УДК 539.3

Н. О. Горечко, Р. М. Кушнір

РОЗРАХУНОК КВАЗІСТАТИЧНОГО ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ НАПІВБЕЗМЕЖНИХ КОНТАКТУЮЧИХ ТІЛ

Запропоновано підхід до визначення нестаціонарного температурного поля і спричиненого ним напруженого стану контактуючих напівбезмежних тіл, що базується на розвиненні розв'язку за кратними інтегралами ймовірності. Визначено термонапружений стан вільної від зовнішніх навантажень складеної тонкої циліндричної оболонки, що нагрівається шляхом теплообміну з навколишнім середовищем.

Розв'язування початково-крайових квазістатичних задач термопружності із застосуванням методу інтегрального перетворення Лапласа нерідко супроводжується певними труднощами при знаходженні оригіналу. Прикладами цього є задачі про нагрів складених пластин, півпростору та ін., розглянуті у монографіях [3, 6]. Розв'язок таких задач для безмежних і напівбезмежних областей, як правило, подається через функції помилок [2, 3]. У зв'язку з цим розрахунки температурного поля, що складають перший етап при визначенні температурних напружень, пропонується проводити на основі підходу [1], ідея якого полягає у розкладі шуканого розв'язку за кратними інтегралами ймовірності.

Застосування такого підходу розглянемо на прикладі вільної від зовнішніх навантажень тонкої циліндричної оболонки, що складається із зістикованих напівбезмежних ізотропних кругових циліндричних оболонок товщини 2δ і радіуса R. Через поверхні $\gamma = \pm\delta$ оболонки відбувається теплообмін з навколишнім середовищем, яке має температуру t_c в області $\alpha \ge 0$ і нульову температуру в області $\alpha < 0$, за законом Ньютона.

Нестаціонарне температурне поле визначаємо з початково-крайової задачі, яка для системи, що розглядається, з урахуванням відомих співвідношень для асиметричних одиничних функцій, їх похідних та умов ідеального теплового контакту має вигляд [4, 6]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial\alpha^2} - \left[æ_1^2 + (æ_2^2 - æ_1^2)S_-(\alpha)\right]T = \left[\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1}\right)S_-(\alpha)\right]\frac{\partial T}{\partial\tau} -$$

$$- æ_2^2 t_c S_-(\alpha) - (K_\lambda - 1)\left.\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0}\delta_-(\alpha), \tag{1}$$

$$T\Big|_{|\alpha|\to\infty} \ne \infty, \qquad T\Big|_{\tau=0} = 0, \tag{2}$$

де $S_-(\alpha) = \begin{cases} 1, & \alpha \ge 0, \\ 0, & \alpha < 0; \end{cases}$ $æ_i^2 = \dfrac{\alpha_\gamma^{(i)}}{\lambda_t^{(i)}\delta}$; $K_\lambda = \dfrac{\lambda_t^{(2)}}{\lambda_t^{(1)}}$; a_i, $\alpha_\gamma^{(i)}$ і $\lambda_t^{(i)}$, $i = 1,2$, – відповідно коефіцієнти температуропровідності, тепловіддачі з поверхонь $\gamma = \pm\delta$ і теплопровідності складових оболонки.

Розв'язок задачі (1), (2) через інтеграли ймовірності при виконанні умови (2) на безмежності має вигляд

$$T(\alpha, t) = T_1(\alpha, t) + \left[T_2(\alpha, t) - T_1(\alpha, t)\right]S_-(\alpha), \tag{3}$$

де $T_i(\alpha, t)$, $i = 1,2$, – температури складових оболонки.

Для відшукання функцій $T_i(\alpha, t)$ рівняння теплопровідності заміною змінних $\xi = \dfrac{\alpha}{2\sqrt{at}}$, $\tau = t$, де α і t – просторова координата і час, зводиться до диференціального рівняння у частинних похідних, розв'язок якого будуємо методом відокремлення змінних. Власними функціями відповідних рівнянь у напівбезмежній області змінної ξ є кратні інтеграли ймовірності $i^n \operatorname{erfc}(\xi)$ [7], а змінної τ − добуток степеневої функції на експоненціальну: $\tau^{n/2} e^{-a_i æ_i^2 \tau}$. Розв'язок задачі теплопровідності подаємо у вигляді ряду за добутками цих функцій.

