

### ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЧАСТКОВО ПРОЗОРОГО ШАРУ ЗА УМОВ ДІЇ ТЕПЛООВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

*Сформульовано та розв'язано задачу про визначення термонапруженого стану частково прозорого шару за умов дії теплового випромінювання, створеного випромінювальною системою, що містить відбивальні елементи. Досліджено вплив спектральних залежностей радіаційних характеристик матеріалів шару, джерел випромінювання і відбивача на тепловиділення, температуру та напруження у шарі.*

Вплив теплового випромінювання на частково прозорі тіла має місце як при експлуатації багатьох конструкцій, елементами яких вони є, так і в процесі їх виготовлення. Поглинання енергії випромінювання частково прозорими тілами спричиняє їх нагрівання і виникнення температурних напружень, які за певних обставин можуть призводити до руйнування конструкції. У зв'язку з цим актуальним є визначення і дослідження термонапруженого стану частково прозорих тіл за умов дії теплового випромінювання. Відомо чимало праць, зокрема [2, 8, 19], присвячених знаходженню тепловиділень, температурних полів і напружень у частково прозорих тілах за умов дії теплового випромінювання. Проте в більшості з них при описі процесів теплообміну радіаційні характеристики випромінювачів приймаються усередненими (інтегральними) за спектром. Вплив відбиваючих енергію випромінювання поверхонь не враховується, хоча вони можуть суттєво перенаправляти потоки випромінювання в реальних механічних системах.

У роботі на основі феноменологічної теорії випромінювання в наближенні не випромінюючого матеріалу та співвідношень квазістатичної термодинаміки сформульовано задачу про визначення термонапруженого стану частково прозорого шару за умов дії теплового випромінювання за наявності відбивача. Розроблено методику її розв'язування з урахуванням радіаційних властивостей матеріалів за допомогою спектральних характеристик. Досліджено вплив радіаційних характеристик випромінювача та відбивача на термонапружений стан.

Розглянемо віднесений до декартової системи координат  $\{x, y, z\}$  ізотропний частково прозорий пружний шар  $V$  товщини  $h$  ( $\bar{V} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq h, -\infty < y, z < \infty\}$ , рис. 1). Шар знаходиться під дією теплового випромінювання, джерелом якого є площина  $\Sigma^* = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = -L, -\infty < y, z < \infty\}$ , паралельна верхній основі шару  $S^T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0, -\infty < y, z < \infty\}$ . Зі сторони нижньої основи шару  $S^B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = h, -\infty < y, z < \infty\}$  знаходиться площина  $\Sigma^R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = h_R, -\infty < y, z < \infty\}$ ,  $h_R > h$ , яку вважаємо відбиваючою. На поверхні  $\Sigma^*$  підтримується постійна температура  $T_{\text{rad}}$ . Шар є частково прозорим для теплового випромінювання, а зовнішнє середовище, в умовах конвективного теплообміну з яким він перебуває, – прозоре для випромінювання. Поверхні шару  $x = 0$ ,  $x = h$  вільні від навантажень, а краї  $y \rightarrow \pm\infty$ ,  $z \rightarrow \pm\infty$ , жорстко зацмелені.

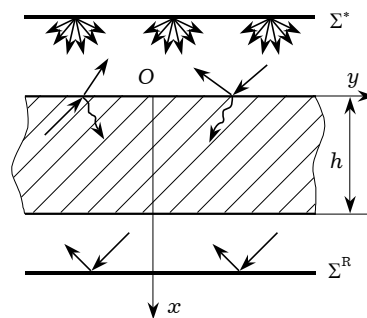


Рис. 1

Характеристики шару приймаємо незалежними від температури та рівними середнім значенням на проміжку нагрівання, а поверхні як шару, так і випромінювачів і відбивачів – дифузними.

Шар нагрівається до максимальної температури  $T_*$ , яка є значно нижчою від температури  $T_{\text{rad}}$  нагріваючої поверхні. Ставиться задача про визначення термонапруженого стану розглядуваного шару за умов дії наявного теплового випромінювання. За прийнятих допущень розрахункова схема задачі зведеться до такої [7]:

– із задачі теорії випромінювання, у якій вихідним є рівняння переносу в наближенні невиспромінюючого матеріалу, визначаємо в області шару спектральну інтенсивність випромінювання і відповідні їй тепловиділення [8, 11];

– із задачі теплопровідності, в якій окреслені на першому етапі тепловиділення використовуємо як питому потужність неперервно розподілених теплових джерел, знаходимо температурне поле [1];

– за відомим температурним полем із квазістатичної задачі термодружності визначаємо параметри спричиненого ним напружено-деформованого стану тіла [4, 7].

