УДК 517.983.54

М. М. Войтович, Ю. П. Тополюк

ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ ДЛЯ ЗАДАЧІ З ВІЛЬНОЮ ФАЗОЮ З ІЗОМЕТРИЧНИМ ОПЕРАТОРОМ

Розглядається варіаційна задача про псевдорозв'язки рівняння з вільною фазою правої частини у випадку ізометричного оператора в гільбертових просторах. Доводиться збіжність методу простої ітерації, застосованого до рівняння Ейлера задачі. Встановлено, що поза точками галуження метод збігається зі швидкістю геометричної прогресії. Одержано апостеріорні оцінки швидкості збіжності.

Вступ. Задачі з вільною фазою є узагальненням так званої фазової проблеми – відновлення фази оптичного сигналу за відомим його амплітудним розподілом [4, 5, 12, 17]. У математичному плані це означає, що в лінійному рівнянні відомим є лише модуль правої частини. У задачах відновлення передбачається існування точного розв'язку.

У застосуваннях зустрічаються задачі наближення комплексної функції, заданої лише своїм модулем, функцією з області значень лінійного оператора. Свобода вибору аргументу (фази) заданої функції використовується для покращення наближення до її модуля. Такого типу задачі виникають, зокрема, в теорії синтезу антен [1, 8], при конструюванні перетворювачів структури поля [10], при формуванні заданих розподілів оптичних сигналів [11]. Якщо така задача має точний розв'язок, то він співпадає з розв'язком фазової проблеми.

Варіаційну постановку згаданих задач досліджують аналітико-числовими та числовими методами. В результаті теоретичних досліджень встановлено умови існування розв'язків, досліджено процес галуження, одержано достатні умови збіжності методу. Основні результати підсумовано в монографії [8].

Для числового розв'язування задач використовують, як правило, метод простої ітерації розв'язування відповідного рівняння Ейлера. Його збіжність була предметом публікацій [2, 7, 9, 14–16]. Суттєвою особливістю методу є застосування його до нелінійного рівняння Ейлера з апріорі неєдиним розв'язком. У довільному околі розв'язку цього рівняння існує континуум розв'язків, що не дозволяє застосувати тут принцип стискуючих відображень. Слабка збіжність методу доведена в [14]. Сильну збіжність у просторі неперервних функцій доведено в монографії [8]. Встановлено, що у випадку ізометричного оператора та мінімізовності одержаної послідовності з неї можна виділити підпослідовність, що збігається за нормою цього простору до одного з розв'язків.

Цю роботу присвячено встановленню швидкості збіжності ітераційного методу в гільбертових просторах, одержанню апостеріорних оцінок і визначенню області його ефективного застосування. Встановлено, що при дослідженні методу можна звузити дію лінеаризованого оператора задачі до деякого підпростору, де обернений оператор є обмеженим. Це дозволяє отримати апостеріорну оцінку швидкості збіжності методу.

Постановка задачі. Розглянемо нелінійне функціональне рівняння

$$|Au| = F\,, \tag{1}$$

де A – лінійний ізометричний оператор, який діє з комплексного функціонального гільбертового простору X у комплексний функціональний гільбертовий простір Y; F – задана невід'ємна функція, $F \in Y$. Якщо F належить області значень оператора $|Au|$, то знаходження такої функції u_0, яка перетворює (1) у тотожність, називають фазовою проблемою. У прикладних оптимізаційних задачах функція F, як правило, не належить до області значень оператора $|Au|$. Функцію u_0, яка надає мінімального значення функціоналу

$$\sigma(u) = \| F - |Au| \|^2 , \tag{2}$$

називають псевдорозв'язком задачі (1). Якщо мінімальне значення функціонала (2) дорівнює нулеві, то псевдорозв'язок співпадає з класичним розв'язком фазової проблеми.