Зокрема, однорідні рівняння

$$\frac{\partial^2 T_i^0}{\partial \alpha^2} - æ_i^2 T_i^0 = \frac{1}{a_i} \frac{\partial T_i^0}{\partial t}, \qquad i = 1,2, \tag{4}$$

після заміни змінних $\xi_i = \dfrac{\alpha}{2\sqrt{a_i t}}$, $\tau = t$, перетворюються у рівняння у частинних похідних $\dfrac{\partial^2 T_i^0}{\partial \xi_i{}^2} + 2\xi_i \dfrac{\partial T_i^0}{\partial \xi_i} = 4 a_i \tau æ_i^2\, T_i^0 + 4\tau \dfrac{\partial T_i^0}{\partial \tau}$, $i = 1,2$.

Застосувавши метод відокремлення змінних до цих рівнянь, отримуємо систему

$$\frac{d^2 Y_n}{d\xi_i{}^2} + 2\xi_i \frac{dY_n}{d\xi_i} = 2n Y_n, \qquad \frac{d\Theta_{in}}{d\tau} = \left(\alpha_\gamma^{(i)} æ_i^2 + \frac{2n}{4\tau} \right) \Theta_{in},$$

де $Y_n(\xi) = A_n i^n \operatorname{erfc}(\xi) + B_n i^n \operatorname{erfc}(-\xi)$, $i^n \operatorname{erfc}(\xi) = \int\limits_{\xi}^{\infty} i^{n-1} \operatorname{erfc}(t)\, dt$, $n = 1,2,\ldots$,

$i^0 \operatorname{erfc}(\xi) = \operatorname{erfc}(\xi)$; $\qquad \Theta_{in}(\tau) = \tau^{n/2} e^{-a_i æ_i^2 \tau}$.

З цієї системи отримуємо загальний розв'язок рівнянь (4) вигляду

$$T_i^0 \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{a_i t}}, t \right) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{a_i t}} \right) \Theta_{in}(t) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_n\, i^n \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{a_i t}} \right) + B_n\, i^n \operatorname{erfc}\left(-\frac{\alpha}{2\sqrt{a_i t}} \right) \right] t^{n/2}\, e^{-a_i æ_i^2 t}.$$

Звідси температури складових оболонки у рівності (3) є такими:

$$T_1(\alpha, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n t^{n/2} e^{-a_1 æ_1^2 t} \cdot i^n \operatorname{erfc}\left(\frac{-\alpha}{2\sqrt{a_1 t}} \right),$$

$$T_2(\alpha, t) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n t^{n/2} e^{-a_2 æ_2^2 t} \cdot i^n \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{a_2 t}} \right) + t_c \left(1 - e^{-a_2 æ_2^2 t} \right). \tag{5}$$

Коефіцієнти рядів (5) отримано з рекурентної системи лінійних алгебричних рівнянь

$$C_{2n} - D_{2n} = t_c (4K_2)^n - 4^n\, n! \sum_{m=0}^{n-1} \frac{C_{2m}}{4^m\, m!\,(n-m)!} (-K_0)^{n-m},$$

$$C_{2n} + K_a D_{2n} = -2^{2n-1} \Gamma\left(n + \frac{1}{2} \right) \sum_{m=0}^{n-1} \frac{D_{2m}}{2^{2m-1} \Gamma\left(m + \frac{1}{2} \right) (n-m)!} (-K_0)^{n-m}, \tag{6}$$

де $K_i = æ_i^2 a_i$; $K_0 = K_1 - K_2$; $K_a = K_\lambda \sqrt{\dfrac{a_1}{a_2}}$.

Зі співвідношень (6), як видно з їх структури, визначаємо лише коефіцієнти з парними індексами. Коефіцієнти з непарними індексами дорівнюють нулеві.

Переміщення точок серединної поверхні оболонки, що розглядається, зумовлені температурним полем (3), (5) у припущенні, що коефіцієнти Пуассона двох зістикованих оболонок однакові $(\nu_1 = \nu_2 = \nu)$, визначаємо [4] з рівняння

$$\frac{d^4 w}{d\alpha^4} + 4n^4 = 4n^4 \alpha_t(\alpha) R\, T(\alpha, t) -$$
$$- \frac{E_2 - E_1}{E_1} \left[\frac{d^2 w}{d\alpha^2} \bigg|_{\alpha=0} \delta'_-(\alpha) + \frac{d^3 w}{d\alpha^3} \bigg|_{\alpha=0} \delta_-(\alpha) \right] - \frac{4n^4 \nu R A_0}{E(\alpha)} \qquad (7)$$