У цьому випадку спектральна інтенсивність випромінювання  $I_\lambda(\lambda, x, \mathbf{s})$  в шарі є функцією довжини хвилі  $\lambda$ , товщинної координати  $x$  і напрямку  $\mathbf{s}$  поширення променевої енергії у заданій точці. Для знаходження функції  $I_\lambda(\lambda, x, \mathbf{s})$  використаємо розв'язок рівняння переносу в наближенні невиспромінюючого матеріалу – закон Бугера [8, 11, 17]

$$\tilde{I}_\lambda(\lambda, M', \mathbf{s}) = \tilde{I}_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s}) e^{-a_\lambda(\lambda) r_{MM'}}. \quad (1)$$

Тут  $\tilde{I}_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s})$  – спектральна інтенсивність випромінювання як функція точки  $M$ ;  $a_\lambda(\lambda)$  – коефіцієнт поглинання;  $r_{MM'} = |\mathbf{r}_{MM'}|$ ,  $\mathbf{r}_{MM'} = \mathbf{r}_{M'} - \mathbf{r}_M$ ,  $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{r}_{MM'}}{r_{MM'}}$ ,  $M$  – точка поверхні  $S$  шару ( $S = S^T \cup S^B$ ),  $M' \in \bar{V}$ . Враховуючи відому для дифузних поверхонь залежність [11]

$$I_\lambda(\lambda, x, \mathbf{s}) = \frac{E_\lambda(\lambda, x)}{\pi}, \quad \lambda \in [0, \infty[, \quad x \in \{0, h\}, \quad \mathbf{s} \in \Omega_{4\pi}, \quad (2)$$

де  $E_\lambda(\lambda, x)$  – спектральна густина потоку енергії випромінювання з поверхні,  $\Omega_{4\pi} = \{\mathbf{s} : \mathbf{s} \in \mathbb{R}^3, |\mathbf{s}| = 1\}$ , отримаємо

$$I_\lambda(\lambda, x, \mathbf{s}) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} e^{-a_\lambda(\lambda) r_1(x, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{T(-)}(\lambda), & \mathbf{s} \cdot \mathbf{i}_x \geq 0, \\ \frac{1}{\pi} e^{-a_\lambda(\lambda) r_2(x, \mathbf{s})} E_{\lambda, \text{ef}}^{B(-)}(\lambda), & \mathbf{s} \cdot \mathbf{i}_x \leq 0, \end{cases} \quad x \in [0, h]. \quad (3)$$

Тут  $r_1(x, \mathbf{s}) = \frac{x}{\mathbf{s} \cdot \mathbf{i}_x}$ ;  $r_2(x, \mathbf{s}) = \frac{h-x}{\mathbf{s} \cdot \mathbf{i}_x}$ ;  $\mathbf{i}_x = (1, 0, 0)^\top$ ;  $E_{\lambda, \text{ef}}^{T(-)}(\lambda)$ ,  $E_{\lambda, \text{ef}}^{B(-)}(\lambda)$  – спектральні густини потоків енергії ефективного випромінювання на внутрішніх сторонах поверхонь  $S^T$  та  $S^B$  відповідно.

Значення функцій  $E_{\lambda, \text{ef}}^{T(-)}(\lambda)$ ,  $E_{\lambda, \text{ef}}^{B(-)}(\lambda)$  для конкретного  $\lambda$ ,  $\lambda \in [0, \infty[$ , у загальному випадку визначаємо з системи інтегральних рівнянь, яку будемо таким чином. Виходимо з рівнянь балансу потоків енергії випромінювання на поверхнях розділу середовищ для вибраної сторони поверхні [11, 12]:

$$E_{\lambda,\text{fall}}(\lambda, x) = E_{\lambda,\text{refl}}(\lambda, x) + E_{\lambda,\text{ads}}(\lambda, x), \quad x \in \{-L, 0, h, h_R\}, \quad (4)$$

де  $E_{\lambda,\text{fall}}$ ,  $E_{\lambda,\text{refl}}$ ,  $E_{\lambda,\text{ads}}$  – спектральні густини потоків енергії відповідно падаючого, відбитого та поглинутого випромінювання [12]. За ключові функції виберемо спектральні густини потоків енергії ефективного випромінювання на поверхнях  $E_{\lambda,\text{ef}}$ , що визначаються таким чином:

$$E_{\lambda,\text{ef}}(\lambda, x) = \begin{cases} E_{\lambda,\text{own}}(\lambda, x) + E_{\lambda,\text{refl}}(\lambda, x), & x = -L, \\ E_{\lambda,\text{fall}}^{\text{rev}}(\lambda, x) - E_{\lambda,\text{refl}}^{\text{rev}}(\lambda, x) + E_{\lambda,\text{refl}}(\lambda, x), & x \in \{0, h\}, \\ E_{\lambda,\text{refl}}(\lambda, x), & x = h_R, \end{cases} \quad (5)$$

де  $E_{\lambda,\text{own}}$ ,  $E_{\lambda,\text{refl}}$  – спектральні густини потоків енергії власного та відбитого від поверхні випромінювання, відповідно;  $E_{\lambda,\text{fall}}^{\text{rev}}$ ,  $E_{\lambda,\text{refl}}^{\text{rev}}$  – спектральні густини потоків енергії падаючого та відбитого випромінювання для зворотної до даної сторони поверхні. Для спектральної густини потоку енергії власного випромінювання має місце наступне відоме подання [11, 18]:

$$E_{\lambda,\text{own}}(\lambda, -L) = \epsilon_{\lambda}(\lambda, T_{\text{rad}}) E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T_{\text{rad}}). \quad (6)$$

Тут  $\epsilon_{\lambda}(\lambda, T)$  – спектральний ступінь чорноти поверхні випромінювача при температурі  $T$ ;  $E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T)$  – спектральна густина потоку енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, яка згідно з законом Планка [11, 15, 18] виражається таким чином:

$$E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T) = \frac{2\pi\hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\hbar c/\lambda k_* T} - 1}, \quad (7)$$

де  $\hbar = 6.62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка;  $k_* = 1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – стала Больцмана;  $c$  – швидкість світла у вакуумі [16].