Нехай $X \equiv L_2(\Omega_1)$, $Y \equiv L_2(\Omega_2)$; Ω_1, Ω_2 − носії просторів. Використовуючи техніку декомплексифікації та комплексифікації просторів X та Y [1, 8, 13], запишемо вираз для градієнта функціонала (2):

$$\operatorname{grad}\sigma(u) \equiv u - A^* [F \exp(i \arg Au)], \tag{3}$$

де A^* − оператор, спряжений до A. Звідси одержуємо рівняння Ейлера

$$u - A^*[F \exp(i \arg Au)] = 0 . \tag{4}$$

Оскільки ядро ізометричного оператора є тривіальним [6], то, подіявши на це рівняння оператором A, отримаємо еквівалентне рівняння

$$f - AA^*[F \exp(i \arg Au)] = 0 , \tag{5}$$

де $f = Au$ [1]. Це рівняння має очевидну властивість: якщо f є розв'язком (5), то й $fe^{i\alpha}$, де α − довільна дійсна константа, також є розв'язком (5).

Для розв'язування задачі використовуємо ітераційний процес

$$u_{n+1} - A^*\left[F \exp(i \arg Au_n)\right] = 0 \tag{6}$$

для рівняння (4) або

$$f_{n+1} - AA^*\left[F \exp(i \arg f_n)\right] = 0 \tag{7}$$

для рівняння (5).

У працях [8, 9] наведено результати, близькі до леми 1, для випадку цілком неперервного оператора A з використанням стабілізуючого функціонала. Частина результатів, наведених нижче, анонсована в [16].

Теоретичні результати.

Лема 1. *Нехай* A − *лінійний ізометричний оператор з* $X \equiv L_2(\Omega_1)$ *в* $Y \equiv L_2(\Omega_2)$, F − *задана функція з* Y, $F \geq 0$. *Тоді послідовність* $\{u_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, $u_1 \neq 0$, *отримана за формулою* (6), *має такі еквівалентні властивості*:

$$\lim_{n\to\infty} \| u_{n+1} - u_n \| = 0 ,$$

$$\lim_{n\to\infty} \| \operatorname{grad}\sigma(u_n) \| = 0 .$$

Д о в е д е н н я. Користуючись технікою, запропонованою в [1], можна довести, що справджується нерівність

$$\sigma(u_n) - \sigma(u_{n+1}) = 2\left(|Au_{n+1}|, F(1 - \cos(\Psi_n - \Psi_{n+1}))\right) \geq 0 . \tag{8}$$

Тут $f_n = Au_n$, $\Psi_n = \arg f_n$, $-\pi \leq \Psi_n < \pi$, $n = 1, 2, \ldots$. З нерівності (8) на підставі обмеженості послідовності $\sigma(u_n)$ знизу випливає, що існує $\lim\limits_{n\to\infty} \sigma(u_n)$, звідки

$$\lim_{n\to\infty} \left[\sigma(u_n) - \sigma(u_{n+1})\right] = 0 \tag{9}$$

або з урахуванням (8)

$$\lim_{n\to\infty}\left(|Au_{n+1}|,\ F(1-\cos(\Psi_n-\Psi_{n+1}))\right)=0. \qquad (10)$$

Оскільки кожна з функцій у скалярному добутку в (10) невід'ємна, то ця рівність можлива лише тоді, коли границя хоча б одного зі співмножників дорівнює нулеві:

$$\lim_{n\to\infty}\| Au_{n+1}\|=0 \qquad (11)$$

або

$$\lim_{n\to\infty}\| F(1-\cos(\Psi_n-\Psi_{n+1}))\|=0 \qquad (12)$$

при обмеженій нормі функції $|Au_{n+1}|$.

Нехай виконується (11). Тоді з огляду на ізометричність оператора A $\lim\limits_{n\to\infty}\| u_{n+1}\|$ існує і дорівнює нулеві. Задамо довільну функцію $v_1\neq 0$ і виберемо початкове наближення у вигляді $u_1=cv_1$, а константу c виберемо з умови мінімуму $\sigma(cv_1)$ як функції від

$$c=\frac{(F,|Av_1|)}{(v_1,v_1)}.$$

Тоді

$$\sigma(u_1)=\| F\|^2-\frac{(F,|Av_1|)}{(v_1,v_1)}\geq 0.$$

При цьому має місце нерівність

$$\| F\|^2-\sigma(u_1)=c>0. \qquad (13)$$

З монотонності послідовності $\{\sigma(u_n)\}$ (див. (8)) випливає, що $\sigma(u_n)\leq\sigma(u_1)$, $n=2,3,\ldots$. Із подання функціонала (2) через скалярні добутки, використовуючи рівність Парсеваля, нерівність Коші − Буняковського та (13), одержуємо