і рівності

$$u = \int \left[(1+\nu)\alpha_t(\alpha) T(\alpha, t) - \nu \frac{w}{R} \right] d\alpha + A_0 \frac{\alpha}{R} + B_0 , \qquad (8)$$

де $\alpha_t(\alpha) = \alpha_t^{(1)} + (\alpha_t^{(2)} - \alpha_t^{(1)}) S_-(\alpha)$; $E(\alpha) = E_1 + (E_2 - E_1) S_-(\alpha)$; $n^4 = \dfrac{3(1-\nu^2)}{4\delta^2 R^2}$;

$\alpha_t^{(i)}$, E_i, $i = 1, 2$, – відповідно температурний коефіцієнт лінійного розширення та модуль пружності i-го елемента; A_0, B_0 – сталі інтегрування.

При застосуванні перетворення Фур'є за α розв'язок рівняння (7), що задовольняє умови $\lim\limits_{|\alpha| \to \infty} \{N_1, N_2, M_1\} = 0$, отримано в [4]. Використовуючи у ньому розвинення за кратними інтегралами ймовірності для температури (5), запишемо переміщення у вигляді

$$w = \frac{nR}{2} J(\alpha, t) + L_1(\alpha, t) G_1(\alpha) - L_2(\alpha, t) F^+(\alpha) , \qquad (9)$$

де

$$L_1(\alpha, t) = \frac{1}{2} \left(K_E^{(1)} F_1^*(\alpha, t) + K_E^{(2)} F_2^*(\alpha, t) \right), \quad L_2(\alpha, t) = \frac{1}{2} \left(K_E^{(1)} F_2^*(\alpha, t) + K_E^{(2)} F_1^*(\alpha, t) \right),$$

$$G_1(\alpha) = e^{-n|\alpha|_-} \cdot \sin n|\alpha|_- \cdot \mathrm{sgn}_-(\alpha), \quad F^\pm(\alpha) = e^{-n|\alpha|_-} \left(\sin n|\alpha|_- \pm \cos n|\alpha|_- \right),$$

$$K_E^{(1)} = \frac{K_E^2 - 1}{K_E^*}, \quad K_E^{(2)} = \frac{(K_E - 1)^2}{K_E^*}, \quad K_E^* = (K_E + 1)^2 + 4K_E, \quad K_E = \frac{E_2}{E_1},$$

$$\mathrm{sgn}_-(\alpha) = 2S_-(\alpha) - 1, \qquad |\alpha|_- = \alpha \cdot \mathrm{sgn}_-(\alpha),$$

$$J(\alpha, t) = \alpha_t(-\alpha) t_c \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m} t^m e^{-K_1 t} J_{2m1}^-(\alpha, t) +$$
$$+ \alpha_t(\alpha) t_c \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m} t^m e^{-K_2 t} J_{2m2}^+(\alpha, t) + \alpha_t(\alpha) t_c (1 - e^{-K_2 t}) J_{2m}^0(\alpha),$$

$$F_1^*(\alpha, t) = nRt_c \left[\alpha_t(-\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m} t^m e^{-K_1 t} J1_{2m1}^-(t) + \alpha_t(\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m} t^m e^{-K_2 t} J1_{2m2}^+(t) \right],$$

$$F_2^*(\alpha, t) = -2nRt_c \left[\alpha_t(-\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m} t^m e^{-K_1 t} J2_{2m1}^-(t) + \alpha_t(\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} D_{2m} t^m e^{-K_2 t} J2_{2m2}^+(t) \right].$$

Тут введено позначення для інтегралів:

$$J_{2mi}^\pm(\alpha, t) = \int_0^\infty i^{2m} \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{a_i t}} \right) g^\pm(\alpha, \eta)\, d\eta, \quad J_{2m}^0(\alpha) = \int_0^\infty e^{-n|\alpha-\eta|} g^+(\alpha, \eta)\, d\eta ,$$

$$J1_{2mi}^\pm(t) = \int_0^\infty i^{2m} \operatorname{erfc}\left(\frac{\pm\eta}{2\sqrt{a_i t}} \right) g1(\eta)\, d\eta, \quad J2_{2mi}^\pm(t) = \int_0^\infty i^{2m} \operatorname{erfc}\left(\frac{\pm\eta}{2\sqrt{a_i t}} \right) g2(\eta)\, d\eta ,$$