У багатьох працях [2, 8, 19] приймають спрощену модель опису процесів теплообміну випромінюванням, у якій випромінюючі поверхні приймаються сірими (тобто замість спектрального ступеня чорноти  $\epsilon_{\lambda}(\lambda, T)$  у формулі (6) використовують інтегральний ступінь чорноти  $\epsilon_{\text{int}}(T)$ , що спрощує процедуру обчислення тепловиділень в тілі [9, 10]). Тут

$$\epsilon_{\text{int}}(T) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma_0 T^4}, \quad (8)$$

де  $\sigma_0 = \frac{2\pi^5 k_*^4}{15 \hbar^3 c^2} = 5.6693 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) – стала Стефана – Больцмана [16].

Відбиту від поверхонь енергію випромінювання описуємо за допомогою півсферичного спектрального коефіцієнта відбивання  $\rho_{\lambda}$  [11, 15]. Враховуючи закони Планка (7) і Бугера (1), подання відбитого випромінювання на наявних поверхнях через падаюче [17] і падаючого випромінювання – через ефективне [12], отримуємо систему алгебраїчних рівнянь, яка відображає зв'язок між невідомими у формулі (3) спектральними густинами потоків енергії ефективного випромінювання  $E_{\lambda,\text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda)$ ,  $E_{\lambda,\text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda)$  і температурою  $T_{\text{rad}}$  поверхні  $\Sigma^*$ :

$$\begin{aligned}
E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda) - \rho_{\lambda}^*(\lambda) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(+)}(\lambda) &= \epsilon_{\lambda}(\lambda, T_{\text{rad}}) E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T_{\text{rad}}), \\
\rho_{\lambda}^{\text{T}(+)}(\lambda) E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda) - E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(+)}(\lambda) + (1 - \rho_{\lambda}^{\text{T}(-)}(\lambda)) \Phi(a_{\lambda}(\lambda), h) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda) &= 0, \\
(1 - \rho_{\lambda}^{\text{T}(+)}(\lambda)) E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda) - E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda) + \rho_{\lambda}^{\text{T}(-)}(\lambda) \Phi(a_{\lambda}(\lambda), h) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda) &= 0, \\
-\rho_{\lambda}^{\text{B}(-)}(\lambda) \Phi(a_{\lambda}(\lambda), h) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda) + E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda) - (1 - \rho_{\lambda}^{\text{B}(+)}(\lambda)) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{R}}(\lambda) &= 0, \\
-(1 - \rho_{\lambda}^{\text{B}(-)}(\lambda)) \Phi(a_{\lambda}(\lambda), h) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda) + E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda) - \rho_{\lambda}^{\text{B}(+)}(\lambda) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{R}}(\lambda) &= 0, \\
E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{R}}(\lambda) - \rho_{\lambda}^{\text{R}}(\lambda) E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(+)}(\lambda) &= 0, \quad \lambda \in [0, \infty[. \tag{9}
\end{aligned}$$

Тут символами « $(+)$ » і « $(-)$ » позначено величини на зовнішній і внутрішній сторонах поверхонь шару відповідно, а «\*», « $\text{T}$ », « $\text{B}$ », « $\text{R}$ » – характеристики для поверхонь  $\Sigma^*$ ,  $S^{\text{T}}$ ,  $S^{\text{B}}$ ,  $\Sigma^{\text{R}}$  відповідно;  $E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}$  – спектральна густина потоку енергії ефективного випромінювання на внутрішній стороні поверхні  $S^{\text{T}}$  шару;  $\rho_{\lambda}^{\text{B}(-)}(\lambda)$  – півсферичний спектральний коефіцієнт відбивання енергії випромінювання від внутрішньої сторони поверхні  $S^{\text{B}}$  шару;

$$\Phi(a_{\lambda}(\lambda), h) = 2 \int_1^{\infty} \frac{1}{\xi^3} e^{-a_{\lambda}(\lambda) h \xi} d\xi.$$

Систему рівнянь (9) подамо в матричній формі

$$\mathbf{A}(\lambda) \mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}}(\lambda) = \mathbf{B}(\lambda, T_{\text{rad}}), \quad \lambda \in [0, \infty[, \tag{10}$$

де  $\mathbf{A}(\lambda)$  – матриця порядку  $n = 6$ ,

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}} &= (E_{\lambda, \text{ef}}^*(\lambda), E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(+)}(\lambda), E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda), E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda), E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(+)}(\lambda), E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{R}}(\lambda))^{\text{T}}, \\
\mathbf{B}(\lambda, T_{\text{rad}}) &= (\epsilon_{\lambda}(\lambda, T_{\text{rad}}) E_{\lambda}^{\text{B}}(\lambda, T_{\text{rad}}), 0, 0, 0, 0, 0)^{\text{T}}. \tag{11}
\end{aligned}$$

Матриця  $\mathbf{A}(\lambda)$  не вироджена та добре обумовлена [5]. Тому розв'язок системи рівнянь (10) запишемо як

$$\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}}(\lambda) = \mathbf{A}^{-1}(\lambda) \mathbf{B}(\lambda, T_{\text{rad}}), \quad \lambda \in [0, \infty[. \tag{12}$$

