В. І. Шваб'юк¹, О. В. Максимович¹, Т. Я. Соляр²

РОЗРАХУНОК ДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ТІЛА З КРИВОЛІНІЙНОЮ ТРІЩИНОЮ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Наведено методику розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень біля криволінійних тріщин для динамічних задач зсуву. Розв'язування задачі проведено з використанням перетворення Лапласа. Обернене перетворення Лапласа виконано за допомогою модифікованої формули Пруднікова.

Статичні задачі теорії пружності для тіл з криволінійними тріщинами за антиплоскої деформації достатньо повно вивчені в літературі [5]. Для розв'язування таких задач особливо ефективним є метод інтегральних рівнянь. Динамічним задачам присвячено значно менше робіт, що пов'язано з додатковою залежністю розв'язку від часової координати. Для розв'язування динамічних задач теорії пружності найбільше розповсюджені числові методи, які базуються на інтегральному перетворенні Лапласа та наближених формулах обернення. У зв'язку з некоректністю у загальному випадку задачі обернення їх числова реалізація є достатньо складною задачею. Тому отримані в літературі результати з дослідження коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) біля тріщин часто відрізняються між собою [4, 7–9]. Задача знаходження трансформант Лапласа від переміщень також є складною, оскільки вона зводиться до інтегро-диференціальних рівнянь. Тому в літературі найбільше досліджені задачі для тіл з прямолінійними тріщинами.

У роботі [6] запропоновано новий підхід до розв'язування рівнянь динамічної теорії пружності, який ґрунтується на скінченно-різницевих співвідношеннях за часовою координатою. У [4] цей метод використано для дослідження динамічних КІН для нескінченного тіла з прямолінійними тріщинами за антиплоскої деформації.

У пропонованій роботі розроблено методику дослідження динамічних напружень біля вершин криволінійних тріщин при зсуві, яка базується на уточнених формулах обернення Лапласа [2] та ефективному підході до розв'язування інтегро-диференціальних рівнянь, з ядрами, що визначаються через функції Бесселя.

Віднесемо навантажене зрівноваженою системою сил циліндричне тіло до декартової системи координат так, щоби вісь Oz і твірна збігалися. Приймемо, що тіло послаблене тріщинами, які в перерізі z = 0 розміщені вздовж розімкнених контурів L_1, L_2, \ldots, L_N . Нехай задано початкові умови

 $w\Big|_{\theta=0}=w_0(x,y),\;\; \left. rac{\partial w}{\partial \theta} \right|_{\theta=0}=w_1(x,y)\,,$ а на берегах тріщини задано зсувні на-

пруження $\tau_{nz}^+ = \tau_{nz}^- = S(x, y, \theta)$, де θ – час.

Вихідні співвідношення. У задачах зсуву відмінною від нуля є тільки компонента переміщень $w = w(x, y, \theta)$, визначення якої зводиться до розв'язування рівняння [1]

$$\Delta w - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

де $t = c_2 \theta$; c_2 – швидкість поширення поперечних хвиль зсуву; Δ – оператор Лапласа. Напруження визначаються за формулами [1, 4]

$$\tau_{xz} = \mathbf{G} \, \frac{\partial w}{\partial x}, \qquad \quad \tau_{yz} = \mathbf{G} \, \frac{\partial w}{\partial y},$$

з яких випливає формула для знаходження напружень на нахилених пло-

106 ISSN 0130-9420. Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2005. – 48, № 2. – С. 106-113.

щинках з нормаллю n:

$$\mathbf{t}_{nz} = \mathbf{G} \, \frac{\partial w}{\partial n} \,, \tag{2}$$

де G – модуль зсуву.

Тоді гранична умова для знаходження функції w має вигляд

$$\frac{\partial w}{\partial n} = \frac{S(x, y, \theta)}{G}, \qquad (x, y) \in L,$$
(3)

де позначено $L = L_1 + L_2 + \ldots + L_N$.