$$\| u_n\|^2+2\| F\|\,\| u_n\|-\| F\|^2+\sigma(u_1)\geq 0.$$

Розв'яжемо цю квадратну нерівність з урахуванням невід'ємності $\| u_n\|$. Використовуючи (13), отримаємо

$$\| u_n\|\geq -\| F\|+\sqrt{2\| F\|^2-\sigma(u_1)}=\beta>0, \qquad (14)$$

тобто

$$\lim_{n\to\infty}\| u_n\|\neq 0. \qquad (15)$$

Оскільки згідно з (6) при виборі $u_1=cv_1$ функція u_2 не залежить від c, то формула (14) справджується при довільному виборі початкового наближення $u_1\neq 0$. Таким чином, залишається правильним (12).

На підставі невід'ємності F з (12) випливає, що

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\sin^2\left(\frac{\Psi_n-\Psi_{n+1}}{2}\right)\right\|=0, \qquad (16)$$

звідки

$$\lim_{n\to\infty}\| \Psi_n-\Psi_{n+1}\|=0. \qquad (17)$$

Розглянемо різницю

$$u_{n+1}-u_n=A^*F\left(\exp(i\Psi_n)-\exp(i\Psi_{n-1})\right)=$$

$$=2iA^*\left[F\sin((\Psi_n-\Psi_{n-1})/2)\exp(-i(\Psi_n-\Psi_{n-1})/2)\right],$$

звідки

$$\|u_{n+1}-u_n\| \le 2\left\|A^*\right\|\|F\|\|\sin((\Psi_n-\Psi_{n-1})/2)\| \le \left\|A^*\right\|\|F\|\|\Psi_n-\Psi_{n-1}\|.$$

Тому, враховуючи (17), отримуємо

$$\lim_{n\to\infty}\|u_{n+1}-u_n\|=0 \tag{18}$$

і на підставі (6)

$$\lim_{n\to\infty}\left\|A^*\left[F\exp(i\arg Au_n)-u_n\right]\right\|=0.$$

Разом з (3) це дає

$$\lim_{n\to\infty}\|\operatorname{grad}\sigma(u_n)\|=0.$$

Лему доведено. ◊

Для подальшого зручніше замість рівняння (4) та ітераційного процесу (6) використовувати рівняння (5) та еквівалентний ітераційний процес (7). З (18) і обмеженості оператора A випливає, що

$$\lim_{n\to\infty}\|f_{n+1}-f_n\|=0.$$

Позначимо через f_* і

$$f_{*n}=f_*e^{i\alpha_n} \tag{19}$$

деякі розв'язки рівняння (5) (дійсну константу α_n будемо вибирати на кожному кроці ітераційного процесу) і введемо допоміжний оператор B за формулами

$$Bv=B'v+iB''v,\qquad B'v=-\operatorname{Re}\left[AA^*(F\exp(i\arg f_*))v\right],$$

$$B''v=\operatorname{Im}\left[AA^*(F\exp(i\arg f_*))v\right],\qquad f_*=f_*'+if_*'',$$

де v − довільна функція з Y.

Теорема. *Нехай виконуються умови леми* 1. *Якщо рівняння*

$$f_*'B''\varphi_m-f_*''B'\varphi_m=\lambda_m\varphi_m|f_*|^2 \tag{20}$$

має власне значення $\lambda_0=1$ *кратності, не вищої ніж* 1, *то послідовність* f_n *збігається до деякої функції* f_{*n} *із множини розв'язків рівняння* (5) *за нормою простору* Y, *причому в лінійному наближенні за* $\|h_n\|$, *де* $h_n=f_n-f_{*n}$, *має місце оцінка*

$$\|h_n\|\le(1+C)\|\eta_n\|, \tag{21}$$

де

$$C=\frac{\|B\|\,\|F\|}{|1-\lambda_k|},$$

λ_k − *найближче до одиниці власне значення рівняння* (20), *якому відповідає власна функція* φ_m, *відмінна від* $\varphi_0\equiv\text{const}$,

$$\eta_n=AA^*\left[F\exp(i\arg f_n)\right]-f_n. \tag{22}$$

Д о в е д е н н я. Покажемо, що

$$\lim_{n\to\infty}\|h_n\|=0.$$

Згідно з лемою 1 $\lim\limits_{n\to\infty}\|\eta_n\|=0$. Підставивши $f_n=f_{*n}-h_n$ у праву частину рівності (22) і виділивши головну частину за h_n, одержимо

$$h_n - iAA^*\left[F \exp(i \arg f_{*n}) \operatorname{Im}(h_n / f_{*n})\right] = \eta_n, \tag{23}$$