Тоді з урахуванням структури векторів  $\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}}(\lambda)$ ,  $\mathbf{B}(\lambda, T_{\text{rad}})$  (співвідношення (11)) шукані спектральні густини потоків енергії ефективного випромінювання  $E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda)$ ,  $E_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda)$  запишемо в наступному вигляді:

$$\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{T}(-)}(\lambda) = (\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}}(\lambda))^{\text{T}} \cdot \mathbf{F}_3, \quad \mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{B}(-)}(\lambda) = (\mathbf{E}_{\lambda, \text{ef}}^{\text{all}}(\lambda))^{\text{T}} \cdot \mathbf{F}_4, \tag{13}$$

де  $\lambda \in [0, \infty[$ ,  $\mathbf{F}_3 = (0, 0, 1, 0, 0, 0)^{\text{T}}$ ,  $\mathbf{F}_4 = (0, 0, 0, 1, 0, 0)^{\text{T}}$ . При цьому коефіцієнт поглинання тіла  $a_{\lambda}(\lambda)$ , спектральний ступінь чорноти  $\epsilon_{\lambda}(\lambda)$ , спектральні півсферичні коефіцієнти відбивання поверхонь апроксимовано кусково-лінійними функціями:

$$\begin{aligned}
f_{\lambda}(\lambda) &= \sum_{i=2}^{N_f} \frac{1}{\lambda_{f,i} - \lambda_{f,i-1}} S_{-}(\lambda - \lambda_{f,i-1}) S_{+}(\lambda_{f,i} - \lambda) ((f_{\lambda,i} - f_{\lambda,i-1}) \lambda + \\
&\quad + f_{\lambda,i-1} \lambda_{f,i} - f_{\lambda,i} \lambda_{f,i-1}) + S_{-}(\lambda) S_{+}(\lambda_{f,1} - \lambda) f_{\lambda,1} + \\
&\quad + S_{-}(\lambda - \lambda_{f,N_f}) f_{\lambda,N_f}, \quad \lambda \in [0, \infty[, \tag{14}
\end{aligned}$$

де  $(f, N_f) \in \{(a, N_a), (\epsilon, N_\epsilon), (\rho^{T(+)}, N_\rho^{T(+)}), (\rho^{T(-)}, N_\rho^{T(-)}), (\rho^{B(-)}, N_\rho^{B(-)}), (\rho^{B(+)}, N_\rho^{B(+)}), (\rho^R, N_\rho^R)\}$ ,  $S_-(\lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda \geq 0, \\ 0, & \lambda < 0, \end{cases}$   $S_+(\lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda > 0, \\ 0, & \lambda \leq 0, \end{cases}$  – одиничні асиметричні функції [14]. Функції  $f$  задаємо у спектральних вузлах  $\lambda_{f,k}$ ,  $k = 1, \dots, N_f$ ,  $0 < \lambda_{f,1} < \lambda_{f,2} < \dots < \lambda_{f,N_f} < \infty$ , значеннями  $f_{\lambda,k}$ ,  $k = 1, \dots, N_f$  [3, 6, 11, 18].

Тепловиділення у тілі виражаться через інтенсивність випромінювання наступним чином [8]:

$$Q(M) = \int_{\lambda=0}^{\infty} a_\lambda(\lambda) \int_{\omega=\Omega_{4\pi}} I_\lambda(\lambda, M, \mathbf{s}) d\omega(\mathbf{s}) d\lambda, \quad M \in \bar{V},$$

де  $\omega$  – тілесний кут. У випадку шару, використовуючи співвідношення (3), після нескладних перетворень отримаємо формулу

$$Q(x) = 2 \int_0^{\infty} a_\lambda(\lambda) (\Phi_1(a_\lambda(\lambda), x) E_{\lambda,ef}^{T(-)}(\lambda) + \Phi_1(a_\lambda(\lambda), h-x) E_{\lambda,ef}^{B(-)}(\lambda)) d\lambda, \quad (15)$$

де

$$\Phi_1(a_\lambda(\lambda), x) = \int_1^{\infty} \frac{1}{\xi^2} e^{-a_\lambda(\lambda) x \xi} d\xi, \quad x \in [0, h].$$

Температурне поле в шарі описуємо рівнянням теплопровідності [7, 13]

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \frac{Q(x)}{\lambda_T} = \frac{1}{a_T} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t}, \quad x \in ]0, h[, \quad t \in ]0, \infty[, \quad (16)$$

за початкових

$$T(x, 0) = T_0, \quad x \in [0, h], \quad (17)$$

і граничних

$$\begin{aligned} \lambda_T \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} &= \alpha_T^T (T(0, t) - T_c(t)), & t \in [0, \infty[, \\ -\lambda_T \frac{\partial T(h, t)}{\partial x} &= \alpha_T^B (T(h, t) - T_c(t)), & t \in [0, \infty[, \end{aligned} \quad (18)$$

умов, де  $T(x, t)$  – температура в точці  $x$  шару в момент часу  $t$ ;  $\alpha_T^T$ ,  $\alpha_T^B$  – коефіцієнти тепловіддачі на поверхнях  $S^T$  та  $S^B$ ;  $\lambda_T$ ,  $a_T$  – коефіцієнти тепло- і температуропровідності матеріалу шару відповідно;  $T_0$  – початкова температура шару;  $T_c(t)$  – температура зовнішнього середовища.