Розглянемо також випадок, коли тіло навантажене системою зрівноважених сил. Нехай миттєво вздовж розімкненої кривої L виникає тріщина. Позначимо переміщення, що мали місце в тілі до руйнування, через w_0 , а напруження на кривій L – через τ_0 . Зобразимо переміщення у тілі з тріщиною у вигляді

$$w = w_0 + w_*,$$

де функція w_* визначається із крайової задачі:

$$\begin{split} \Delta w_* &- \frac{\partial^2 w_*}{\partial t^2} = 0, \qquad (x, y) \in D, \\ \frac{\partial w_*^+}{\partial n} &= 0 \qquad \qquad \text{на границі тіла,} \\ \frac{\partial w_*^+}{\partial n} &= \frac{\partial w_*^-}{\partial n} = -\frac{\tau_0}{G}, \qquad (x, y) \in L, \qquad t > 0, \\ w_* \Big|_{t=0} &= 0, \qquad \frac{\partial w_*}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0. \end{split}$$
(4)

Тобто задача зводиться до задачі для тіла з тріщиною, до берегів якої прикладено зусилля, однакові за величиною і протилежні за знаком до напружень, що виникають у тілі до руйнування. Зусилля на інших границях тіла та переміщення і швидкості в початковий момент часу дорівнюють нулеві. Отже, задача про миттєве виникнення тріщини зводиться до випадку умови (3) при $S = -\tau_0$.

Застосуємо до рівняння (1) та граничної умови (3) перетворення Лапласа за змінною t. Тоді для зображення переміщення w, яке позначимо через W, отримаємо рівняння

$$(\Delta - s^2)W = -sw_0 - \frac{w_1}{c_2},\tag{5}$$

де *s* — параметр перетворення Лапласа. Для зображень *W* на берегах тріщини маємо умову

$$\frac{\partial W^+}{\partial n} = \frac{\partial W^-}{\partial n} = \frac{\tilde{S}}{G}, \qquad (x, y) \in L,$$

де \tilde{S} – зображення Лапласа від функції S за змінною t.

Інтегральні рівняння задачі. Загальний розв'язок рівняння (4) будемо шукати у вигляді [1]

$$W(x,y) = \frac{1}{2\pi} \int_{L} \left[qK_0(sr) + f \frac{\partial K_0(sr)}{\partial n_0} \right] ds_0 + F(x,y) , \qquad (6)$$

де $K_0(sr)$ – функція Макдональда; $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$; $f = -(W^+ - W^-)$; $q = \frac{\partial W^+}{\partial n} - \frac{\partial W^-}{\partial n}$; F – довільний частковий розв'язок неоднорідного рівняння (5); інтегрування проводиться за змінними x_0, y_0 .

Зазначимо, що в загальному випадку частковий розв'язок можна записати у вигляді

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_{D} \left(sw_0(x_0, y_0) + \frac{w_1(x_0, y_0)}{c_2} \right) K_0(sr) \, dx_0 \, dy_0 \, .$$

Враховуючи, що зусилля на протилежних берегах тріщини однакові, отримаємо, що q = 0. Знайдемо на основі переміщень (6) напруження на лівому відносно обходу березі тріщини та прирівняємо їх до заданих. Тоді отримаємо інтегральне рівняння відносно функції f [1]:

$$\int_{L} f \frac{\partial^2 K_0(sr)}{\partial n \partial n_0} ds_0 = p(x, y), \qquad (x, y) \in L ,$$
(7)

де

$$p = 2\pi \left(\frac{\tilde{S}}{G} - \frac{\partial F}{\partial n} \right).$$

Тут враховано, що похідна вздовж нормалі від потенціалу подвійного шару є неперервною при переході через контур інтегрування [1]. Після розв'язування інтегрального рівняння зображення від стрибків дотичних напружень на площинках, перпендикулярних до тріщини, визначаються за формулами

$$\tilde{\tau}_s^+ - \tilde{\tau}_s^- = - G \, \frac{df}{ds}.$$

Розв'язування інтегрального рівняння. Оскільки рівняння (7) є гіперсингулярним (ядро містить похідну від ядра Коші), то при безпосередньому його розв'язуванні виникають труднощі. Тому зведемо розв'язування цього рівняння до знаходження похідної від стрибка переміщень. Для цього розглянемо інтеграл вздовж розімкненої кривої

$$B(x,y) = \frac{\partial}{\partial n} \int_{L} f \frac{\partial K_0(mr)}{\partial n_0} ds , \qquad (8)$$

де *f* – функція, яка визначена на граничному контурі і дорівнює нулеві на його кінцях. Похідна має вигляд

$$\frac{\partial^2 K_0(mr)}{\partial n \partial n_0} = m^2 \left[K_0(mr) + 2 \frac{K_1(mr)}{mr} \right] \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial r}{\partial n_0} + \frac{m}{r} K_1(mr) \cos(\alpha - \alpha_0) ,$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial n} &= \frac{1}{r} \big[(x - x_0) \cos \alpha + (y - y_0) \sin \alpha \big], \\ \frac{\partial r}{\partial n_0} &= -\frac{1}{r} \big[(x - x_0) \cos \alpha_0 + (y - y_0) \sin \alpha_0 \big], \end{aligned}$$

а і α_0 – кути між нормалями та віссю Ox у точках (x, y) і (x_0, y_0) відповідно.