де опущено члени порядку $o(h_n)$. Задача про збіжність послідовних наближень f_n до множини розв'язків рівняння (5) звелася до питання про існування обмеженої константи C у нерівності (21), тобто до дослідження стійкості розв'язку рівняння (23) відносно збурення η_n.

Аналогічно, як у [3], зведемо задачу (23) до рівняння на визначення однієї дійсної функції. Для цього введемо нову невідому функцію

$$z_n = \frac{h_n}{f_{*n}} \tag{24}$$

і позначимо

$$B_n[\operatorname{Im}(z)] = iAA^*\left[F \exp(i \arg f_{*n}) \operatorname{Im}(z)\right].$$

Тоді (23) набуде вигляду

$$z_n f_{*n} - B_n[z''_n] = \eta_n, \tag{25}$$

де введено позначення $z_n = z'_n + iz''_n$.

Виділивши в (25) дійсну та уявну частини, отримаємо систему рівнянь

$$z'_n f'_{*n} - z''_n f''_{*n} - B'_n z''_n = \eta'_n,$$

$$z'_n f''_{*n} + z''_n f'_{*n} - B''_n z''_n = \eta''_n,$$

яка після вилучення z'_n зводиться до одного рівняння

$$|f_{*n}|^2 z''_n + f''_{*n} B' z''_n - f'_{*n} B'' z''_n = \operatorname{Im}(f_{*n} \eta_n). \tag{26}$$

Повертаючись до рівняння (23), легко показати, що його ліва частина перетворюється у нуль при $h_n = if_{*n}$. Це означає, що функція $\varphi_0 = \mathrm{const}$ є власною функцією однорідного рівняння

$$\lambda_m \varphi_m |f_{*n}|^2 + f''_{*n} B' \varphi_m - f'_{*n} B'' \varphi_m = 0, \tag{27}$$

що відповідає власному значенню $\lambda_0 = 1$ і довільному розв'язку f_{*n} рівняння (5). Підставляючи вираз для f_{*n} з (19) у рівняння (27), після нескладних перетворень отримуємо рівняння (20), тобто ці два рівняння повністю еквівалентні.

Якщо кратність власного значення λ_0 дорівнює одиниці, то звуження лінійного оператора в лівій частині (26) на підпростір простору X з виключенням лінійної оболонки, натягнутої на функцію φ_0, є неперервно оборотним, коли права частина (26) ортогональна до власного підпростору відповідного спряженого оператора й розмірність цього підпростору теж дорівнює одиниці.

Введемо оператор $D_n u = |f_{*n}|^2 u + f''_{*n} B'[u] - f'_{*n} B''[u]$ і скористаємося означенням спряженого оператора

$$(D_n u, v) = (u, D_n^* v).$$

Тут u, v – довільні функції з простору Y.

Із (27) можна отримати

$$D_n^* v = |f_{*n}|^2 v + B'^*\left[f''_{*n} v\right] - B''^*\left[f'_{*n} v\right], \tag{28}$$

де

$$B_n'^*[f_{*n}''v] = -\frac{Ff_{*n}''}{|f_{*n}|}AA^*[f_{*n}''v],$$

$$B_n''^*[f_{*n}'v] = \frac{Ff_{*n}'}{|f_{*n}|}AA^*[f_{*n}'v].$$

Враховуючи, що f_{*n} є розв'язком рівняння (5), легко переконатися, що функція $v_0 = \frac{F}{|f_{*n}|}$ перетворює праву частину (28) у тотожний нуль. Отже, v_0 належить ядру оператора D_n^*.