Температурне поле знаходимо чисельно методом скінченних різниць з використанням неявної різницевої схеми [5].

Прийmemo, що краї шару жорстко зацмелені. Тоді відмінні від нуля компоненти напружень визначаємо за формулою [4]

$$\sigma(x, t) = \sigma_{yy}(x, t) = \sigma_{zz}(x, t) = \frac{\alpha_t E}{1-\nu} \left( -T(x, t) + \frac{1}{h} \int_0^h T(\gamma, t) d\gamma \right), \quad (19)$$

де  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\alpha_t$  – коефіцієнт лінійного температурного розширення;  $E$  – модуль Юнга.

Проведено числові дослідження для різних матеріалів випромінювача, шару та відбивача.

Тепловиділення у частково прозорому тілі залежать як від інтегрального потоку енергії випромінювання випромінювача та його спектрального складу, так і від радіаційних характеристик тіла. У зв'язку з цим розглянемо спектральні залежності радіаційних характеристик деяких матеріалів.

На рис. 2 наведено спектральні залежності ступенів чорноти  $\epsilon \in \{\epsilon_\lambda(\lambda, T), \epsilon_{\text{int}}(T)\}$  вольфраму (типового матеріалу випромінювача) при температурах  $T_{\text{rad}} = 1000, 2000, 3000 \text{ K}$  [18]. Тут і надалі суцільні лінії відповідають усім досліджуваним параметрам за спектральних радіаційних характеристик випромінювання, а штрихові – за інтегральних. Як бачимо, температурна залежність спектрального ступеня чорноти вольфраму стає істотною в області більших довжин хвиль. Довжина хвилі  $\lambda = 1.27 \text{ мкм}$  є точкою температурної інверсії [11].

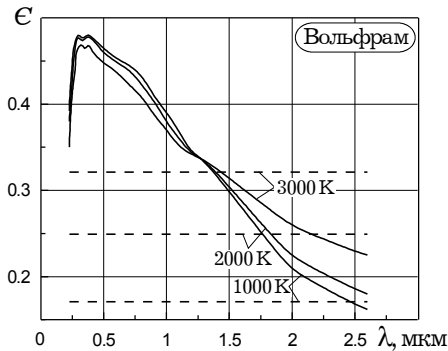


Рис. 2

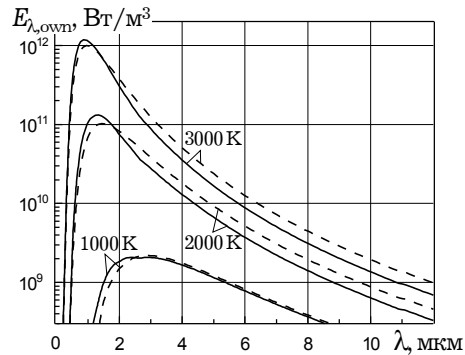


Рис. 3

На рис. 3 наведено залежності спектральної густини потоку енергії власного випромінювання  $E_{\lambda, \text{own}}(\lambda, T) = \epsilon_\lambda(\lambda, T) E_\lambda^{\text{B}}(\lambda, T)$  від довжини хвилі  $\lambda$  для вольфраму при температурах  $T_{\text{rad}} = 1000, 2000, 3000 \text{ K}$ . Бачимо, що відмінність між спектральними залежностями енергії випромінювання для спектрального та інтегрального ступенів чорноти при різних температурах випромінювача збільшується з ростом температури випромінювача в області довжин хвиль  $\lambda \geq 3 \text{ мкм}$ . Таким чином, розподіл по спектру енергії випромінювання для розглянутих випадків є різним, хоча за означенням (8) випромінювачем за однакової температури при двох способах опису радіаційних властивостей тіл випромінюється однакова кількість енергії.

Отже, першим фактором розходження між тепловиділеннями за цих умов (використання спектрального чи інтегрального ступенів чорноти) є певна відмінність потоків інтегрального поверхневого випромінювання на будь-якому спектральному проміжку.

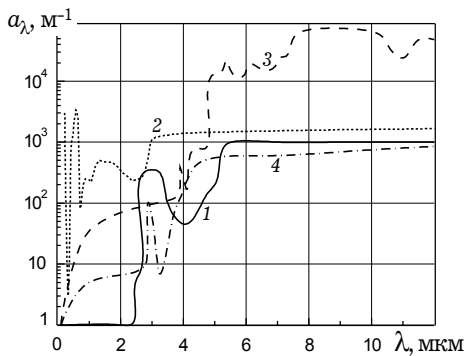


Рис. 4

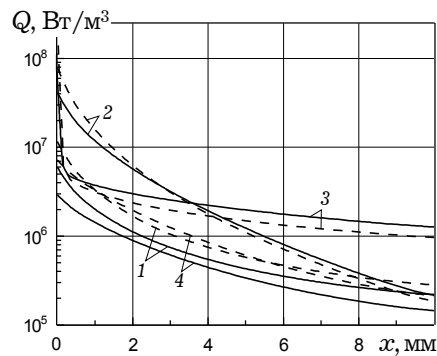


Рис. 5

Дослідження проведено для матеріалів шару: скло IR-11, скло УФС1, кварц плавлений, кварц кристалічний [3, 6]. Поглинання енергії випромінювання частково прозорим шаром характеризується коефіцієнтом поглинання [11]. На рис. 4 наведено графіки спектральних залежностей коефіцієнтів поглинання  $a_\lambda$  вищевказаних матеріалів: криві 1 відповідають склу IR-11, криві 2 – склу УФС1, криві 3 – кварцу плавленому, криві 4 – кварцу кристалічному. Бачимо, що на різних ділянках спектра матеріали поглинають різну кількість променевої енергії.