Виділимо особливість похідної в околі точки r = 0. Для цього подамо її як суму трьох доданків

$$rac{\partial^2 K_0(mr)}{\partial n \partial n_0} = Q_0 \, + rac{m^2}{2} \, Q_1 + Q_2 \, ,$$

де

$$\begin{split} Q_0 &= \frac{1}{r^2} \bigg[2 \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial r}{\partial n_0} + \cos \left(\alpha - \alpha_0 \right) \bigg], \qquad \qquad Q_1 &= \ln r \cos \left(\alpha - \alpha_0 \right), \\ Q_2 &= m^2 \bigg[\tilde{K}_0(mr) + 2 \frac{\tilde{K}_1(mr)}{mr} \bigg] \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial r}{\partial n_0} + \frac{m}{r} \tilde{K}_1(mr) \cos \left(\alpha - \alpha_0 \right). \end{split}$$

Тут позначено

$$ilde{K}_0(mr) = K_0(mr) + \ln r, \qquad \qquad ilde{K}_1(mr) = K_1(mr) - \left(\frac{1}{mr} + \frac{mr}{2}\ln r\right).$$

При $r \to 0$ введені вище функції мають вигляд

$$\tilde{K}_0(mr) = -C - \ln(m/2) + O(r^2 \ln r),$$

$$\tilde{K}_1(mr)/r = C + \ln(m/2) - 1/2 + O(r^2 \ln r),$$

тому в околі нуля $Q_2 \sim {
m const} + O(r^2 \ln r)$. Тут C — стала Ейлера.

Тоді

$$B = B_0 + m^2 C_1 / 2 + C_2,$$

де $B_0 = \int_L Q_0 f \, ds$, $C_1 = \int Q_1 f \, ds$, $C_2 = \int Q_2 f \, ds$. Перетворимо інтеграли B_0 і C_1 .

Враховуючи, що

$$2\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial n_0} + \cos\left(\alpha - \alpha_0\right) = -\cos\left(\alpha + \alpha_0 - 2\phi\right),$$

маємо

$$Q_0 = -\operatorname{Re}\frac{e^{i(\alpha+\alpha_0)}}{(z-t)^2},$$

де z = x + iy, $t = x_0 + iy_0$, ϕ — кут між вектором z - t і віссю Ox. Оскільки $e^{i\alpha_0}ds = -idt$, $z' = dz/ds = ie^{i\alpha}$, то інтегруванням частинами отримаємо

$$B_0(x,y) = -\int_L \operatorname{Re}\left(\frac{z'}{z-t}\right) df$$

Розглянемо інтеграл C_1 . Опишемо криву інтегрування рівнянням $t = g(\tau), -1 \le \tau \le 1$, і введемо параметр T, якому відповідає точка z, яка розміщена на кривій z = g(T). Тоді отримаємо

$$C_{1} = \int_{-1}^{1} f\left[s'(\tau)\cos\left(\alpha - \alpha_{0}\right)\ln r - s'(T)\frac{d}{d\tau}\left((\tau - T)\ln r\right)\right]d\tau + s'(T)\int_{-1}^{1} f\frac{d}{d\tau}\left((\tau - T)\ln r\right)d\tau, \qquad s'(\tau) = \left|g'(\tau)\right|.$$

Звідси знаходимо

$$C_1 = \int_{-1}^{1} f Q_3 \, d\tau + B_1 \, ,$$

де

$$B_{1} = -s'(T) \int_{-1}^{1} (\tau - T) \ln r f' d\tau, \qquad f' = \frac{df}{d\tau},$$
$$Q_{3} = [s'(\tau) \cos(\alpha - \alpha_{0}) - s'(T)] \ln r - s'(T) (\tau - T) \operatorname{Re} \frac{g'(\tau)}{t - z}.$$

Зазначимо, що Q_3 – обмежена неперервна функція.