де $\qquad g^{\pm}(\alpha,\eta)=\dfrac{1}{8n^3}\,e^{-n|\alpha\mp\eta|}\left(\sin n|\alpha\mp\eta|+\cos n|\alpha\mp\eta|\right),$

$$g1(\eta)=e^{-n\eta}(\sin n\eta-\cos n\eta),\qquad g2(\eta)=e^{-n\eta}\cos n\eta .$$

Інтеграли $J^{\pm}_{2mi}(\alpha,t)$, $J1^{\pm}_{2mi}(t)$, $J2^{\pm}_{2mi}(t)$ обчислюємо за рекурентними виразами

$$J^{\pm}_{2mi}(\alpha,t)=\frac{1}{4n^4}\left\{ i^n\operatorname{erfc}\left(\frac{\pm\alpha}{2\sqrt{a_i t}}\right)\mp\left(g^{\pm}(\alpha,0)\right)'''i^{2m}\operatorname{erfc}(0)\mp\right.$$

$$\mp\frac{1}{2\sqrt{a_i t}}\left(g^{\pm}(\alpha,0)\right)''i^{2m-1}\operatorname{erfc}(0)\mp\frac{1}{4a_i t}\left(g^{\pm}(\alpha,0)\right)'i^{2m-2}\operatorname{erfc}(0)\mp$$

$$\left.\mp\frac{1}{8(a_i t)^{3/2}}\left(g^{\pm}(\alpha,0)\right)i^{2m-3}\operatorname{erfc}(0)-\frac{1}{16(a_i t)^2}J^{\pm}_{(2m-4)i}(\alpha,t)\right\},$$

$$J1^{\pm}_{2mi}(t)=\frac{1}{4n^4}\left\{\mp g1'''(0)i^{2m}\operatorname{erfc}(0)\mp\frac{1}{2\sqrt{a_i t}}g1''(0)\,i^{2m-1}\operatorname{erfc}(0)\mp\right.$$

$$\mp\frac{1}{4a_i t}g1'(0)\,i^{2m-2}\operatorname{erfc}(0)\mp\frac{1}{8(a_i t)^{3/2}}g1(0)\,i^{2m-3}\operatorname{erfc}(0)+$$

$$\left.+\frac{1}{16(a_i t)^2}J1^{\pm}_{(2m-4)i}(t)\right\},$$

$$J2^{\pm}_{2mi}(t)=\frac{1}{4n^4}\left\{\pm g2'''(0)i^{2m}\operatorname{erfc}(0)\pm\frac{1}{2\sqrt{a_i t}}g2''(0)\,i^{2m-1}\operatorname{erfc}(0)\pm\right.$$

$$\pm\frac{1}{4a_i t}g2'(0)\,i^{2m-2}\operatorname{erfc}(0)\pm\frac{1}{8(a_i t)^{3/2}}g2(0)\,i^{2m-3}\operatorname{erfc}(0)-$$

$$\left.-\frac{1}{16(a_i t)^2}J2^{\pm}_{(2m-4)i}(t)\right\}.$$

Підстановкою (9) у вирази для обчислення σ_{11}, σ_{22} у довільній точці оболонки [3, 6] компоненти напружень квазістатичної задачі термопружності зведено до вигляду

$$\sigma_{11}=-\frac{2n^2\gamma E(\alpha)}{1-\nu^2}\left\{\frac{nR}{2}J''(\alpha,t)-L_1(\alpha,t)G_1'(\alpha)-L_2(\alpha,t)F^-(\alpha)\right\},$$

$$\sigma_{22}=E(\alpha)\left\{\frac{n}{2}J(\alpha,t)+\frac{1}{R}\left[L_1(\alpha,t)G_1(\alpha)-L_2(\alpha,t)F^+(\alpha)\right]-\alpha_t(\alpha)T(\alpha,t)\right\}+\nu\sigma_{11},\quad (10)$$