Тепловиділення у шарі товщини  $h = 10$  мм (з урахуванням спектрального та інтегрального ступенів чорноти випромінювача) наведено на рис. 5. Відбиваюча поверхня  $\Sigma^R$  відсутня. Матеріалом випромінювача є вольфрам при  $T_{\text{rad}} = 2000$  К, а матеріалом шару – скло IR-11 (криві 1), УФС1 (криві 2), кварц плавлений (криві 3), кварц кристалічний (криві 4). Отримані графіки ілюструють характер зміни потужності тепловиділень за товщинною координатою, а також розходження між тепловиділеннями залежно від способу опису ступеня чорноти матеріалу випромінювача. Найбільшу розбіжність між розподілами тепловиділень спостерігаємо для шару, виготовленого зі скла IR-11 (криві 1) і кварцу кристалічного (криві 4).

На рис. 6 наведено графіки тепловиділень у шарі, виготовленому зі скла IR-11, товщини  $h = 10$  мм при випромінювачі з вольфраму за температур випромінювання  $T_{\text{rad}} = 1000, 2000, 3000$  К. З аналізу графіків випливає, що з ростом температури випромінювача розходження між тепловиділеннями, обчисленими при спектральному (суцільні лінії) та інтегральному (штрихові лінії) ступенях чорноти, зростає. При цьому більші тепловиділення отримуємо при врахуванні інтегрального ступеня чорноти випромінювача.

На рис. 7 для порівняння наведено розподіли тепловиділень у шарах, виготовлених зі скла IR-11 (криві 1) і скла УФС1 (криві 2), з товщинами  $h = 1, 10$  мм при двох розглядуваних способах опису радіаційних властивостей випромінювача (вольфраму при  $T_{\text{rad}} = 3000$  К) – спектральним та інтегральним ступенями чорноти. З аналізу кривих, наведених на рис. 7, випливає, що різниця між величинами густин тепловиділень на поверхнях шару залежить від його товщини і спадає зі зменшенням товщини.

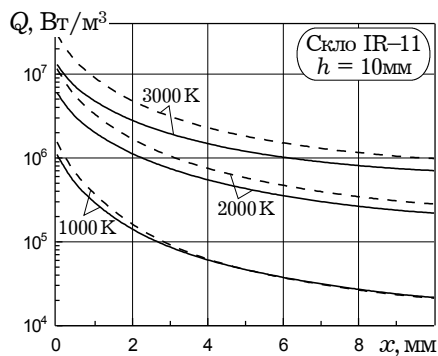


Рис. 6

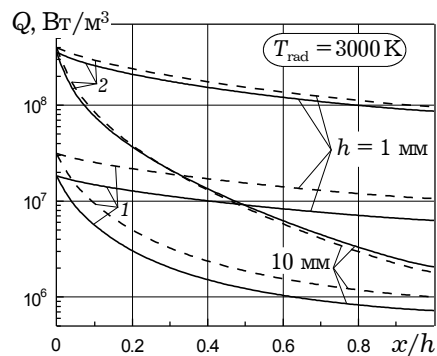


Рис. 7

Обчислено температурне поле в шарі, виготовленому зі скла IR-11, товщини  $h = 10$  мм за умов конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем, температура якого дорівнює початковій температурі шару ( $T_c = T_0 = 20^\circ\text{C}$ ). На рис. 8 наведено графіки розподілу температури по товщині шару для  $t = 150$  с при тепловиділеннях, поданих на рис. 7 (за спектрального та інтегрального ступенів чорноти). Величина розходження між температурами на поверхні  $x = 0$  за таких умов нагріву становить  $110^\circ\text{C}$ .