Тоді отримаємо

$$\begin{split} B &= B_0 + \frac{m^2}{2} \, B_1 + B_2 \,, \\ \text{дe} \quad B_2 &= \int\limits_{-1}^1 Q f \, d\tau, \quad Q = Q_2 s'(\tau) + \frac{m^2}{2} \, Q_3 \end{split}$$

Інтегруванням частинами одержимо

$$B_2(x,y) = \int_{-1}^{\tau} Pf' d\tau ,$$

де
$$P(\tau,T) = -\int_{-1}^{\tau} Q d\tau.$$

Після заміни змінної маємо $B_0 = -\int_{-1}^1 \operatorname{Re}\left(rac{z'}{z-t}
ight) f' d\tau$. Невідому функцію

f' можна подати у вигляді [4]

$$f'(\tau) = \frac{u(\tau)}{\sqrt{1-\tau^2}},$$

де u(t) – гладка функція. Побудуємо для розглянутих інтегралів квадратурні формули. Використовуючи [5], маємо

$$\begin{split} B_0(x_v, y_v) &= -h \sum_{n=1}^{N+1} b_{vn}^{(0)} u_n \,, \\ \text{де } b_{vn}^{(0)} &= \frac{\varepsilon_n}{|g_v'|} \operatorname{Re} \left(\frac{g_v'}{z_v - t_n} \right), \ u_n &= u(\xi_n) \,, \ t_n = g(\xi_n) \,, \ z_v = g(\tilde{\xi}_v) \,, \ \xi_n = -\cos \theta_n \,, \\ \tilde{\xi}_v &= -\cos \varphi_v \,, \ \theta_n &= h(n-1) \,, \ \varphi_n &= \theta_n + \frac{h}{2} \,, \ h = \frac{\pi}{N'} \,, \ \varepsilon_n &= \begin{cases} 1, & n \neq \{1, N'+1\}, \\ 0.5, & n = \{1, N'+1\}, \end{cases} \end{split}$$

N' — парне число, v = 1, ..., N'.

Підінтегральна функція в інтеграл
і B_2 є гладкою разом з першою похідною. Тому застосуємо для неї формулу [5]

$$B_2(x_{v}, y_{v}) = h \sum_{n=1}^{N'+1} b_{vn}^{(2)} u_n , \qquad \text{ge} \qquad b_{vn}^{(2)} = \varepsilon_n P(\xi_n, \tilde{\xi}_v).$$

Зазначимо, що ці коефіцієнти можуть бути визначені за рекурентними формулами

$$P(\xi_{n+1},\tilde{\xi}_{\nu}) = P(\xi_n,\tilde{\xi}_{\nu}) - \int_{\xi_n}^{\xi_{n+1}} Q(\xi,\tilde{\xi}_{\nu}) d\xi, \qquad n \ge 1, \qquad P(\xi_1,\tilde{\xi}_{\nu}) = 0.$$

Для інтеграла $B_{\!\!1},$ використовуючи результати роботи [3], отримаємо

$$\begin{split} B_1(x_{\nu},y_{\nu}) &= h \sum_{n=1}^{N'+1} b_{\nu n}^{(1)} u_n \,, \\ \text{de } b_{\nu n}^{(1)} &= - \varepsilon_n (\xi_n - \tilde{\xi}_{\nu}) \big[\ln \big| \, z_{\nu} - t_n \big| - \alpha_{\nu n} \big] s'(\tilde{\xi}_{\nu}) \,, \\ \alpha_{\nu n} &= \begin{cases} 0, & n \neq \{\nu - 1, \nu, \nu + 1, \nu + 2\}, \\ \frac{9c}{16} - \frac{d}{8\pi^2}, & n = \{\nu, \nu + 1\}, \\ -\frac{9c}{16} + \frac{d}{8\pi^2}, & n = \{\nu - 1, \nu + 2\}. \end{cases} \end{split}$$

Таким чином, отримуємо квадратурну формулу

$$B(x_{v}, y_{v}) = h \sum_{n=1}^{N+1} b_{vn} u_{n}, \qquad \text{ge} \qquad b_{vn} = -b_{vn}^{(0)} + \frac{m^{2}}{2} b_{vn}^{(1)} + b_{vn}^{(2)}. \tag{9}$$

