2G} q_0(x), \quad |x| \leq a. \quad (31)$$

Як випливає з подання (15), для обмеженості дотичних контактних напружень необхідно, щоб $\Delta U'(\pm a) = 0$. Тому визначатимемо обмежений розв'язок рівняння (31). Він існує, якщо права частина цього рівняння задовольняє умову $\int_{-a}^a \frac{F_1(t) dt}{\sqrt{a^2 - t^2}} = 0$, з якої отримаємо рівняння Абеля відносно контактного дотичного напруження $q_0(x)$:

$$\int_{-a}^a \frac{q_0(t) dt}{\sqrt{a^2 - t^2}} = -\frac{3a^2 f G r_0 \pi}{(1+x)b^3}, \quad (32)$$

розв'язок якого має вигляд [13]

$$q_0(x) = -\frac{6fGr_0x^2}{(1+x)b^3}. \quad (33)$$

Підставивши отриману функцію $q_0(x)$ у праву частину інтегрального рівняння (31), визначимо його обмежений розв'язок

$$\Delta U(x) = -fr_0 \left(\frac{a}{b}\right)^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2}, \quad |x| < a. \quad (34)$$

З рівності (30), записаної на інтервалі $a < |x| < b$, знаходимо дотичні напруження $q(x)$ на ділянці контакту границь тіл у межах виїмки:

$$q(x) = q_0(x) + \frac{3a^2 f G r_0}{(1+x)b^3} - \frac{2G}{(1+x)\pi} \int_{-a}^a \frac{\Delta U'(t) dt}{t-x}, \quad a < |x| < b. \quad (35)$$

Враховувши в (35) подання (33) і (34), отримаємо

$$q(x) = -\frac{6a^2 f G r_0}{(1+x)b^3} \left| \frac{x}{a} \right| \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}, \quad a < |x| < b. \quad (36)$$

Враховуючи (36) у рівнянні (25), запишемо його обмежений розв'язок

$$U_0(x) = fr_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{3/2}, \quad |x| < b. \quad (37)$$

Бачимо, що стрибок дотичних переміщень при повному закритті зазору є пропорційним до функції профілю виїмки: $U_0(x) = -fr(x)$.

Згідно з (27), (34) і (37) визначаємо стрибок дотичних переміщень границь тіл

$$U(x) = \begin{cases} fr_0 \left[\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{3/2} - \left(\frac{a}{b}\right)^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2} \right], & |x| < a, \\ fr_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{3/2}, & a < |x| < b. \end{cases} \quad (38)$$

Враховувши в співвідношеннях (15) вираз (38) для стрибка дотичних переміщень, отримаємо дотичні напруження на границях півплощин:

$$\tau_{xy}^-(x, 0) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ -\frac{6a^2 f Gr_0}{(1+x)b^3} \left| \frac{x}{a} \right| \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}, & a < |x| < b, \\ \frac{6fGr_0}{(1+x)b} \left(\left| \frac{x}{b} \right| \sqrt{\frac{x^2}{b^2} - 1} - \frac{a^2}{b^2} \left| \frac{x}{a} \right| \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1} \right), & |x| > b. \end{cases} \quad (39)$$

Порівнюючи вирази (39) і (21), бачимо, що контактні дотичні напруження пропорційні до контактних нормальних напружень з коефіцієнтом пропорційності f . Цей висновок узгоджується з відповідним результатом для випадку локального контакту, отриманого в праці [2].

3. Аналіз результатів. Числові розрахунки проведено для безрозмірних величин

$$\bar{x} = \frac{x}{b}; \quad \bar{a} = \frac{a}{b}; \quad \bar{P} = \frac{P(1+x)b}{3Gr_0}; \quad \bar{\tau}_{xy} = \frac{\tau_{xy}(1+x)b}{3Gr_0}; \quad \bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y(1+x)b}{3Gr_0}; \quad \bar{U} = \frac{U}{br_0}.$$

На рис. 2 зображено розподіл відносного зсуву границь півплощин (стрибка дотичних переміщень) на ділянці виїмки та його зміну зі зміною навантаження (при фіксованому коефіцієнті $f = 0.25$).