Таким чином, умову неперервної оборотності оператора в лівій частині (26) можна записати у вигляді

$$\left(\operatorname{Im}(f_{*n}\eta_n), \frac{F}{|f_{*n}|}\right) = 0.$$

Оскільки

$$\left(\operatorname{Im}(f_{*n}\eta_n), \frac{F}{|f_{*n}|}\right) = \operatorname{Im}\left(\eta_n \exp(-i\arg f_{*n})|f_{*n}|, \frac{F}{|f_{*n}|}\right) =$$

$$= \operatorname{Im}\left(\eta_n \exp(-i\arg f_* e^{i\alpha_n}), F\right),$$

то згадану умову можна забезпечити вибором константи α_n в означенні (19) у вигляді

$$\alpha_n = \arg\left(\eta_n \exp(-i\arg f_*), F\right).$$

Це дозволяє звузити область визначення оператора D_n^{-1} шляхом виключення із Y підпростору, натягнутого на власну функцію v_0 спряженої задачі. Відповідно дія прямого оператора звужується на підпростір простору Y з виключенням лінійної оболонки, натягнутої на власну функцію $\varphi_0 = \mathrm{const}$.

Доведемо правильність оцінки (21). Використовуючи (26), запишемо

$$\| z_n'' \| \le \left\| D_n^{-1} \right\| \| \eta_n \| \| f_{*n} \|,$$

звідки з використанням спектральної норми оператора одержуємо

$$\| z_n'' \| \le \frac{1}{|1-\lambda_k|} \| \eta_n \| \| f_{*n} \|,$$

де λ_k – найближче до одиниці власне значення рівняння (20), якому відповідає власна функція φ_k, відмінна від $\varphi_0 \equiv \mathrm{const}$.

Згідно з (24), (25) норма відхилення наближеного розв'язку від точного дорівнює

$$\| h_n \| = \| f_{*n} z_n \| = \| \eta_n + Bz_n'' \|. \tag{29}$$

Звідси, використовуючи (29) та еквівалентність рівнянь (20) і (27), отримуємо

$$\| h_n \| \le \left(1 + \frac{\| B \| \| f_{*n} \|}{|1-\lambda_k|} \right) \| \eta_n \|. \tag{30}$$

Легко переконатись, що на довільному розв'язку f_* рівняння (5) виконується нерівність

$$\sigma(u_*) = \| F \|^2 - \| f_* \| \ge 0, \tag{31}$$

так що з нерівності (31) і (30) випливає (21). Теорему доведено. ◊

Зауваження 1. Оцінку (21) можна вважати апостеріорною оцінкою швидкості збіжності методу (6). Використовуючи цю оцінку, можна отримати

$$\| f_{n+2} - f_{n+1} \| \le q \| f_{n+1} - f_n \| ,$$

де

$$q = 1 - \frac{|1 - \lambda_k|}{|1 - \lambda_k| + \| B \| \| F \|} < 1 . \qquad (32)$$

Таким чином, метод (6) збігається зі швидкістю геометричної прогресії зі знаменником (32).

Отримана оцінка підтверджує результати, які одержуються при числових розрахунках в околі точок галуження, де порушується локальна єдиність розв'язків (без урахування постійного фазового зсуву α_n). У цьому випадку власне значення λ_k рівняння (20) є близьким до одиниці, а значення константи C в оцінці (21) близьке до нескінченості.

Зауваження 2. У точках галуження одиниця є кратним власним значенням. У цьому випадку згідно з [14] можна стверджувати про слабку збіжність ітераційного процесу (6). Питання про сильну збіжність залишається відкритим.