З урахуванням формули (9) інтегральне рівняння (7) набуде вигляду

$$h\sum_{n=1}^{N'+1} b_{\nu n} u_n = p_{\nu}, \qquad \nu = 1, \dots, N',$$
(10)

де $p_v = p(x_v, y_v), x_v + iy_v = z_v$. Доповнимо систему (10) рівнянням

$$h\sum_{n=1}^{N'+1}\varepsilon_n u_n = 0, \qquad (11)$$

яке випливає з умови

$$\int_{-1}^{1} f' d\tau = \int_{-1}^{1} \frac{u(\tau)}{\sqrt{1-\tau^2}} d\tau = 0.$$

Система (10), (11) дозволяє визначити зображення від похідних переміщень у вузлових точках на тріщині. Зазначимо, що u_1 та $u_{N'+1}$ відповідають зображенням від переміщень у вершинах тріщини, на основі яких визначено КІН [5].

Для знаходження переміщень і напружень використаємо уточнену формулу обернення Пруднікова [2]. Нехай задано F(s) — зображення Лапласа від функції f(t). Приймемо також, що є відомими значення оригіналу та його похідної в початковий момент часу, f(0) і f'(0), а також його асимптотичне значення (стале) при $t \to \infty$, яке позначимо через f_{∞} . Тоді справджується формула [2]

$$f(t) \cong \frac{1}{\ell} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{F}_n \exp(s_n t) + \frac{1}{1 - \exp(-c)} \left[f(0) + \ell f'(0) \left(\frac{t}{\ell} + \frac{1}{\exp(c) - 1} \right) \right] - \frac{f_{\infty}}{\exp(c) - 1} , \qquad (12)$$

де $\tilde{F}_n = F(s_n) - \left(\frac{f(0)}{s_n} + \frac{f'(0)}{s_n^2}\right), \ s_n = (c + 2\pi ni)/\ell$; ℓ і с — сталі, які задоволь-

няють умови $\ell > 0$, $\operatorname{Re} c > 0$. Зазначимо, що ряд (12) швидкозбіжний, оскільки $\tilde{F}_n = O(n^{-3})$ при $n \to \infty$. У [2] наведено приклади, з яких випливає достатньо висока точність і надійність цієї формули для широкого класу функцій.

Результати розрахунків. Наведемо результати розрахунків, які виконано з використанням розробленого алгоритму. Спочатку розглянемо випадок прямолінійної тріщини -L < x < L, яка розміщена на осі Ox. Приймемо, що до берегів тріщини прикладено навантаження, яке описується функцією

$$\frac{S}{T} = \begin{cases} -kt, & t < 1/k, \\ -1, & t \ge 1/k. \end{cases}$$
(13)

Тут T – стала, $k = tg \alpha$, α – кут, який характеризує швидкість виходу на стаціонарний режим навантаження. Ударному навантаженню тут відповідає кут $\alpha = \pi/2$. На рис. 1 зображено залежність відносного КІН $K = \frac{K_{III}}{T\sqrt{\pi L}}$ від часової координати t для кутів $\alpha = 15^{\circ}$, 30° , 45° , 60° , 75° , 90° . В цілому характер знайдених КІН узгоджується з даними роботи [4]. При цьому для малих кутів результати практично збігаються. Максимальне значення величини КІН при ударному навантаженні (див. рис. 1) $K \approx 1.25$, що дещо відрізняється від даних роботи [4], однак узгоджується з [7, 9]. Зазначимо, що при розрахунках проводили контроль похибок, які могли виникнути. Зокрема, в ряді утримували різну кількість членів (N' = 60 для обчислень кривих на рис. 1), змінювали точність розв'язування інтегральних рівнянь, надавали різні значення параметрам c і ℓ . Враховували також асимптотичне значення при великих часах КІН у формулі (12), яке дорівнює одиниці. Проведені дослідження показали, що при вказаних різних значеннях параметрів результати розрахунків практично збігались із наведеними на рис. 1. Зазначимо, що зображені на рисунках графіки побудовано з використанням формули обернення (12), похибки якої, як показано в [2], збільшуються при значенні параметра t, що наближається до ℓ . На рисунках ця особливість проявляється у збільшенні коливальності деяких кривих. Тому, зокрема, на рис. 1 графіки при t > 6 можуть бути неточними.