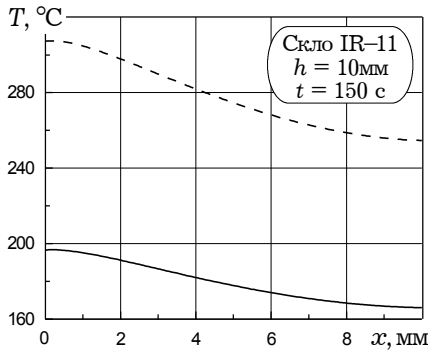


Рис. 8

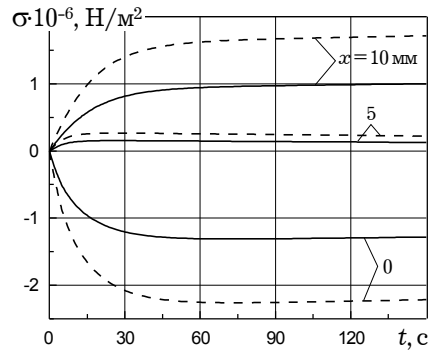


Рис. 9

Обчислено температурні напруження у розглядуваному вільному від силового навантаження на поверхнях шарі товщини  $h = 10$  мм при жорсткому защемленні країв (для випадку температури, проілюстрованої на рис. 8). На рис. 9 зображено залежності від часу напружень  $\sigma(x, t) = \sigma_{yy}(x, t) = \sigma_{zz}(x, t)$  у точках  $x = 0, 5, 10$  мм (при двох використуваних способах опису радіаційних властивостей випромінювача). Розподіл напружень за товщиною координатою наведено на рис. 10. Як бачимо, на поверхні шару зі сторони нагрівача виникають стискуючі напруження, а на протилежній – розтягуючі. Для вибраного матеріалу шару (скло IR-11) за двох способів опису радіаційних властивостей випромінювача максимальна різниця для розтягуючих напружень становить приблизно 71%, а для стискуючих – 72%.

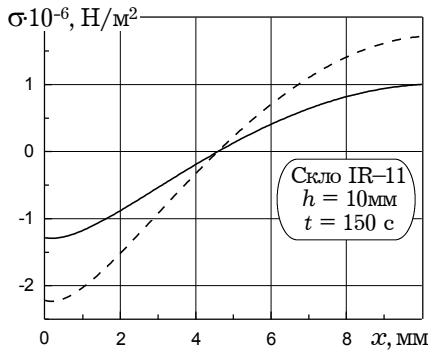


Рис. 10

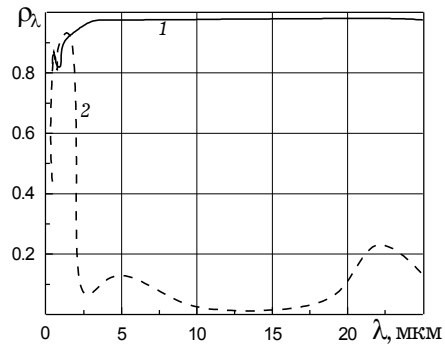


Рис. 11

У реальних випромінюючих системах для потрібного скерування потоків випромінювання часто використовують відбиваючі екрани. Досліджено вплив такого екрану (який моделюється відбиваючою поверхнею  $\Sigma^R$ ) на термонапружений стан.

Проходячи крізь частково прозорий шар випромінювання відбивається від поверхні  $\Sigma^R$ . При цьому кількість відбитої енергії на певному спектральному інтервалі залежить від величини потоку енергії випромінювання, що падає на поверхню, і від відбивальної властивості поверхні на даному спектральному інтервалі [12].

Як матеріал відбивача розглянемо полірований алюміній та алюміній, покритий білою фарбою. Залежності спектральних півсферичних коефіцієнтів відбивання згаданих матеріалів наведено на рис. 11 (крива 1 – полірований алюміній, крива 2 – алюміній, покритий білою фарбою) [11]. На графіках спостерігаємо суттєву відмінність між величинами коефіцієнта  $\rho_\lambda$  для цих матеріалів за довжин хвиль  $\lambda > 2$  мкм.



Розподіл тепловиділень в шарі, виготовленому зі скла IR-11, товщини  $h = 10$  мм при випромінювачі з вольфраму за  $T_{\text{rad}} = 3000$  К, обчислених з урахуванням його спектрального ступеня чорноти та наявності відбивача (полірований алюміній – крива 1, та алюміній, покритий білою фарбою, – крива 2, без відбивача – крива 3), наведено на рис. 12. Бачимо, що відбивач суттєво впливає на розподіл теплових джерел у шарі за рахунок відбивання потоку променевої енергії, що пройшла через тіло.

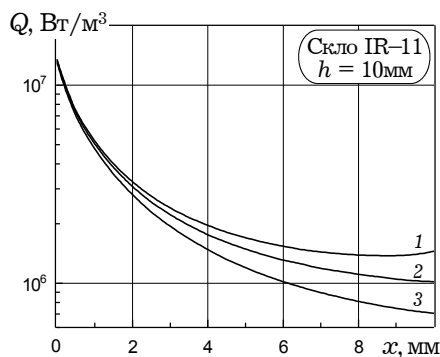


Рис. 12

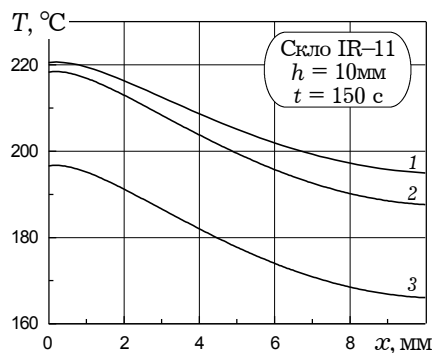


Рис. 13

Розподіл температури за товщиною координатою в шарі товщини  $h = 10$  мм, що відповідає тепловиділенням, зображеним на рис. 12, для  $t = 150$  с наведено на рис. 13 (зі збереженням позначень кривих). Наявність відбивача істотно підвищує температуру шару (на 21–29°C).