1. *Андрийчук М. И., Войтович Н. Н., Савенко П. А., Ткачук В. П.* Синтез антенн по амплитудной диаграмме направленности. – Киев: Наук. думка, 1993. – 256 с.
2. *Анохін В. Є., Савенко П. О.* Про збіжність ітераційних процесів та існування розв'язків одного класу нелінійних обернених задач математичної фізики // Сучасні проблеми механіки і математики: Матеріали міжнар. наук. конф. (Львів, 25–28 трав. 1998). – Львів, 1998. – С. 280.
3. *Булацик О. О., Войтович М. М., Гісь О. М.* Галуження розв'язків нелінійних рівнянь у модифікованій фазовій проблемі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2002. – **45**, № 2. – С. 64–74.
4. *Клибанов М. В.* Об однозначности определения финитной функции по модулю ее преобразования Фурье // Докл. АН СССР. – 1985. – **285**. – С. 278–280.
5. *Кузнецова Т. И.* О фазовой проблеме в оптике // Успехи физ. наук. – 1988. – **154**, № 4. – С. 677–690.
6. *Пугачев В. С.* Лекции по функциональному анализу. – Москва: Изд-во МАИ, 1996. – 744 с.
7. *Савенко П. А.* Численное решение одного класса нелинейных задач теории синтеза излучающих систем // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 2000. – **40,** № 6. – С. 929–939.
8. *Савенко П. О.* Нелінійні задачі синтезу випромінюючих систем. – Львів: ІППММ НАН України, 2002. – 320 с.
9. *Савенко П. О.* Про збіжність ітераційного процесу в нелінійних задачах синтезу випромінюючих систем при застосуванні згладжуючих функціоналів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2000. – **43**, № 2. – С. 105–111.
10. *Akahori H.* Spectrum leveling by an iterative algorithm with a dummy area for synthesizing the kinoform // Appl. Optics. – 1986. – **25**, No. 5. – P. 802–811.
11. *Kusyi O. V., Shaposhnikov S. S., Vaganov R. B., Voitovich N. N.* Bicriterion optimization problem for power transmitting line // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 7th Int. Seminar/Workshop, Tbilisi, Oct. 10–13, 2002. – Lviv–Tbilisi, 2002. – P. 127–130.
12. *Ross G., Fiddy M. A., Nieto-Vesperinas M.* Inverse scattering problems in optics / Ed. H. P. Baltes. – Berlin: Springer-Verlag, 1980. – (Topics in Current Physics. – Vol. 20.)
13. *Savenko P. O., Topolyuk Yu. P., Voitovich N. N.* On differentiability of a functional arisen in antenna synthesis theory // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 5th Int. Seminar/Workshop, Tbilisi, Oct. 3–6, 2000. – Lviv–Tbilisi, 2000. – P. 57–59.
14. *Topolyuk Yu. P.* Convergence of the consecutive approximation method of a solution of the nonlinear problems of the antennas synthesis // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 4th Int. Seminar/Workshop, Lviv, Sept. 20–23, 1999. – Lviv, 1999. – P. 70–74.

15. *Voitovich N. N., Savenko P. O., Topolyuk Yu. P.* Problems with free phase in applications. Methods and results // Int. Symp. on inverse problems in engineering mech.: Abstracts, Nagano (Japan), 6–9 Febr., 2001. – Nagano, 2001. – P. 158–161.
16. *Voitovich N. N., Topolyuk Yu. P.* Convergence of iterative method for problem with free phase in case of isometric operator // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 5th Int. Seminar/Workshop, Tbilisi, Oct. 3–6, 2000. – Lviv–Tbilisi, 2000. – P. 52–56.
17. *Voitovich N. N., Topolyuk Yu. P.* On antenna synthesis according to prescribed amplitude radiation pattern and the phase problem // Direct and inverse problems of electromagnetic and acoustic wave theory: Proc. 2nd Int. Seminar/Workshop, Lviv, Sept. 15–17, 1997. – Lviv, 1997. – P. 90–92.

СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ФАЗОЙ С ИЗОМЕТРИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ

Рассматривается вариационная задача о псевдорешениях уравнения со свободной фазой правой части в случае изометрического оператора в гильбертовых пространствах. Доказывается сходимость метода простой итерации, примененного к уравнению Эйлера задачи. Установлено, что за исключением точек ветвления метод сходится со скоростью геометрической прогрессии. Получены апостериорные оценки скорости сходимости.

VELOCITY OF CONVERGENCE OF ITERATIVE METHOD FOR THE PROBLEM WITH FREE PHASE WITH ISOMETRIC OPERATOR

The variational problem on pseudo-solutions of the equation with free phase in the case of isometric operator in Hilbert spaces is considered. The convergence of the simple iteration method, applied to the Euler equation of the problem, is proved. The geometric progression velocity of convergence of the method – without branching points – is established. A posteriori estimation of the convergence velocity is obtained.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
29.04.04