На рис. 2 наведено залежність динамічного КІН від часу у випадку малої швидкості навантаження ($\alpha = 15^{\circ}$). На рис. 3 зображено результати розрахунків для прямолінійної тріщини, коли $S/T = -\exp(-mt)$, m = const, для значень параметра m = 1, 0.2, 0.1. Ці результати узгоджуються із наведеними в [4].



Як приклад криволінійної тріщини розглянуто випадок, коли тріщина розміщена на колі радіуса a при $-\gamma < \phi < \gamma$, де ϕ – кут між віссю Ox і

розміщена на колі радіуса d при $-\gamma < 0$ точкою на колі. Приймали, що до берегів тріщини прикладені зсувні зусилля, які мають місце тут у суцільному тілі при навантаженні на нескінченності зусиллями $\tau_{zx} = S$, що описуються формулою (13). Результати розрахунків наведено на рис. 4 при $\gamma = \pi/2$. Аналогічні розрахунки при $\gamma = \pi/3$ наведено на рис. 5. Для вказаних випадків розрахунки КІН для статичного навантаження наведено у [5]. Ці значення для кривих на рис. 4 і 5 відповідно дорівню-



ють 0.70711 та 0.4643. Отримані результати розрахунків згідно з розробленим алгоритмом для великих значень часу узгоджуються із цими значеннями КІН.



На рис. 6 наведено результати розрахунків КІН для випадку, коли $\gamma = \pi/4$ та $S = T \sin \alpha t$ при $\alpha = \pi/2$, π , $3\pi/2$.

Отже, розроблено універсальний числовий алгоритм розрахунку динамічних КІН біля вершин криволінійних тріщин у тілах при зсуві. Результати розрахунків узгоджуються з відомими результатами, які отримані у літературі іншими методами. Зокрема, показано, що КІН біля криволінійних тріщин істотніше



змінюються в часі, ніж біля прямолінійних тріщин.

- 1. *Кит Г. С., Побережный О. В.* Нестационарные процессы в телах с дефектами типа трещин. Киев: Наук. думка, 1992. 216 с.
- 2. Кушнір Р. М., Максимович В. М., Соляр Т. Я. Визначення нестаціонарних температур на основі уточнених формул обернення перетворення Лапласа // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 2002. **37**, № 2. С. 18–26.
- Максимович В. М. Квадратурные формулы для особых интегралов по замкнутому контуру // Укр. мат. журн. – 1982. – 34, № 1. – С. 110–116.
- Саврук М., Mamsicis О. Динамічна задача для тіла з тріщиною за антиплоскої деформації // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій: Матеріали III Міжнар. конф. (Львів, 22–26 червня 2004 р.). – Львів: Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 255–260.
- Саврук М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 620 с. – (Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т. – Т. 2).
- 6. Саврук М. П. Новий метод розв'язування динамічних задач теорії пружності та механіки руйнування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 2003. **38**, № 4. С. 7–11.
- 7. Chen W., Renji T. Cauchy singular integral equation method for transient antiplane dynamic problems // Eng. Fract. Mech. - 1996. - 54. - P. 177-187.
- Kanninen M. F. A critical appraisal of solution techniques in dynamic fracture mechanics // Numer. Meth. Fract. Mech. - Swansea, 1978. - P. 612-634.
- Sih G. C., Embley G. T., Ravera R. S. Impact response of a finite crack in plane extension // Int. J. Solids and Struct. - 1972. - 8, No. 7. - P. 977-993.

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ТЕЛА С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНОЙ В УСЛОВИЯХ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Приведена методика расчета коэффициентов интенсивности напряжений возле криволинейных трещин для динамических задач сдвига. Решение задачи проведено с использованием преобразования Лапласа. Обратное преобразование Лапласа выполнено с помощью модифицированной формулы Прудникова.

CALCULATION OF DYNAMIC STRESSES NEAR CURVILINEAR CRACKS UNDER SHEAR ON THE BASIS OF REFINED FORMULA OF LAPLACE NUMERICAL TRANSFORM

The procedure for calculation of stress intensity factors near the curvilinear cracks for dynamic shear problems is presented. The problem is solved utilizing the inverse transformation, realized by means of Prudnikov modified formula.

¹ Луцьк. держ. техн. ун-т, м. Луцьк,

² Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано 27.01.05