Спричинені температурним полем, проілюстрованим на рис. 13, напруження  $\sigma(x, t) \equiv \sigma_{yy}(x, t) = \sigma_{zz}(x, t)$  в шарі наведено на рис. 14. З аналізу результатів обчислень випливає, що в досліджуваному випадку відмінність між значеннями розтягуючих напружень на поверхні  $x/h = 1$ , отриманими без урахування відбивача (крива 3) та з урахуванням відбивача – полірованого алюмінію (крива 1), становить  $\approx 28\%$ .

Таким чином, за результатами числових досліджень можна зробити такі висновки:

- урахування радіаційних характеристик випромінювача за допомогою інтегрального ступеня чорноти (при знаходженні термонапруженого стану частково прозорих тіл за умов дії теплового випромінювання) для певних матеріалів призводить до значних розходжень результатів, отриманих за реальних спектральних радіаційних характеристик матеріалів (з урахуванням спектрального ступеня чорноти);

- ці розходження залежать як від температури випромінювача, так і від спектральних радіаційних властивостей матеріалів випромінювача, відбивача та тіла.

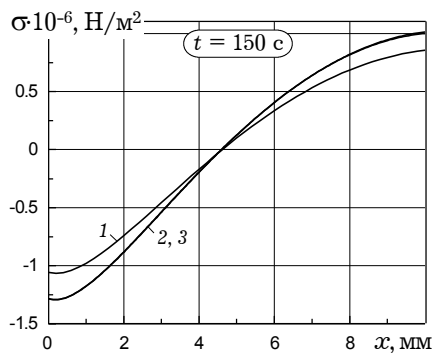


Рис. 14

1. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы теории теплопроводности: В 2 ч. – Москва: Высш. шк., 1982. – Ч. 1. – 327 с.
2. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф. Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону частот // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1990. – № 6. – С. 39–43.
3. Варгин В., Вейнберг Т. И. Каталог цветного стекла. – Москва: Машиностроение, 1967. – 66 с.
4. Власов В. З. Избранные труды. – Москва: Изд-во АН СССР, 1962. – Т. 1. – 528 с.

5. Волков Е. А. Численные методы. – Москва: Наука, 1982. – 256 с.
6. Воронкова Е. М., Гречушников Б. Н., Дистлер Г. И., Петров И. П. Оптические материалы для инфракрасной техники. – Москва: Наука, 1965. – 335 с.
7. Гачкевич А. Р. Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – Киев: Наук. думка, 1992. – 192 с.
8. Гачкевич А. Р. Термоупругость электропроводных тел, находящихся под воздействием электромагнитного излучения инфракрасного диапазона частот. – Львов, 1993. – 56 с. – (Препр. / АН УССР. Ин-т прикл. проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача; № 10–93).
9. Гачкевич О. Р., Гуменчук О. Б. Термопружний стан скляної порожнистої кулі, що знаходиться під дією зовнішнього електромагнітного випромінювання // Вісн. держ. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Прикл. математика. – 1998. – № 341. – С. 82–92.
10. Гачкевич О. Р., Гуменчук О. Б. Термопружний стан частково прозорих тіл при дії зовнішнього електромагнітного випромінювання // Вісн. держ. ун-ту «Львів. політехніка». Сер. Прикл. математика. – 1998. – № 337, т. 2. – С. 205–208.
11. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. – Москва: Мир, 1975. – 935 с.
12. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукодел А. С. Теплопередача. – Москва: Энергоатомиздат, 1981. – 416 с.
13. Коваленко А. Д. Термоупругость. – Киев: Вища шк., 1975. – 216 с.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1977. – 831 с.
15. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи. – Москва: Мир, 1983. – 512 с.
16. Кухлинг Х. Справочник по физике. – Москва: Мир, 1982. – 520 с.
17. Рубцов Н. А. Теплообмен излучением в сплошных средах. – Новосибирск: Наука, 1984. – 277 с.
18. Теплообмен излучением: Справочник / А. Г. Блох, Ю. А. Журавлев, Л. Н. Рыжков. – Москва: Энергоатомиздат, 1991. – 432 с.
19. Терлецкий Р. Ф. Температурные поля и напряжения в диэлектрической пластинке, находящейся под действием внешнего установившегося электромагнитного поля постоянной амплитуды // Материалы IX конф. молодых ученых Ин-та прикл. пробл. механики и математики АН УССР, Львов, 10–14 мая 1982 г. – Ч. I. – С. 181–184. – Деп. в ВИНТИ 10.01.1984, № 323.
20. Эсне В. Технология электровакуумных приборов. – Москва: Энергия, 1968. – 448 с.

#### ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНОГО СЛОЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Сформулированы и решены задачи об определении термоупругого состояния частично прозрачного слоя при воздействии теплового излучения, создаваемого излучающей системой, содержащей отражательные элементы. Исследовано влияние спектральных зависимостей радиационных характеристик материалов слоя, излучателя и отражателя на тепловыделения, температуру и напряжения в слое.*

#### THERMO-STRESSED STATE OF PARTLY TRANSPARENT LAYER UNDER CONDITIONS OF HEAT RADIATION

*The problem on definition of thermostressed state of a partly transparent layer under the conditions of heat radiation, caused by real sources of radiation (including the reflecting elements) is formulated. The effect of spectral dependence of characteristics of the layer material, radiation sources, and reflector on the heat sources, temperature, and stresses in the layer is studied.*

Ин-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
16.11.04