де

$$J''(\alpha,t)=-\alpha_t(-\alpha)\,t_c\sum_{m=0}^{\infty}C_{2m}t^m e^{-K_1 t}\cdot\int_0^{\infty}i^{2m}\operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{a_1 t}}\right)g3^+(\alpha,\eta)\,d\eta+$$

$$+\alpha_t(\alpha)\,t_c\left(\sum_{m=0}^{\infty}D_{2m}t^m e^{-K_2 t}+1-e^{-K_2 t}\right)\int_0^{\infty}i^{2m}\operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{a_2 t}}\right)g3^-(\alpha,\eta),$$

$$g3^{\mp}(\alpha,\eta)=\frac{1}{4n}e^{-n|\alpha\mp\eta|}\left(\sin n|\alpha\mp\eta|-\cos n|\alpha\mp\eta|\right),$$

$$G_1''(\alpha)=e^{-n|\alpha|_-}\cdot\cos n|\alpha|_-\cdot\operatorname{sgn}_-(\alpha).$$

Результати розрахунків розподілу безрозмірного температурного поля $\Theta=\dfrac{T}{t_c}$ в залежності від безрозмірної координати $\eta=\dfrac{\alpha}{\delta}$, проведених за формулами (3), (5), зображено на рис. 1 для значень критерію Фур’є $\mathrm{Fo}=\dfrac{a_2 t}{\delta^2}=10^4$, 10^5. Штриховою лінією показано розподіл температур в алюмінієвій оболонці, а суцільною – в оболонці, складеній з напівбезмежних оболонок зі сталі $(i = 1)$ та алюмінію $(i = 2)$.

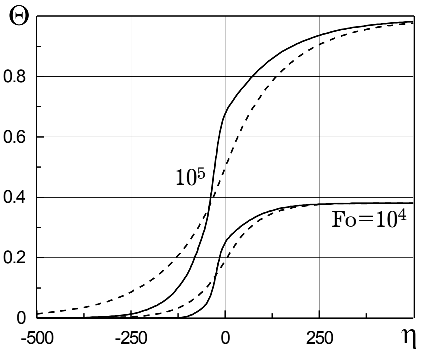

Рис. 1

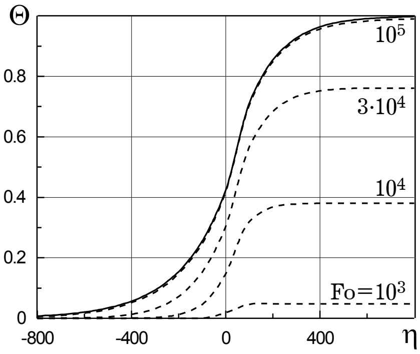

Рис. 2

Проведено дослідження швидкості наближення розв'язку нестаціонарної температурної задачі до стаціонарного розв'язку, який отримано [4] у вигляді

$$T(\alpha) = t_c \left\{ S_-(\alpha) + e^{æ_1\alpha} S_+(-\alpha) - \frac{æ_1}{K_\lambda æ_2 + æ_1} \left[e^{-æ_2\alpha} S_-(\alpha) + e^{æ_1\alpha} S_+(-\alpha) \right] \right\}. \quad (11)$$

На рис. 2 зображено графіки температурного поля (3), (5) в алюмінієво-сталевій оболонці при різних значеннях $\mathrm{Fo} = 10^3,\ 10^4,\ 3\cdot10^4,\ 10^5$ (штрихові криві) та стаціонарного поля (11) (суцільна крива).

Оскільки розв'язок задачі теплопровідності подано у вигляді рядів, постає питання збіжності цих рядів. Для порівняння та оцінки точності наближення рядами був використаний розв'язок нестаціонарної задачі теплопровідності для кусково-однорідної пластинки, отриманий аналітично в роботі [5]. Як частковий випадок з нього отримано розв'язок задачі теплопровідності (1), (2) для однорідної циліндричної оболонки:

$$T(\alpha, t) = \frac{t_c}{4} \left\{ 4S_-(\alpha)\left(1 - e^{-aæ^2 t}\right) + S_-(\alpha)\left[2e^{-aæ^2 t}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{at}}\right) - \right.\right.$$
$$- e^{-æt}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{at}} + \sqrt{aæ^2 t}\right) - e^{-æt}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\alpha}{2\sqrt{at}} - \sqrt{aæ^2 t}\right)\Bigg] -$$
$$- S_+(-\alpha)\left[2e^{-aæ^2 t}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{-\alpha}{2\sqrt{at}}\right) - e^{-æt}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{-\alpha}{2\sqrt{at}} + \sqrt{aæ^2 t}\right) - \right.$$
$$\left.\left. - e^{-æt}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{-\alpha}{2\sqrt{at}} - \sqrt{aæ^2 t}\right)\right]\right\}. \quad (12)$$