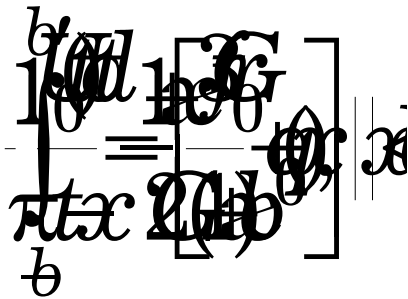


Рис. 2

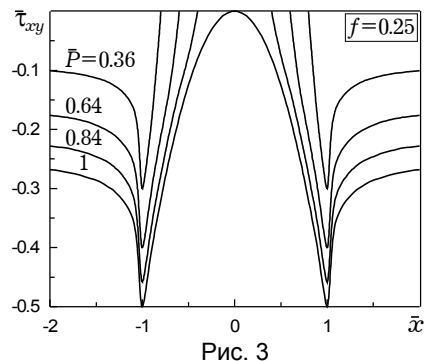


Рис. 3

Крива, що відповідає зовнішньому тиску $\bar{P} = 1$, при якому відбувається повне закриття зазору, охоплює зверху криві для менших значень тиску. Зі збільшенням навантаження стрибок дотичних переміщень зростає. Кожна крива для менших значень тиску складається з трьох частин – центральної, яка відповідає ділянці зазору для заданого навантаження, і двох симетричних бічних, які лягають на криву при зовнішньому тиску $\bar{P} = 1$ і відповідають сконтактованим поверхням. Це відображає закладений в постановці задачі принцип «защемленої» деформації, згідно з яким відносне зміщення точок поверхонь після того, як вони сконтактували, не змінюється надалі зі збільшенням навантаження. Максимального значення відносний зсув поверхонь досягає на середині виїмки (при $\bar{x} = 0$).

На рис. 3 показано розподіл контактних дотичних напружень $\bar{\tau}_{xy}(\bar{x}, 0)$ для різних значень зовнішніх нормальних зусиль. Зі збільшенням навантаження контактні напруження зростають, а їх максимум завжди досягається на краю виїмки ($\bar{x} = \pm 1$). При віддаленні від виїмки контактні дотичні напруження асимптотично прямують до дотичних напружень, заданих на нескінченності. Горизонтальні центральні ділянки на графіках відповідають нульовим напруженням у межах зазору.

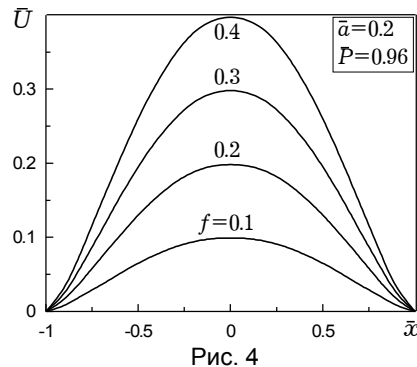


Рис. 4

Рис. 4 ілюструє залежність стрибка дотичних переміщень границь тіл від коефіцієнта пропорційності f між прикладеними нормальними та зсувними зусиллями для фіксованої довжини зазору \bar{a} ($\bar{a} = 0.2$), тобто від зсувних зусиль \bar{T} при фіксованих нормальних зусиллях $\bar{P} = 0.96$. Бачимо, що зростання параметра f зумовлює збільшення відносного зсуву границь як на ділянці зазору, так і на сконтакттованих ділянках.

1. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – Москва: Наука, 1980. – 304 с.
2. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф. Роль истории нагружения в механике контактного взаимодействия при учете сил трения в зоне контакта // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2002. – № 4. – С. 16–25.
3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – Москва: Мир, 1989. – 510 с.
4. Кім Г. С., Мартиняк Р. М., Монастирський Б. Є. Метод потенціалів у задачах про локальну відсутність контакту // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка. – 2001. – 1, вип. 4. – С. 69–77.
5. Кім Г. С., Монастирський Б. Є. Термопружний контакт двох півпросторів за наявності теплоізоляованого зазору // Машинознавство. – 2001. – № 1. – С. 3–8.
6. Криштафович А. А., Мартиняк Р. М. О расслоении анизотропных полупространств при наличии контактного термического сопротивления // Прикл. механика. – 1999. – 35, № 2. – С. 54–58.
7. Мартиняк Р. М. Порухення контакту півпросторів при термомеханічній дії підповерхневого включення // Доп. НАН України. – 1998. – № 12. – С. 71–77.
8. Мартиняк Р. М. Взаимодействие упругих полуплоскостей при неполном механическом контакте // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1985. – Вып. 22. – С. 89–92.
9. Мартиняк Р. М., Криштафович А. А. Фрикционный контакт двух упругих полуплоскостей, имеющих локальные поверхностные выемки // Трение и износ. – 2000. – 21, № 4. – С. 350–360.
10. Монастирський Б. Є. Осесиметрична контактна задача для півпросторів з геометричним збуренням поверхні // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – 35, № 6. – С. 22–26.
11. Моссаковский В. М. Сжатие упругих тел в условиях сцепления // Прикл. математика и механика. – 1963. – 27, № 3. – С. 418–427.
12. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 707 с.
13. Barber J. R. The solution of elasticity problems for a half-space by the method of Green and Collins // Appl. Sci. Res. – 1983. – 40, No. 2. – P. 135–157.
14. Barber J. R., Ciavarella M. Contact mechanics // Int. J. Solids and Struct. – 2000. – 37, No. 1-2. – P. 29–43.
15. Cattaneo C. Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi // Rend. Acad. Naz. dei Lincei. – 1938. – 27. – P. 342–348.
16. Ciavarella M. The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. I – Theory, II – Examples // Int. J. Solids and Struct. – 1998. – 35. – P. 2349–2378.
17. Fromm H. Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben // Z. angew. Math. und Mech. – 1927. – 7, No. 1. – S. 27–58.
18. Jager J. Half-planes without coupling under contact loading // Arch. Appl. Mech. – 1997. – 67. – P. 247–259.
19. Kryshchafovych A., Martynyak R. Strength of a system of mated anisotropic half-planes with surface recesses // Int. J. Eng. Sci. – 2001. – 39. – P. 403–413.
20. Mindlin R. D., Deresiewicz H. Elastic spheres in contact under varying oblique forces // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1953. – 75. – P. 327–344.
21. Spence D. A. Self-similar solutions to adhesive contact problems with incremental loading // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1968. – 305. – P. 55–80.

УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ СДВИГЕ ГРАНИЦ НА УЧАСТКЕ МЕЖКОНТАКТНОГО ЗАЗОРА

Исследовано взаимодействие двух упругих изотропных полуплоскостей из одинаковых материалов, одна из которых имеет мелкую поверхностную выемку, при простом нагружении, когда соотношение между приложенными к телам монотонно возрастающими внешними нормальными и сдвиговыми усилиями остается постоянным. Задача сформулирована с использованием принципа «зацементированной» деформации, то есть принимается, что относительный сдвиг берегов межконтактного зазора после вхождения их в контакт не меняется при дальнейшем нагружении тел. Задача сведена к сингулярному интегральному уравнению относительно скачка касательных перемещений границ полуплоскостей на участке межконтактного зазора и к интегральному уравнению Абеля относительно касательных напряжений, возникающих на сконтактированных границах в пределах выемки. Для конкретной формы выемки решение получено в замкнутом виде. Проанализирована зависимость контактных параметров рассматриваемой системы от приложенных нагрузок.

ELASTIC INTERACTION BETWEEN TWO HALF-PLANES UNDER LOCAL SHEAR OF BOUNDARIES IN THE REGION OF INTERFACE GAP

The contact interaction between two elastic isotropic half-planes from identical materials, one of which has a shallow surface groove under incremental loading is studied. During loading the ratio of normal and shear forces remains constant. The plane problem is posed, based on the «frozen» deformation principle, i.e. there is a forbidden relative shear of points of boundaries which have contacted. The problem is reduced to a set of integral equations: 1) a singular integral equation for tangential displacements jump of the gap's surfaces and 2) Abel's integral equation for tangential stresses appearing on the sub-region of the initial groove which surfaces have contacted. For a specific form of the groove the solution is obtained in a closed form. The analysis of contact parameters of the contacting couple versus the applied loads is carried out.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
15.11.04