Усі результати за формулами (3), (5) розраховували при утриманні в рядах 20 членів для усіх значень Fo від нуля до 10^5, коли розв'язок стає стаціонарним. Точність наближення рядами (3), (5) аналітичного розв'язку (12) показано у табл. 1. Тут для різних значень Fo подано максимальну абсолютну похибку наближення, що у більшості випадків досягається в околі поверхні розділу оболонок ($\eta = 0$). Похибку обчислено при трьох значеннях максимальної кількості членів ряду. При збільшенні η абсолютна похибка зменшується на декілька порядків. Отже, якщо взято 20 членів ряду у формулі (5), отримано досить високу точність наближення.

Таблиця 1

Fo	Кількість членів ряду		
	5	10	20
10^5	0.175	0.013	0.013
10^4	0.016	0.015	0.013
10^3	0.002	0.002	0.002

Розрахунок безрозмірних температурних напружень $\sigma_j = \sigma_{jj}/(E_1 \alpha_t^{(1)} t_c)$, $j = 1, 2$, в однорідній (алюмінієвій) оболонці та кусково-однорідній оболонці із сталі ($j = 1$) та алюмінію ($j = 2$), зумовлених температурним полем (3), (5), показав, що при великих часах вони наближаються до результатів, отриманих у [4] для температурних напружень, спричинених температурним полем (11).

Проведені числові експерименти доводять застосовність запропонованого підходу. Отримані при його використанні результати практично співпадають з аналітичним розв'язком при незначній кількості членів рядів. Побудовані розв'язки дозволяють розрахувати термопружний стан оболонки як при перехідних режимах, так і при великих часах (при прямуванні розв'язку до стаціонарного).

Запропонований в роботі і застосований до конкретної задачі термопружності підхід може бути використаний для широкого класу лінійних динамічних дифузійних задач у напівбезмежній області, а також у декількакомпонентних середовищах, до складу яких входять напівбезмежні області. Цей підхід є достатньо простим у застосуванні, оскільки дозволяє записати загальний розв'язок для напівбезмежних областей. Система функцій, що використовується у поданні розв'язку у вигляді ряду, є природною для дифузійних задач, що підтверджується порівняно незначною кількістю членів рядів.

1. *Горечко Н. О.* Про один спосіб розрахунку нестаціонарного температурного поля у двох контактуючих напівбезмежних тілах // Конф. молодих учених із сучасних проблем механіки та математики ім. акад. Я. С. Підстригача: Тези доп. – Львів, 2004. – С. 61–62.
2. *Коваленко А. Д.* Термоупругость. – Киев: Вища шк., 1975. – 215 с.
3. *Коляно Ю. М.* Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – Киев: Наук. думка, 1992. – 278 с.
4. *Кушнір Р. М.* Напружений стан кусково-однорідних тіл з тепловими та залишковими деформаціями і дефектами структури: Автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук / НАН України. Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача. – Львів, 2000. – 35 с.
5. *Моргун В. П., Кулик А. Н., Кушнир Р. М.* Квазистатические температурные напряжения в составной пластинке, обусловленные источниками и стоками тепла // Вопросы прикл. термомеханики. – Киев: Наук. думка, 1979. – С. 43–54.
6. *Подстригач Я. С., Ломакин В. А., Коляно Ю. М.* Термоупругость тел неоднородной структуры. – Москва: Наука, 1984. – 368 с.
7. *Справочник* по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – Москва: Наука, 1979. – 832 с.

РАСЧЕТ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ КОНТАКТИРУЮЩИХ ТЕЛ

Предложен подход к определению нестационарного температурного поля и порожденного ним напряженного состояния контактирующих полубесконечных тел, основанный на разложении решения по кратным интегралам вероятности. Выполнен расчет термонапряженного состояния свободной от внешней нагрузки тонкой составной цилиндрической оболочки, которая нагревается путем теплообмена с окружающей средой.

ESTIMATE OF QUASI-STATIC THERMOSTRESSED STATE FOR SEMI-INFINITE CONTACTING BODIES

An approach for determination of transient temperature field and stress state due to it in two semi-infinite contacting bodies, based on the multiple error function expansion, is proposed. Thermostressed state in an external load-free composite thin cylindrical shell, caused by heat exchange with the surrounding, is calculated.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
30.12.04